# COURS

DE

# PHYSIQUE

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DE LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES





# COURS

DE

# PHYSIQUE

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DE LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

# COURS

DE

# PHYSIQUE

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DE LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

PAR

**H. PELLAT**

AGRÉGÉ DE L'UNIVERSITÉ, DOCTEUR ÈS-SCIENCES
PROFESSEUR DE PHYSIQUE AU LYCÉE LOUIS-LE-GRAND
ET A LA MAISON D'ÉDUCATION DE LA LÉGION D'HONNEUR
DE SAINT-DENIS

---

## TOME PREMIER

**Première Partie. — TRAVAIL DES FORCES, ÉNERGIE
MESURES ABSOLUES. — PESANTEUR. — HYDROSTATIQUE
PNEUMATIQUE. — HYDRODYNAMIQUE**




PARIS
SOCIÉTÉ D'IMPRIMERIE ET LIBRAIRIE ADMINISTRATIVES ET CLASSIQUES
**Paul DUPONT, Éditeur**
41, RUE JEAN-JACQUES-ROUSSEAU, 41

1883

# PRÉFACE

Cet ouvrage, destiné principalement aux élèves de la classe de Mathématiques Spéciales, peut être lu par les meilleurs élèves de la classe de Mathématiques Élémentaires, car il ne renferme presque rien qui soit hors de leur portée.

A part la haute Optique et l'étude des phénomènes capillaires, qui ne rentrent pas dans le programme des Mathémathiques Spéciales, il constitue un cours de physique complet.

S'il est un fait incontesté aujourd'hui, c'est l'immense progrès qui a été réalisé par l'introduction de la notion d'*énergie* dans l'étude des sciences physiques et, dans des branches plus spéciales, par celle des notions de *potentiel*, de *ligne de force*, etc... Cependant l'emploi de ces notions si précieuses s'est bien peu vulgarisé, et, si ces termes sont constamment employés maintenant dans le langage scientifique, ils ne le sont pas toujours avec une justesse suffisante : au sens précis on substitue souvent un sens vague. La raison de cette connaissance imparfaite est aisée à trouver : ces notions ont été présentées d'abord sous une forme exigeant, pour être bien comprises, des connaissances mathématiques, que ne possèdent pas toutes les personnes qui

s'intéressent aux sciences ; par cette même raison, elles ont été presque complètement écartées jusqu'ici des programmes de l'instruction secondaire, et ne sont pas devenues classiques.

Et pourtant, comment un physicien peut-il faire son cours aujourd'hui sans parler de la loi de la conservation de l'énergie, qui est la base de la physique moderne, comme la loi de la conservation de la matière est la base de la chimie depuis Lavoisier !

Comment peut-on traiter des phénomènes électriques sans parler du potentiel, la seule quantité qu'on puisse aisément mesurer en électricité statique, et dont la connaissance est presque toujours indispensable pour déterminer les autres grandeurs !

Un des principaux buts, que nous nous sommes proposés, en écrivant cet ouvrage, est précisément d'introduire ces notions fondamentales dans l'enseignement de nos lycées, étant convaincus qu'il n'y a pas de plus puissant moyen de vulgarisation. Avec très peu de calcul (ces calculs du reste étant toujours faciles à suivre même pour un élève de la classe de Mathématiques Élémentaires), et sans rien ôter de leur précision, nous avons présenté ces mêmes notions. Nous les avons étroitement reliées à l'expérience. Enfin nous avons montré, par des exemples, l'emploi utile qu'on pouvait en faire, et comment elles viennent guider le physicien expérimentateur dans ses recherches.

D'ailleurs, nous nous sommes toujours appliqués à faire comprendre que nos connaissances en physique proviennent de l'observation des phénomènes naturels et de l'expérience, et nous avons donné la plus large part à la description des meilleures méthodes expérimentales. En cela nous croyons nous être conformés à l'esprit du nouveau programme, que

nous avons pris à peu près pour plan général de l'ouvrage. Si nous avons traité quelques questions qui n'y sont pas spécialement désignées, pour rendre le cours un peu plus complet, il va sans dire qu'aucune de celles qui y sont mentionnées n'a été omise.

Tout récemment, les physiciens des diverses parties du Monde ont adopté, au Congrès international des Electriciens (Octobre 1881), un système d'unités absolues qui, quoique visant plus spécialement les mesures électriques, s'étend en réalité à toutes les mesures faites en physique.

Nous croyons qu'il est du devoir de tout professeur d'enseigner dorénavant, et de faire employer aux élèves, ce nouveau système de mesure qui, du reste, ayant pour base le système métrique, ne change que fort peu de chose aux habitudes prises antérieurement ; d'autant plus que dans aucun cas il ne saurait y avoir confusion. Aussi avons-nous exposé dans cet ouvrage les principes sur lesquels repose tout système de mesures absolues, et le système particulier adopté par le Congrès. Nous en avons fait usage dans les diverses parties de la physique, sauf à indiquer parallèlement, quand nous l'avons cru utile pour faciliter la transition, les formules ou les résultats numériques avec les unités consacrées par l'usage, dans les cas relativement rares où il n'y a pas concordance.

Par là, surtout, nous espérons que cet ouvrage pourra rendre quelques services en dehors de l'enseignement de la classe de Mathématiques Spéciales, auquel il est plus particulièrement destiné.

H. PELLAT.

1er Mai 1883

# PREMIÈRE PARTIE

**TRAVAIL DES FORCES, ÉNERGIE — MESURES ABSOLUES**

**PESANTEUR**

**HYDROSTATIQUE — PNEUMATIQUE — HYDRODYNAMIQUE**

# INTRODUCTION

**SCIENCES PHYSIQUES ET SCIENCES NATURELLES** — Le mot *physique* vient du grec φυσις (nature). Au point de vue étymologique les mots *sciences physiques* et *sciences naturelles* ont donc la même signification. En effet, ces deux ordres de sciences s'occupent des phénomènes présentés par la nature, mais elles le font à des points de vue différents.

Les sciences physiques étudient les phénomènes généraux et aussi les phénomènes particuliers présentés par les divers corps, mais sans se préoccuper de la manière dont ceux-ci sont associés dans la nature. L'étude de leur groupement naturel, et en particulier de la façon dont ils sont organisés dans les êtres vivants (plantes et animaux), ainsi que des phénomènes, qui dépendent essentiellement de cette organisation, est le propre des sciences naturelles.

Ajoutons immédiatement qu'il est impossible de fixer une ligne de démarcation bien nette entre ces deux ordres de sciences. Toutes les connaissances, que l'homme a pu acquérir sur les phénomènes naturels, se lient entre elles d'une façon étroite, et c'est uniquement pour mettre de l'ordre dans leur

étude que ces divisions ont été imaginées, ainsi que celles dont il nous reste à parler.

**PHYSIQUE ET CHIMIE.** — Les sciences physiques se divisent en deux sciences principales : la *Physique* proprement dite et la *Chimie*, que nous définirons de la manière suivante.

La Physique est l'étude des forces naturelles, des causes de ces forces, de leurs effets et, par conséquent, des phénomènes généraux présentés par tous les corps ou par toute une classe de corps.

La Chimie est l'étude des propriétés particulières à chaque corps homogène, de la composition de ces corps, de la manière dont ils se comportent en présence les uns des autres, des produits auxquels leurs réactions mutuelles donnent naissance.

Par exemple, la *pesanteur,* la *chaleur,* la *lumière,* phénomènes communs à tous les corps seront étudiés en Physique ; tandis que la Chimie étudiera en particulier le fer, le soufre, l'eau, etc., et nous fera connaître comment ces corps réagissent les uns sur les autres.

**MÉTHODES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES.** — La première méthode employée par l'homme, pour arriver à la connaissance des phénomènes que nous présente la nature, fut l'*observation*, et c'est encore la seule méthode applicable dans certains cas, par exemple dans l'étude du ciel.

Dans une observation vraiment scientifique, on doit porter son attention sur toutes les parties du phénomène qu'on étudie, pour tâcher de trouver entre elles quelque relation simple et surtout constante ; sans quoi l'observation est sans profit pour la science. Ainsi dans les observations astronomiques, on note aussi exactement que possible la position d'un astre dans le ciel à des époques déterminées. Ces observations faites déjà dans l'antiquité et continuées jusqu'à nos jours, où elles ont atteint un haut degré de perfection, grâce à l'emploi de puissantes lunettes et d'instruments de précision, nous ont fait connaître la marche des astres. Elles nous permettent de prédire à coup sûr la position qu'aura l'un deux à telle époque déterminée, quand aura lieu une éclipse de soleil ou de lune, et, comme

résultat plus directement utile, elles ont donné le moyen au navigateur de retrouver sa route sur l'immensité des mers.

Mais il est une autre méthode d'investigation plus parfaite que la précédente et souvent applicable, c'est l'*expérience*. Faire une expérience consiste à provoquer le phénomène que l'on veut étudier, au lieu d'attendre qu'il se présente à l'observateur. On est maître alors des circonstances dans lesquelles il se produit. Dans un phénomène qui a lieu naturellement, et sur lequel l'homme n'exerce aucune influence, les causes sont souvent multiples, et il n'est pas toujours facile de démêler l'effet propre à chacune d'elles. L'expérience permet d'isoler ces différentes causes, en n'en faisant agir qu'une ou un petit nombre à la fois, et, par là, d'arriver plus aisément à connaître leurs effets.

Un exemple fera mieux ressortir les avantages de l'expérience sur l'observation. Supposons que, voulant étudier la chute des corps, nous soyons forcés de rester spectateur passif du phénomène. Que nous apprendra l'observation la plus attentive? Tout au plus constaterons-nous que la plupart des corps tombent en ligne droite et dans une direction perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles; et encore cette remarque souffrira-t-elle de nombreuses exceptions: si un fruit, se détachant d'un arbre, gagne le sol en ligne droite, une feuille n'y arrive généralement qu'après une série de zigzags.

Au contraire, faisons une expérience, provoquons le phénomène, faisons tomber un corps. Nous pouvons d'abord nous mettre à l'abri du vent, qui a une influence évidente sur la direction de la chute des corps légers, et nous constaterons qu'un bien plus grand nombre de corps tombent en ligne droite. D'ailleurs il nous apparaît clairement que deux causes agissent simultanément dans la chute d'un corps à travers l'air: 1° une sorte d'attraction exercée par la terre sur le corps, et qui produit la chute; 2° une résistance qu'oppose l'air à ce mouvement, et dont l'influence se fait surtout sentir sur les corps légers et à large surface. Si nous voulons étudier l'effet de la première cause, que faudra-t-il faire? Éliminer la seconde. Nous sommes amenés ainsi à faire tomber des corps dans un long tube vertical dont l'air a été retiré à l'aide de la machine pneumatique.

Nous voyons alors que, non seulement tous ces corps tombent en ligne droite, suivant la direction du fil à plomb, mais encore, fait plus inattendu, que tous tombent *également vite*, qu'ils soient lourds ou légers, que ce soit une balle de plomb ou le duvet qui se balance au vent. Ainsi l'attraction exercée par la terre produit le même effet sur tous les corps. Voilà ce que la simple observation d'un phénomène sur lequel l'homme n'aurait pas fait agir son intelligente intervention ne lui aurait jamais appris.

Nous voyons aussi, par cet exemple, l'utilité des instruments dans les sciences expérimentales : un long tube en cristal et une machine pneumatique ont été nécessaires pour réaliser cette célèbre expérience de Newton.

Une fois que, par l'expérience ou par l'observation, on a pris connaissance d'un phénomène (ou d'une classe de phénomènes), on essaye d'indiquer les relations qui existent entre ses divers éléments par un énoncé simple, qui doit résumer l'ensemble des résultats obtenus, et qui est destiné à les remplacer : un pareil énoncé s'appelle une *loi.*

Une loi doit être une règle *sans exception*, à laquelle doivent obéir tous les phénomènes visés par elle, sans quoi la loi est fausse, mauvaise ou trop restreinte, et doit être remplacée par une autre. La possibilité de résumer les résultats obtenus par une loi provient de ce que, si les effets de causes multiples sont parfois complexes, l'effet d'une cause unique est toujours simple. Comme exemple de lois, nous allons donner celles auxquelles a conduit l'observation du mouvement des planètes, et qui ont été énoncees par Képler.

*Les planètes décrivent autour du soleil des courbes planes, qui sont des ellipses dont cet astre occupe l'un des foyers.*

*Les aires décrites par un rayon vecteur mené du centre du soleil au centre de la planète sont proportionnelles aux temps.*

*Les carrés des temps de révolutions sont proportionnels aux cubes des grands axes des orbites.*

Très souvent, surtout en Physique, une loi est une relation entre les valeurs numériques des grandeurs de diverses natures, qui entrent en jeu dans le phénomène; son énoncé peut alors être remplacé par une formule algébrique. Cette formule

exprime la loi d'une façon plus brève et plus commode pour les applications. Ainsi, nous verrons dans l'étude de la pesanteur que « *quand un corps tombe en chute libre, sans vitesse initiale, les vitesses acquises sont proportionnelles aux durées de chute.* » Cette loi, qui est une relation entre deux grandeurs la *vitesse* et le *temps*, peut se remplacer par la formule

$$v = gt$$

où $v$ représente le nombre indiquant la valeur de la vitesse, $t$ le nombre de secondes qu'a duré la chute et $g$ une quantité constante, qui est la vitesse acquise au bout de la première seconde de chute. Cette formule représente bien la loi énoncée ci-dessus, puisque, si le nombre de secondes représenté par $t$ devient deux, trois... dix... cent fois plus grand, la valeur $v$ de la vitesse devient double, triple... décuple... centuple.

Ce n'est pas là, du reste, le seul rôle des mathématiques dans les sciences physiques. Le calcul algébrique ou, plus généralement, l'analyse mathématique est un mode de raisonnement net, infaillible, si l'on se conforme exactement aux règles établies, et qui permet de déduire d'une ou de plusieurs lois des conséquences qui présenteront le même degré de rigueur que ces lois elles-mêmes. Ainsi, de la loi précédente sur la chute des corps (résumée dans la formule $v = gt$) on déduit par l'analyse mathématique la formule

$$e = \frac{1}{2} gt^2$$

dans laquelle $g$ et $t$ ont la même signification que ci-dessus, où $e$ est la hauteur dont le corps est tombé pendant le temps $t$, et qui nous apprend que « *les espaces sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir* », ce que justifie du reste l'expérience directe.

A la rigueur, les sciences physiques ou naturelles pourraient se borner à trouver les lois des phénomènes, car, ces lois connues, l'homme est bien souvent maitre du phénomène lui-même, et capable de le produire à volonté, avec tel caractère, ou

dans telles circonstances qu'il le désire. Mais la curiosité inhérente à l'esprit humain le pousse non seulement à connaître les effets des causes, mais encore à remonter des effets visibles aux causes invisibles, problème inverse, généralement beaucoup plus difficile, et dont la solution nous échappe le plus souvent.

Quand la cause reste cachée, on en est réduit à faire des suppositions ou *hypothèses* sur sa nature. Ces hypothèses, qui autrefois abondaient dans la science, tendent à disparaître de plus en plus de nos jours, où le savant, ami de la vérité avant tout, préfère avouer son ignorance sur un point, que de se faire illusion avec les conceptions de son imagination. Pourtant, certaines hypothèses ont de la valeur, et méritent d'être conservées, au moins à titre provisoire. Une hypothèse est utile quand elle explique logiquement une classe de phénomènes, et permet d'en retrouver par le raisonnement les détails qui peuvent échapper à la mémoire; elle est utile surtout quand elle prédit l'existence de phénomènes jusqu'alors inconnus, et que l'expérience justifie ces prévisions.

Une hypothèse qui n'est en contradiction avec aucun phénomène connu, qui a fait prévoir des phénomènes nouveaux, et qui, enfin, apparaît seule comme plausible, a beaucoup de chances pour être l'expression même de la vérité.

Un exemple fera mieux comprendre les caractères d'une bonne hypothèse. Dès que l'homme a tourné son intelligence vers l'étude des phénomènes naturels, il s'est demandé ce qu'était la lumière. Les philosophes de l'antiquité ont fait à cet égard deux hypothèses, qui ont vécu parallèlement jusqu'à la première moitié de ce siècle. Dans l'une, dite de l'*émission,* les corps lumineux émettraient des corpuscules extrêmement ténus, qui se mouveraient en ligne droite avec rapidité, traversant les corps transparents, rebondissant sur les corps opaques, et qui, pénétrant dans l'œil, produiraient, par leur choc sur la rétine, la sensation de lumière. Dans la seconde, celle des *ondulations*, un corps lumineux serait dans un état vibratoire; ses vibrations se transmettraient à un milieu subtil, sorte de fluide, qui entourerait et imbiberait tous les corps, l'*éther*, comme l'ébranlement causé par la chute d'une pierre, se transmet à la surface de l'eau tranquille. Ce seraient ces vibrations, qui, arrivant à l'œil,

produiraient l'excitation du nerf optique. Voilà deux hypothèses opposées: si l'une est exacte, l'autre est certainement fausse, et elles pourraient n'être justes ni l'une ni l'autre, quoiqu'il soit fort difficile d'imaginer une troisième supposition admissible. Toutes les deux rendent bien compte de la propagation de la lumière en ligne droite et du phénomène de la réflexion; mais déjà, pour expliquer la réfraction de la lumière, dans l'hypothèse de l'émission, il faut admettre que la vitesse de celle-ci est plus grande dans l'eau que dans l'air, tandis que, dans l'hypothèse des ondulations, il faut faire la supposition inverse. Or, de nos jours, Foucault a mesuré directement la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau, et a trouvé qu'elle était plus grande dans le gaz que dans le liquide. Cette seule raison aurait suffi à faire rejeter l'hypothèse de l'émission. Mais toute une classe de phénomènes, découverts dans le commencement de ce siècle, (phénomènes d'interférence et de diffraction) restent inexplicables par cette hypothèse, tandis qu'ils s'expliquent aisément et même devaient se prévoir par celle des ondulations. Si nous ajoutons que celle-ci rend compte de tous les phénomènes connus jusque dans leurs moindres détails, qu'elle en a fait prévoir plusieurs dont l'expérience a montré après coup l'existence, qu'elle n'est en contradiction avec aucun fait connu, enfin, qu'elle apparaît seule comme plausible, on reconnaîtra que l'hypothèse des ondulations a beaucoup de chance pour être l'expression même de la vérité, quoique nous n'en soyons pas absolument assurés

L'ensemble des lois ou des hypothèses sur un même sujet et des conséquences qu'on peut en déduire constitue une *théorie* [1] (théorie des ondulations, théorie de l'attraction universelle, etc...). Si une théorie ne s'appuie que sur des lois expérimentales, elle présente le même degré de rigueur que ces lois elles-mêmes; si elle renferme des hypothèses, sa valeur est subordonnée à la valeur de ces hypothèses.

(1) En physique le mot *théorie* est souvent employé encore dans le sens d'*explication*. C'est ainsi que l'explication d'un phénomène, l'explication de la marche d'un appareil porte le nom de *théorie* (théorie de l'arc-en-ciel, théorie de la machine pneumatique, etc...).

**DIVISION DE LA PHYSIQUE.** — La physique embrasse des sujets assez divers pour qu'il y ait intérêt à en diviser l'étude.

Le mouvement et les effets des forces, abstraction faite de leur nature, ou des causes qui les produisent, forment une première partie désignée sous le nom de *Mécanique*.

Depuis longtemps la mécanique a conquis par l'observation ou par l'expérience, un petit nombre de lois fondamentales, qui permettent maintenant d'en déduire quels seront les effets de forces données agissant dans des circonstances connues, sans qu'on soit obligé pour cela de recourir à de nouvelles expériences; elle est devenue par là une science rationnelle. Quoiqu'il ne soit plus d'usage d'exposer la mécanique en tête d'un traité de physique (ce qui serait sa véritable place), il nous a paru indispensable de donner ici quelques notions précises sur le travail mécanique, la force vive et l'énergie; c'est ce qui fera l'objet du premier livre.

Ensuite, sous le nom de *Pesanteur* nous étudierons la propriété qu'a la matière d'être pesante.

L'*Hydrostatique* et la *Pneumatique* nous feront connaître les conditions d'équilibre des *fluides* (liquides et gaz) et l'*Hydrodynamique* fera l'étude de leur mouvement.

Les phénomènes de Chaleur, de Lumière, de Son, d'Électricité et de Magnétisme seront ensuite exposés dans les livres portant les noms de *Chaleur*, *Optique*, *Acoustique*, *Électricité* et *Magnétisme*.

---

# LIVRE PREMIER

## CHAPITRE PREMIER

## TRAVAIL MÉCANIQUE — ÉNERGIE

1. **DÉFINITION DU TRAVAIL MÉCANIQUE.** — Une des notions les plus heureusement introduites dans les sciences physiques, et dont l'usage s'impose de plus en plus, est celle du *travail mécanique*.

Pour plus de clarté, nous commencerons par définir le travail dans deux cas particuliers simples, avant de passer à sa définition générale.

Quand une force constante en grandeur et en direction agit sur un corps, et que le point d'application de cette force se déplace en ligne droite dans la direction de celle-ci, *le travail mécanique est égal,* par définition, *au produit de la force par le déplacement de son point d'application.*

Ainsi : en représentant par W le travail, par F la valeur de la force et par $e$ le chemin parcouru par son point d'application, on a :

$$(1) \qquad W = F\,e.$$

La valeur du travail est donc proportionnelle: 1° à la force, 2° au

déplacement de son point d'application. Quand l'unité de force et l'unité de longueur sont fixées, l'unité de travail est fixée aussi : c'est *le travail accompli par l'unité de force déplaçant son point d'application de l'unité de longueur.*

Habituellement, considérant le kilogramme comme unité de force, et le mètre comme unité de longueur, l'unité de travail employée est le *kilogrammètre. Le kilogrammètre est le travail accompli par une force d'un kilogramme, dont le point d'application se déplace d'un mètre dans la direction de la force.* C'est avec cette unité que le travail est le plus généralement exprimé en mécanique.

Ainsi supposons un poids de 5 kilogrammes tombant de 1 mètre de hauteur, le travail vaut 5 kilogrammètres. Si un poids de 1 kilogramme tombe de 5 mètres, le travail vaut encore 5 kilogrammètres ; si un poids de 5 kilogrammes tombe de 5 mètres de hauteur, le travail vaut $5 \times 5$ ou 25 kilogrammètres.

Le point d'application, en se déplaçant dans la direction de la force, peut le faire, soit dans le sens de celle-ci, soit en sens inverse.

Si le déplacement se fait suivant le sens de la force, le travail est dit *moteur,* et on le considère comme une quantité *positive* ($W = + F e$).

Si le déplacement du point d'application se fait en sens inverse de la force, le travail est dit *résistant,* et il est considéré comme une quantité *négative* ($W = - F e$).

Ainsi un poids de 10 kilogrammes qui *descend* verticalement de 3 mètres accomplit un travail *moteur* ($W = + 30$ kilogrammètres), tandis que le même poids de 10 kilogrammes qui *remonte* verticalement de 3 mètres accomplit un travail *résistant* ($W = - 30$ kilogrammètres).

Passons maintenant à un second cas plus général.

Supposons qu'une force F, constante en grandeur et en direction, ait un point d'application qui se déplace en ligne droite suivant une direction différente X'X de celle de la force (fig. 1).

Dans ce cas, la définition du travail est *le produit de la projection f de la force F sur la direction du mouvement par*

*l'espace* AB *franchi par le point d'application* M ; le sens positif de l'axe X′ X de projection étant le sens du mouvement de M sur cet axe.

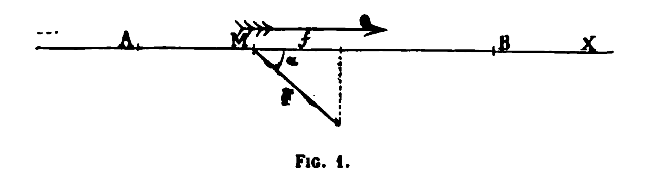



FIG. 1.

C'est donc le travail d'une force $f$ égale à la projection de F sur la direction du mouvement, ou, pour abréger le langage, le travail de la *projection de* F *sur la direction du mouvement.*

Désignons par $\alpha$ l'angle que fait la force F avec la direction X′X, cet angle étant compté à partir du sens MX du mouvement. On a $f = F \cos \alpha$; d'où, en désignant par $e$ la longueur du chemin AB parcouru par le point d'application, la définition du travail W donne la relation

$$(2) \qquad W = F e \cos \alpha$$

Si $\alpha = 0$, on a $W = + Fe$; ce qui est conforme à la première définition. Tant que $\alpha$ reste un angle aigu, son cosinus étant positif, le travail est positif ou moteur (la projection $f$ de F est dirigée dans le sens du mouvement). Si $\alpha$ est droit, $\cos \alpha = 0$ : le travail W est nul (la projection $f$ est nulle). Ainsi, *une force perpendiculaire au déplacement de son point d'application n'accomplit aucun travail.* Si $\alpha$ est un angle obtus, cos $\alpha$ étant négatif, le travail W est négatif ou résistant (la projection $f$ de F est dirigée en sens inverse du mouvement). Enfin si $\alpha$ devient égal à deux droits on a : $\cos \alpha = -1$ d'où $W = -Fe$, ce qui est conforme à la première définition donnée.

Soit AB (fig. 2) le chemin de longueur $e$ parcouru par le point d'application de la force F. Menons une droite PP′ parallèle à F. La projection $ab$ du chemin AB sur PP′, qui fait l'angle $\alpha$

avec X′X, a une longueur $e'$ égale à $e \cos \alpha$ ; on a donc d'après la formule (2) :

$$W' = F\, e' \qquad (3)$$

C'est-à-dire que *le travail d'une force constante en grandeur et en direction peut s'obtenir en faisant le produit de la force par la projection du chemin parcouru sur sa direction.*

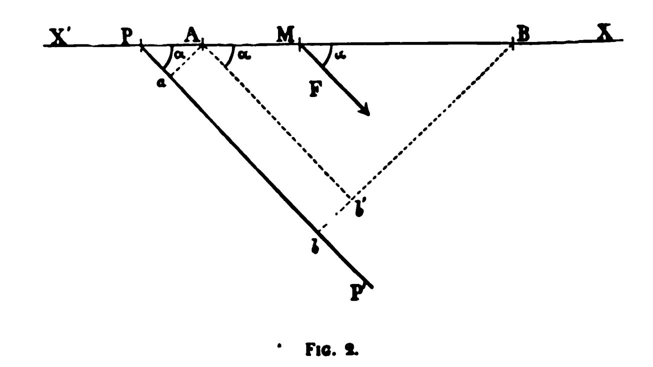



Fig. 2.

Arrivons à la définition la plus générale du travail. Une force F, qui peut varier soit en grandeur soit en direction, a un point d'application qui décrit une trajectoire quelconque rectiligne ou curviligne. Décomposons la portion de trajectoire AB (fig. 3), parcourue dans le temps où l'on considère le travail, en un grand nombre d'éléments tels que CD, assez petits, pour que chacun d'eux puisse se considérer comme une ligne droite, et que la force reste sensiblement constante en grandeur et en direction pendant le temps très court où il est franchi.

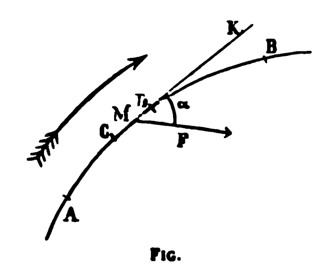



Fig.

Dans ces conditions, le travail pour chacun de ces éléments est donné par la définition précédente : c'est le produit de la

longueur $\varepsilon$ de l'élément par la projection de la force F sur sa direction; ce travail est appelé *travail élémentaire*. Si $w$ est sa valeur, F la valeur numérique de la force et $\alpha$ l'angle que fait celle-ci avec la direction de l'élément, c'est-à-dire avec la tangente MK menée au point où se trouve le mobile M, et dans le sens du mouvement, on a la relation :

$$(4) \qquad w = F \varepsilon \cos \alpha \quad \text{ou} \quad w = F \varepsilon'$$

$\varepsilon'$ étant la projection de l'élément $\varepsilon$ sur la direction de la force.

Le travail élémentaire étant ainsi défini, on prend pour définition du *travail total entre* A *et* B *la somme algébrique des travaux élémentaires* $w_1$, $w_2$, $w_3$... $w_n$ dans les $n$ éléments qui constituent AB [1]. D'après cette définition la valeur W de ce travail est donnée par

$$(5) \qquad W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots w_n = \sum w$$

(1) En toute rigueur, la valeur du travail W est *la limite vers laquelle tendent les valeurs de la somme des travaux élémentaires, quand, le nombre des éléments croissant indéfiniment, la longueur de chacun d'eux tend vers zéro.* On a constamment, dans l'analyse mathématique, à faire une opération de ce genre. On démontre que la valeur limite d'une pareille somme ne change pas, si l'on en remplace les termes par d'autres dont les rapports aux précédents tendent vers l'unité, quand ces termes tendent vers zéro. Ainsi, dans le cas actuel, nous pouvons chercher la valeur limite de la somme, en considérant, dans tout l'élément, la force comme gardant la grandeur F, et la direction $\alpha$ qu'elle ne possède réellement qu'au commencement de cet élément; ou bien, chercher cette limite, en considérant, dans tout l'élément, la force comme ayant la grandeur F', et la direction $\alpha'$ qu'elle n'a réellement qu'à la fin de l'élément. Dans le premier cas, le travail élémentaire est $F\varepsilon\cos\alpha$; dans le second, $F'\varepsilon\cos\alpha'$. Le rapport de ces deux termes $\frac{F'\varepsilon\cos\alpha'}{F\varepsilon\cos\alpha}$ ou $\frac{F'\cos\alpha'}{F\cos\alpha}$ tend vers l'unité quand $\varepsilon$ tend vers zéro, puisque F' devient égal à F, et $\alpha'$ à $\alpha$ : *les limites des deux sommes ont la même valeur.* On peut encore évidemment considérer, dans tout l'élément, la force comme ayant une grandeur ou une direction intermédiaire entre les grandeurs et les directions initiales et finales; la limite de la somme ne change pas. Ainsi cette limite est parfaitement déterminée, quel que soit le mode de calcul employé.

(le signe $\sum$ représentant une somme algébrique de termes semblables) ; ou bien

$$(6) \qquad W = \sum F\varepsilon \cos \alpha = \sum F\varepsilon'$$

Pour faire bien comprendre cette définition, indiquons la valeur du travail dans quelques cas particuliers.

Supposons d'abord qu'une force soit constamment perpendiculaire à l'élément de trajectoire décrit par son point d'application : chaque travail élémentaire étant nul, *le travail total est nul.*

Ainsi, quand on fait tourner en cercle un corps tenu par une corde dont l'extrémité est fixée en un point (centre du cercle), la force qui agit sur le corps, et rend le mouvement circulaire, est la tension de la corde. Cette force, étant dirigée suivant le rayon du cercle, est constamment perpendiculaire à la tangente au point où se trouve le corps : *le travail de la tension de la corde est nul.* Il existe encore d'autres forces de résistance qui sont toujours perpendiculaires aux éléments de trajectoire parcourus par le mobile. Par exemple, la résistance d'une surface solide sur laquelle le corps est astreint à rouler est une force normale à la surface : cette résistance n'accomplit aucun travail.

*Autre exemple.* — Une force F constante en grandeur et en direction (fig. 4) a son point d'application qui se déplace suivant une courbe AB quelconque. Quel est le travail accompli pendant le trajet AB ?

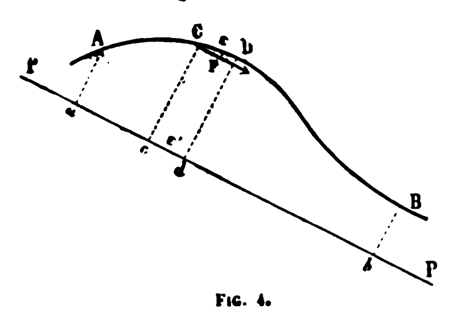


Fig. 4.

Pour le trouver, considérons un élément CD de la trajectoire ; soit $\varepsilon$ sa longueur. Projetons cet élément sur une droite PP' parallèle à la direction constante de la force F ; soient *cd* cette projection et $\varepsilon'$ sa longueur. Le

travail élémentaire de l'élément CD est égal à $F\varepsilon'$. Si nous désignons par $\varepsilon'_1\ \varepsilon'_2\ \varepsilon'_3 \ldots \varepsilon'_n$ la projection sur PP' des $n$ éléments suivant lesquels on a décomposé AB, on a pour le travail total W :

$$W = F\varepsilon'_1 + F\varepsilon'_2 + F\varepsilon'_3 + \ldots + F\varepsilon'_n$$

ou, en mettant F en facteur commun :

$$W = F\,(\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2 + \varepsilon'_3 + \ldots + \varepsilon'_n)\,;$$

or, la parenthèse représente précisément la longueur $e'$ de la projection de l'arc AB sur la droite PP' ; d'où :

$$W = F\,e'$$

*Le travail d'une force constante en grandeur et en direction est égal au produit de cette force par la projection sur sa direction du chemin parcouru,* que ce chemin soit une ligne droite ou une ligne courbe. C'est la généralisation de la proposition que nous avons démontrée plus haut quand la trajectoire est une ligne droite.

Ainsi, soit qu'un corps tombe en ligne droite suivant la verticale, soit qu'il tombe en ligne courbe, comme cela arrive quand il est lancé obliquement, ou qu'il glisse sur une surface courbe, le travail accompli par le poids, force constante en grandeur et en direction, s'obtiendra toujours en multipliant ce poids par la hauteur de chute (projection du chemin parcouru sur la verticale). Si le corps descend, ce travail est positif; s'il remonte, le travail est négatif. Si le corps, après avoir descendu, remonte à la même hauteur, le travail total est nul; car le travail positif de la descente égale exactement le travail négatif de la montée en valeur absolue.

Voici un dernier exemple, dont le résultat nous servira quand nous traiterons de l'Electricité.

Une force F est toujours de même direction, mais non de

même grandeur, sa valeur numérique étant donnée par la relation

$$F = \frac{q}{r^2}$$

dans laquelle $q$ représente une quantité constante, et $r$ la distance variable de son point d'application M (fig. 5) à un point

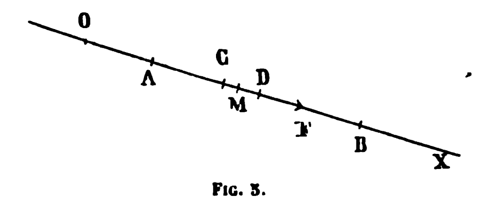



Fig. 5.

fixe O pris sur sa direction. Supposons, en outre, que le déplacement du point d'application M de cette force se fasse en ligne droite suivant la direction OMX de la force. Calculons le travail accompli dans une portion AB du trajet; pour cela, nous allons chercher la valeur du travail élémentaire dans un élément CD du parcours. Soient $r$ la distance OC et $r'$ la distance OD; la force au commencement C de l'élément a pour valeur $\frac{q}{r^2}$; à la fin D, sa valeur est $\frac{q}{r'^2}$. Comme nous l'avons vu (note de la page 13), nous pouvons, dans le calcul du travail total, regarder la force comme constante dans toute l'étendue de l'élément, cette valeur constante étant, soit la valeur initiale $\frac{q}{r^2}$, soit la valeur finale $\frac{q}{r'^2}$, soit toute autre valeur intermédiaire entre ces deux-là, puisque toutes ces valeurs deviendront égales quand la longueur de l'élément tendra vers zéro à la fin du calcul. Pour faciliter celui-ci, choisissons pour valeur constante la moyenne géométrique $\left(\sqrt{\frac{q}{r^2} \times \frac{q}{r'^2}} = \frac{q}{rr'}\right)$ entre la valeur

finale et la valeur initiale de la force. Le travail élémentaire $w$ aura pour expression :

$$w = F(r' - r) = \frac{q}{rr'}(r' - r) = \frac{q}{r} - \frac{q}{r'}$$

Si $w_1, w_2, w_3 \ldots w_n$ représentent les travaux élémentaires dans les $n$ éléments en lesquels on a décomposé AB, si $r_0, r_1, r_2, r_3 \ldots r_{n-1}$ expriment les distances au point O du commencement de chacun des éléments, et, par conséquent, $r_1, r_2, r_3, \ldots r_{n-1}, r_n$ celles de la fin de chacun d'eux, on a d'après la formule ci-dessus :

$$w_1 = \frac{q}{r_0} - \frac{q}{r_1}$$

$$w_2 = \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}$$

$$w_3 = \frac{q}{r_2} - \frac{q}{r_3}$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$w_n = \frac{q}{r_{n-1}} - \frac{q}{r_n}$$

d'où pour le travail total W :

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n = \frac{q}{r_0} - \frac{q}{r_n}$$

(les termes $\frac{q}{r_1}, \frac{q}{r_2}, \ldots, \frac{q}{r_{n-1}}$ disparaissant dans la somme). Or, $r_0$ et $r_n$ sont les distances des extrémités A et B du parcours au point O. Cette expression $\frac{q}{r_0} - \frac{q}{r_n}$ gardant la même valeur, quelque petite que soit la longueur des éléments considérés,

représente en toute rigueur le travail total de la force entre A et B.

**2. TRAVAIL D'UNE FORCE CENTRALE.** — On appelle *force centrale* une force dirigée toujours vers un même point (*centre*), quelle que soit la position du mobile sur lequel elle agit, et dont la valeur ne dépend que de la distance de son point d'application au centre.

La nature nous fournit beaucoup d'exemples de forces centrales; ainsi, l'attraction qu'exerce le soleil sur la terre est une force toujours dirigée vers le centre du soleil, et variant en raison inverse du carré de la distance de la terre à celui-ci : c'est une force centrale.

Voici un théorème très important sur le travail d'une pareille force.

*Le travail d'une force centrale, dont le point d'application se déplace d'une façon quelconque, ne dépend que de la distance initiale et de la distance finale de ce point d'application au centre.*

Ainsi soit O le centre (fig. 6), A la position initiale, et B la position finale du point d'application, qui parcourt l'arc ACB; le travail accompli sera le même que si le mobile part de A′ et va en B′ en décrivant l'arc A′C′B′, pourvu que A et A′ se trouvent à la même distance de O ainsi que B et B′ (1).

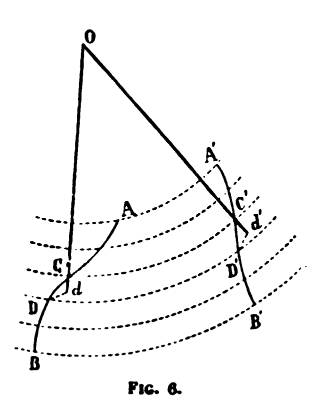


Fig. 6.

En particulier, le travail est le même quand le point d'application va du point A au point B *quel que soit le chemin parcouru.*

Si le travail accompli est positif quand le point d'application s'éloigne du centre O (ce qui aura lieu si la force émanant de O

(1) Pour démontrer ce théorème, menons un certain nombre de sphères ayant O pour centre (fig. 6), dont la première passe par A et A′ et la der-

est *répulsive*), le travail sera négatif quand le point d'application se rapprochera de O. Si, au contraire, pendant l'éloignement le travail accompli est négatif (ce qui aura lieu si la force émanant de O est attractive), pendant le rapprochement il sera positif.

Par conséquent, si le point d'application, après avoir voyagé, revient à la même distance du point O, le travail total est nul.

En particulier, *quand le point d'application revient à son point de départ après avoir parcouru un chemin quelconque, le travail total est nul.*

3. **TRAVAIL DE LA RÉSULTANTE.** — 1° *Le travail de la résultante de deux ou de plusieurs forces appliquées en un même point est égal à la somme algébrique des travaux des composantes.*

Ce théorème se démontre immédiatement en remarquant que la projection $r$ de la résultante R sur la direction X'MX

nière par B et B'; ces surfaces sphériques, que nous prendrons nombreuses et de rayons voisins', découpent les arcs ACB et A'C'B' en un certain nombre d'éléments. Or, le travail élémentaire accompli par la force centrale en décrivant deux éléments tels que CD et C'D', compris entre deux mêmes surfaces sphériques (éléments correspondants), a la même valeur. Pour le voir, remarquons d'abord que la force en CD et en C'D', ayant son point d'application à la même distance de O, a la même valeur numérique F. Menons maintenant les rayons OC*d* et OC'*d'*, et traçons les arcs de grand cercle D*d* et D'*d'* (*d* et *d'* étant les points où les rayons OC*d* et OC'*d'* percent la sphère, passant par D et D'); C*d* et C'*d'* sont les directions de la force pour les éléments CD et C'D'. Or, les côtés D*d* et CD du triangle curviligne CD*d* étant très petits, peuvent se considérer comme rectilignes, et D*d* se confondant avec la tangente à l'arc de cercle est perpendiculaire au rayon OC*d*; ce triangle est donc rectangle en *d*, et C*d* est la projection sur la direction de la force de l'élément CD. On a ainsi pour la valeur du travail élémentaire : $w = F \times Cd$. De même pour l'élément C'D' on a : $w' = F \times C'd'$. Mais $Cd = C'd'$, puisque ce sont des portions de rayons contenus entre deux mêmes sphères concentriques; d'où $w = w'$. Les deux arcs ACB et A'C'B contenant un même nombre d'éléments correspondants, pour lesquels le travail élémentaire a la même valeur, les travaux de la force suivant les deux parcours sont égaux entre eux.

(fig. 7) de l'élément parcouru est égale à la somme algébrique des projections $a$, $b$, $c$ ... $k$ des composantes A, B, C .. K,

$$r = a + b + c + \ldots\ldots + k$$

en multipliant par $\varepsilon$ (longueur de l'élément) les deux membres de cette égalité, on a :

$$r\varepsilon = a\varepsilon + b\varepsilon + c\varepsilon + \ldots\ldots + k\varepsilon$$

ce qui indique que le travail élémentaire $r\varepsilon$ de la résultante égale la somme algébrique des travaux élémentaires $a\varepsilon$, $b\varepsilon$, $c\varepsilon$, ... $k\varepsilon$ des diverses composantes. Il en est donc de même du travail total.

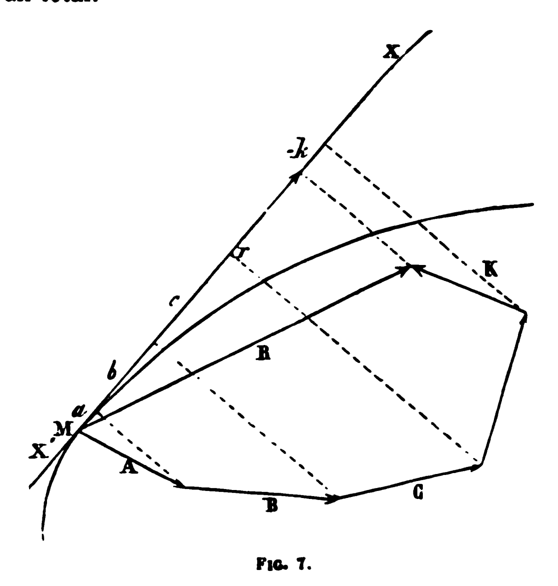



Fig. 7.

En particulier, *quand plusieurs forces appliquées en un même point se font équilibre, la somme algébrique des travaux de ces diverses forces est nulle* puisque, leur résultante étant nulle, son travail est nul.

Si les forces qui se font équilibre se réduisent à deux, elles sont égales, de même direction et de sens contraires : si l'une accomplit un certain travail positif, l'autre accomplit un travail négatif égal au précédent en valeur absolue.

Ainsi, quand on soulève un poids de 1 kilogramme à un mètre de hauteur avec une force à peine supérieure à 1 kilogramme, cette dernière force accomplit un travail positif à peine supérieur à un kilogrammètre, tandis que le poids accomplit un travail négatif d'un kilogrammètre.

2° *Le travail de la résultante de plusieurs forces parallèles appliquées à un corps de forme invariable est égal à la somme algébrique des travaux des composantes.*

Il suffit de faire la démonstration de ce théorème pour un déplacement infiniment petit des points du système, car, s'il est vrai pour les travaux élémentaires, il sera vrai évidemment pour le travail total.

Considérons d'abord le cas de deux forces $f$ et $f'$ (fig. 8), parallèles et de même sens, appliquées en A et en B. On sait que la résultante sera égale à leur somme $(f' + f)$, et appliquée en un point C de la droite AB donnée par la relation :

$$\frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{CB}} = \frac{f'}{f}$$

Supposons qu'il se produise un déplacement élémentaire des points A,B,C, que ceux-ci viennent en A', B', C', et que ces déplacements soient assez petits pour que les forces restent les même en grandeur et en direction.

Projetons les points A,B,C et A',B',C' sur une droite XY parallèle aux forces, soient $a,b,c$ et $a',b',c'$ ces projections ; on a :

$$(1) \qquad \frac{ca}{cb} = \frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{CB}} = \frac{f'}{f} = \frac{\mathrm{C'A'}}{\mathrm{C'B'}} = \frac{c'a'}{c'b'}$$

D'ailleurs les travaux élémentaires des forces $f$ et $f'$ sont respectivement $aa' \times f$ et $bb' \times f'$, et leur somme est égale à :

$$aa' \times f + bb' \times f' = (cc' + c'a' - ca)\, f + (cc' + cb - c'b')\, f'$$
$$= (c'a' \times f - c'b' \times f') - (ca \times f - cb \times f') + cc'\, (f + f').$$

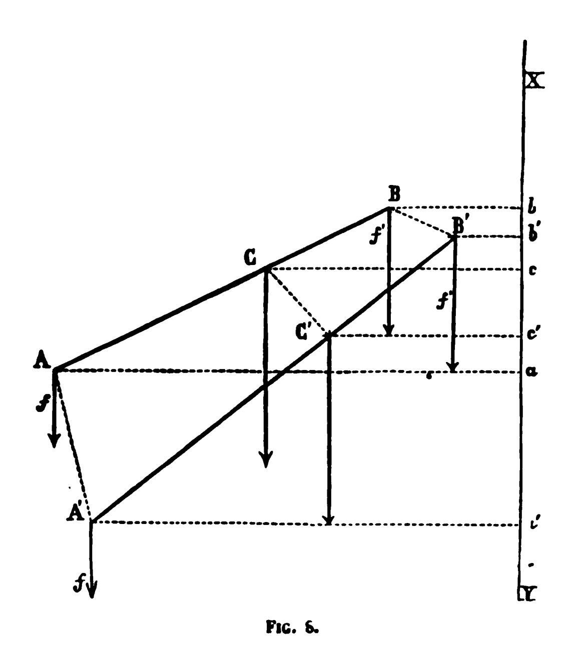



Fig. 6.

Or, en vertu des relations (1) on a :

$$c'a' \times f - c'b' \times f' = 0, \qquad ca \times f - cb \times f' = 0.$$

Il reste donc $cc'\,(f + f')$, ce qui représente bien le travail de la résultante.

Dans le cas où les deux forces sont parallèles et de sens contraires, une démonstration analogue conduit au même résultat.

Il est évident, d'après cela, que le théorème s'étend à un nombre quelconque de forces parallèles, car, pour avoir la résultante finale, on commence par composer deux des forces, puis

on compose leur résultante avec une troisième force, et ainsi de suite.

Enfin, on sait que des forces en nombre quelconque agissant sur un corps solide peuvent être remplacées par le système d'une force résultante et d'un couple résultant. On déduit des théorèmes précédents que la somme des travaux des forces est égale à la somme des travaux de la résultante et du couple résultant. En définitive, on peut remplacer un système de force par un autre équivalent au point de vue mécanique, sans changer la somme des travaux des forces, dans un déplacement quelconque du corps.

4. FORCE VIVE. — Quand un corps a tous ses points animés de la même vitesse $v$, on appelle *force vive* de ce corps le produit $mv^2$ de sa masse $m$ par le carré $v^2$ de sa vitesse.

Si la vitesse du corps croît, la force vive croît ; si elle diminue, la force vive diminue. Pour une même vitesse, la force vive est d'autant plus considérable que la masse est plus grande.

Quand un corps est composé de parties ayant des vitesses différentes, on décompose le corps en parties assez petites pour avoir la même vitesse dans toute leur étendue ; chacune de ces petites masses a une force vive définie comme ci-dessus, et la *force vive totale du corps est la somme de la force vive de chacune de ses parties.*

Même définition pour un système de plusieurs corps, dont *la force vive totale est la somme des forces vives de chacun des corps.*

La force vive est une quantité *toujours positive*, car elle est la somme de termes qui sont le produit d'une masse, quantité toujours positive, par le carré d'une vitesse, qui est toujours positif, que la vitesse soit positive ou négative.

La *force vive* n'est pas une *force*, suivant le sens précis qu'on attache à ce mot. C'est une grandeur qui est une des formes de l'*énergie* que nous définirons plus loin. Elle exige donc une unité particulière pour être mesurée.

Quand l'unité de masse et l'unité de vitesse sont fixées, l'unité de force vive est aussi déterminée : *l'unité de force vive est la force vive de l'unité de masse animée de l'unité de vitesse.*

**5. THÉORÈME DES FORCES VIVES.** — Une relation des plus importantes existe entre le travail mécanique et la force vive.

En voici l'énoncé, dans le cas d'un point matériel soumis à l'action d'une seule force.

*La variation* (augmentation ou diminution) *de force vive d'un point matériel est égale au double du travail produit par la force qui agit sur ce point pendant le temps considéré.*

Si $v_0$ est la vitesse initiale du point matériel, $v$ sa vitesse finale et $m$ sa masse, sa force vive initiale est $mv_0^2$, sa force vive finale est $mv^2$; si W est le travail accompli pendant ce temps par la force qui agit sur le point, le théorème s'exprime par la relation :

(1) $$mv^2 - mv_0^2 = 2W \quad (^1)$$

(1) Voici la démonstration de ce théorème. Soit M un point mobile de masse $m$ décrivant une trajectoire quelconque sous l'influence d'une seule force, quelconque du reste.

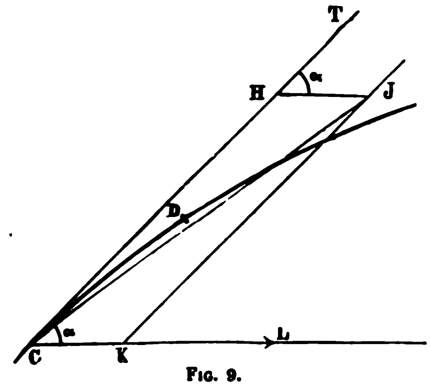


Fig. 9.

Soit un élément CD (fig. 9) de la trajectoire assez petit pour pouvoir considérer la force comme constante, en grandeur, et en direction, dans son parcours; soit F la valeur de cette force CL et $\alpha$ l'angle qu'elle fait avec la tangente CT à la courbe en C. Appelons $\theta$ le temps employé par M pour franchir CD.

Si la force F agissait sur le mobile M partant sans vitesse du point C, le mouvement serait uniformément accéléré dans la direction CL de la force, et en désignant par $j$ l'accélération, la vitesse acquise au bout du temps $\theta$ serait $j\theta$; et comme $j = \frac{F}{m}$, en appelant $s$ la valeur de cette vitesse, on aurait :

(1) $$s = \frac{F}{m}\theta$$

Mais comme, en réalité, le mobile M possède en C une vitesse $v$ dans la

Quand le travail est moteur, W est positif, et l'on a $mv^2 > mv_0^2$ ou $v > v_0$ en valeur absolue ; le point matériel a augmenté de

direction de la tangente CT, en vertu du principe que l'*effet d'une force est indépendant du mouvement antérieurement acquis*, la vitesse $v'$ du mobile en D s'obtiendra en prenant la résultante CJ des deux vitesses CH $(=v)$ et CK $(=a)$ suivant la règle du parallélogramme. Or, l'angle THJ, égal à TCK, a pour valeur $\alpha$; on a donc dans le triangle CJH la relation :

$$\overline{CJ}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{HJ}^2 + 2CH \times HJ \cos\alpha$$

ou

$$(2) \qquad v'^2 = v^2 + a^2 + 2av\cos\alpha = v^2 + \frac{F^2\theta^2}{m^2} + 2\frac{F\theta}{m}v\cos\alpha$$

en multipliant les deux membres par la masse $m$ du mobile, pour introduire la force vive, on a :

$$(3) \qquad mv'^2 - mv^2 = \frac{F^2\theta^2}{m} + 2F\theta v\cos\alpha$$

D'autre part, en appelant $\varepsilon$ la longueur de l'élément CD, on a pour le travail élémentaire $w$ :

$$(4) \qquad w = F\varepsilon\cos\alpha$$

Divisons membre à membre (3) et (4), il vient :

$$(5) \qquad \frac{mv'^2 - mv^2}{w} = \frac{F\theta^2}{m\varepsilon\cos\alpha} + 2\frac{v\theta}{\varepsilon} = \frac{2v}{\left(\frac{\varepsilon}{\theta}\right)}\left(1 + \frac{F\theta}{2vm\cos\alpha}\right)$$

Si maintenant nous faisons tendre vers zéro la longueur $\varepsilon$ de l'élément, $\theta$ tendra vers zéro, et $\frac{\varepsilon}{\theta}$ tendra vers la vitesse $v$ du mobile en C, par définition ; en outre la parenthèse se réduit à son premier terme ; on a donc :

$$(6) \qquad \lim. \frac{mv'^2 - mv^2}{w} = 2.$$

Soit maintenant un arc de trajectoire AB, décomposons le en $n$ arcs 1, 2, 3, 4,..,$n$; soient $v_0, v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n-1}$ les vitesses du mobile au commencement de chacun des arcs, et $v_n$ la vitesse à la fin du dernier, c'est-à-dire

vitesse. Quand, au contraire, le travail est résistant, W est négatif, et l'on a $mv^2 < mv_0^2$, ou $v < v_0$ en valeur absolue : le point matériel a diminué de vitesse.

Dans le cas où plusieurs forces agissent sur le point matériel, comme elles ont même point d'application, on peut remplacer toutes ces forces par leur résultante. Or, la variation de force vive est égale au double du travail de cette résultante ; mais comme celui-ci est égal à la somme des travaux des composantes, le théorème montre que : *la variation de force vive d'un point matériel est égale au double de la somme algébrique des travaux des forces qui agissent sur ce point pendant le temps considéré* ($mv^2 - mv_0^2 = 2\sum W$).

Avant d'aller plus loin, montrons l'utilité de ce théorème en en faisant une application.

en B. Soient $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$ les travaux élémentaires pendant chacun de ces arcs. Les fractions

$$\frac{mv_1^2 - mv_0^2}{w_1}, \quad \frac{mv_2^2 - mv_1^2}{w_2}, \quad \ldots, \quad \frac{mv_n^2 - mv_{n-1}^2}{w_n}$$

tendent vers la valeur 2 quand, $n$ croissant indéfiniment, chacun des arcs tend vers zéro : nous pouvons, par conséquent, prendre ces arcs assez petits pour que les fractions soient toutes positives. Formons alors la fraction

$$\frac{mv_n^2 - mv_0^2}{w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n}$$

ayant pour numérateur la somme des numérateurs des fractions précédentes, et pour dénominateur la somme des dénominateurs. On sait que sa valeur est comprise entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite des fractions précédentes. Elle tend donc aussi vers 2, quand, le nombre des arcs augmentant indéfiniment, leur longueur tend vers zéro. Or, par définition, $(w_1 + w_2 + w_3 + \ldots + w_n)$ devient alors le travail total W pendant le parcours de A à B ; on a donc :

$$\frac{mv_n^2 - mv_0^2}{W} = 2$$

ou

(7) $$mv_n^2 - mv_0^2 = 2W$$ C.Q.F.D

Supposons un point matériel soumis à son poids et tombant suivant une courbe AB (fig. 10). Quelle est la vitesse $v$ acquise en B si $v_0$ est sa vitesse en A.

Le travail W de la pesanteur est donné, comme nous l'avons vu (p. 15), par

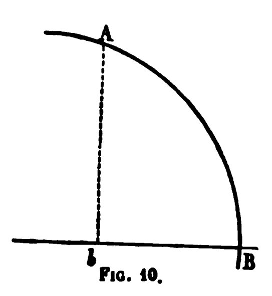


Fig. 10.

$$W = pe$$

$p$ étant le poids du mobile, et $e$ la hauteur $Ab$ de la chute. Il est positif si B est au-dessous de A, négatif dans le cas contraire On a donc :

$$mv^2 - mv_0^2 = \pm 2pe$$

Or, $p = mg$, si $g$ désigne l'accélération du mouvement uniformément accéléré que prend le corps lorsqu'il tombe en chute libre ; on a donc :

$$mv^2 - mv_0^2 = \pm 2mge$$

ou

$$v^2 = v_0^2 \pm 2ge$$

Le signe + convenant si B est au-dessous de A ; le signe — dans le cas contraire. Si $v_0$ est nul, et par conséquent B au-dessous de A, on a :

$$v = \sqrt{2ge}$$

On trouve ainsi pour $v$ la même valeur que dans le cas d'une chute rectiligne.

Ce résultat subsiste encore si le corps roule ou glisse *sans frottement* sur une surface courbe. En effet, outre la pesanteur, il y a bien à considérer la résistance de la surface ; mais, comme cette dernière force est toujours normale à la trajectoire, elle n'accomplit aucun travail, et les formules ci-dessus sont appli-

cables. Ainsi, quelle que soit la courbe décrite par le mobile, la vitesse qu'acquiert dans sa chute un corps qui part du repos est toujours la même pour une même hauteur de chute.

Enfin, abordons le cas le plus général du théorème des forces vives, celui où un corps, ou un système de corps, est soumis à des forces quelconques. Un pareil système peut toujours être considéré comme un ensemble de points matériels à chacun desquels s'applique la relation fondamentale indiquée plus haut. On a donc, en appelant $v_0', v_0'', v_0'''\ldots$, les vitesses initiales; $v', v''$, $v'''\ldots$, les vitesses finales de ces points; $\sum' W$, $\sum'' W$,

$$\sum{}''' W\ldots,$$

les sommes des travaux des forces agissant sur chacun des points; et enfin $m'$, $m''$, $m'''\ldots$, leur masse :

$$m'v'^2 - m'v_0'^2 = 2\sum{}' W$$

$$m''v''^2 - m''v_0''^2 = 2\sum{}'' W$$

$$m'''v'''^2 - m'''v_0'''^2 = 2\sum{}''' W$$

. . . . . . . . . . . .

et, en ajoutant membre à membre :

$$(m'v'^2 + m''v''^2 + m'''v'''^2 + \cdots) - (m'v_0'^2 + m''v_0''^2 + m'''v_0'''^2 + \cdots)$$
$$= 2\left(\sum{}' W + \sum{}'' W + \sum{}''' W + \cdots\right) = 2\sum W.$$

En désignant, pour abréger l'écriture, par $V_1$ la force vive initiale $(m'v_0'^2 + m''v_0''^2 + m'''v_0'''^2 + \cdots)$ et par $V_2$ la force vive finale $(m'v'^2 + m''v''^2 + m'''v'''^2 + \cdots)$ de tout le système, la relation ci-dessus devient :

$$(2) \qquad V_2 - V_1 = 2\sum W$$

De là cet énoncé le plus général du théorème des forces vives :

***La variation de force vive d'un système de corps est égale au double de la somme des travaux de toutes les forces agissant sur les divers points du système.***

Si la somme des travaux des forces est positive, on a $V_2 > V_1$ : la force vive du système augmente. Si la somme des travaux des forces est négative, on a $V_2 < V_1$ : la force vive du système diminue. Si enfin la somme des travaux des forces est nulle, $V_2 = V_1$ : la force vive conserve la même valeur.

Pour montrer, dès à présent, l'importance de ce remarquable théorème, le plus fécond de la mécanique en conséquences immédiatement utiles, faisons en une application au choc de deux corps.

Un boulet de canon possède une masse $m$ et une vitesse $v$; sa force vive est $mv^2$. Si aucune force ne vient à agir sur lui, il conservera indéfiniment sa vitesse, sa force vive. Pour l'arrêter, il faut diminuer celle-ci jusqu'à zéro, et, par conséquent, faire agir des forces dont la somme des travaux soit *négative,* des forces *résistantes.* Par exemple, s'il choque un mur, il rencontre immédiatement une force en sens inverse du mouvement : la résistance du mur. Mais, pour que cette force puisse produire un travail, et un travail négatif, il faut que son point d'application, c'est-à-dire le boulet, se déplace en sens inverse de la force ; car, quelque grande que soit celle-ci, son travail serait nul si le boulet s'arrêtait court dès qu'il y est soumis. Il doit donc pénétrer dans le mur, en le disloquant [1], jusqu'à ce que la somme des travaux des forces résistantes soit devenue égale à la moitié de sa force vive initiale ; celle-ci étant alors complètement dé-

(1) Si le corps qui frappe le mur ne possède qu'une faible force vive, la déformation, qui se produit nécessairement au moment du choc, peut, dans certains cas, ne pas dépasser la limite d'élasticité et n'être que temporaire. Alors, quand la force vive du mobile est détruite par le travail négatif des forces élastiques mises en jeu dans le choc, celles-ci, en faisant reprendre aux deux corps leur forme primitive, accomplissent un travail positif, et l'ensemble des deux corps prend une certaine force vive. Si le corps choqué reste immobile, le corps choquant possède toute la force vive; il prend une vitesse de sens contraire à sa vitesse primitive : il rebondit.

truite, le boulet devient immobile. On voit, par là, que l'effet destructeur d'un boulet, mesuré par le travail mécanique nécessaire pour l'arrêter, est proportionnel à sa force vive; c'est-à-dire : 1° à sa masse $m$; 2° au carré $v^2$ de sa vitesse. Un boulet animé d'une vitesse double d'un autre, produit un effet destructeur quadruple, s'il possède la même masse.

Si, en outre, le boulet est animé d'un mouvement de rotation sur lui-même, sa force vive est augmentée de la force vive de rotation et, à égalité de vitesse de translation, il produit un effet destructeur plus grand.

Pour les mêmes raisons, les dégâts causés par un train de chemin de fer, qui rencontre un obstacle sur la voie, sont d'autant plus considérables que sa force vive est plus grande : le danger d'un train en marche croît comme le carré de sa vitesse. Si deux trains se rencontrent, l'importance des dégâts dépend de la somme de leurs forces vives totales.

Pour bien montrer que l'effet de la *force vive* ne saurait être remplacé par l'effet d'une *force*, considérons l'action de l'une et de l'autre pour enfoncer un pieu.

En chargeant d'un certain poids la tête du pieu, on peut l'enfoncer en terre; mais celui-ci cesse de pénétrer dans le sol, dès que la force de résistance devient égale au poids mis sur la tête du pieu augmenté du propre poids de celui-ci. On peut, à ce moment, ôter le poids, puis le remettre *sans choc,* on n'enfoncera pas le pieu davantage.

Au lieu de faire agir une *force* sur le pieu, soumettons-le à l'action d'un corps possédant une certaine *force vive;* frappons-le avec un marteau ou un mouton : le pieu s'enfoncera de nouveau, et il en sera toujours ainsi à chaque coup.

**6. TRAVAUX DES FORCES INTÉRIEURES.** — Un corps, ou un ensemble de corps peut se considérer comme un système de points matériels soumis : 1° à des forces s'exerçant entre les points du système pris deux à deux; en vertu du principe que l'*action égale la réaction*, celles-ci sont égales, de sens contraires, dirigées suivant la droite joignant les deux points, et ne dépendent en grandeur que de la distance de ces points; nous les appellerons *forces intérieures*; 2° à des forces provenant de l'action de

corps étrangers au système ; nous les appellerons *forces extérieures.*

Ainsi, supposons qu'un corps pesant soit suspendu par une corde ; les différents points de ce corps, qui sera le système considéré, sont soumis à leur poids *force extérieure*, puisqu'elle émane de la terre, qui ne fait pas partie du système ; ils sont soumis, en outre, à des actions moléculaires empêchant les différentes parties du corps de se disjoindre sous l'effet de leur poids, qui tend à détacher les particules inférieures des particules supérieures ; ces forces moléculaires sont des *forces intérieures.*

Généralement la grandeur, la direction, le sens même de ces forces intérieures nous sont inconnus, et, par conséquent, le travail de chacune de ces forces en particulier, quand leurs points d'application sont en mouvement, nous est également inconnu.

Pourtant, dans le théorème des forces vives, les travaux de ces forces intérieures doivent entrer en ligne de compte aussi bien que les travaux des forces extérieures. Heureusement le calcul de la *somme algébrique* des travaux des forces intérieures, qui est précisément ce qu'il importe de connaître, est souvent facilité par un théorème dont voici l'énoncé.

*La somme algébrique des travaux des forces intérieures d'un système ne dépend que des positions relatives des divers points matériels du système au commencement et à la fin du mouvement considéré* [1]. Elle ne dépend nullement des positions intermé-

[1] Pour démontrer ce théorème, il suffit évidemment de faire voir que la somme algébrique des travaux de deux forces dues aux actions mutuelles de deux points l'un sur l'autre ne dépend que de leur distance initiale et de leur distance finale ; car alors les travaux des forces agissant entre les divers points du système ne dépendront que des distances initiales et finales de ces points.

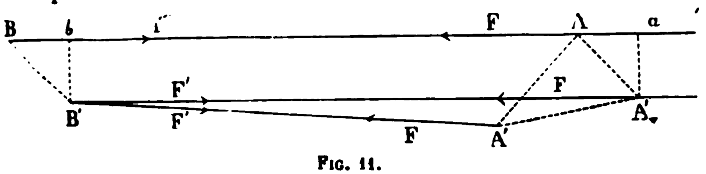



Fig. 11.

Pour cela, remarquons d'abord que, lorsque le point d'application A (fig. 11) d'une force F subit un déplacement AA' assez petit pour que la force

diaires. Si, dans deux transformations différentes du système, les positions initiales et les positions finales des divers points,

puisse se considérer comme constante en grandeur et en direction dans tout l'intervalle, le travail élémentaire a la même valeur, quel que soit le petit chemin parcouru par le point d'application pour aller de A en A'. Car ce travail s'obtient en multipliant la valeur constante de la force par la projection du chemin parcouru sur sa direction, constante aussi ; or, tous les chemins qu commencent et finissent en deux mêmes points A et A' ont même projection sur une droite quelconque. Puisque, dans le calcul des travaux élémentaires des forces F et F' appliquées en A et B, peu importe le chemin parcouru par ces points d'application pour aller des positions initiales A et B aux finales A' et B', supposons que d'abord B aille en B' par la ligne droite BB' et que A décrive, en même temps, une droite $AA'_1$ égale et parallèle à BB' de façon que la figure $ABB'A'_1$ soit un parallélogramme. Dans ce premier déplacement le travail de F' sera $+ f \times Bb$ et le travail de F sera $- f \times Aa$ ($f$ étant la valeur commune des deux forces F et F', $Aa$ et $Bb$ étant les projections de $AA'_1$ et de BB' sur AB) ces deux travaux étant évidemment de signes contraires. Leur somme algébrique est :

$$f\,(Bb - Aa)$$

or on a $Bb = Aa$, car les deux triangles rectangles $AA'_1a$ et $BB'b$ sont égaux, comme ayant leurs angles respectivement égaux, et les hypoténuses égales. Donc la somme algébrique de ces deux travaux est nulle. Amenons maintenant le point d'application de la force F de $A'_1$ à la position finale A', sans faire varier le point d'application de F'. Le travail de F dans ce dernier déplacement, en vertu du théorème sur les forces centrales, ne dépend que de la distance initiale $B'A'_1$ (égale à BA) et de la distance finale B'A'. La somme des travaux élémentaires des deux forces F et F', dans le déplacement, se réduisant à ce dernier travail, ne dépend donc que de la distance initiale et de la distance finale des points d'application de ces forces.

Par conséquent, si $\varepsilon$ est la diminution de distance des points d'application A et B des forces F et F' pendant un déplacement élémentaire, la somme des deux travaux élémentaires est toujours égale à $f\varepsilon$, puisque, si A était resté fixe, et si B s'était rapproché de A de la longueur très petite $\varepsilon$ suivant la droite BA, le travail de la force F aurait été nul, et celui de F' égal à $f\varepsilon$. On voit par là que, lorsque les forces F et F' sont attractives, la somme des deux travaux élémentaires est positive si la distance AB diminue, négative si elle augmente ; c'est l'inverse quand les forces F et F' sont répulsives.

Le théorème, démontré pour les travaux élémentaires, s'étend au travail total dans un déplacement quelconque des points d'application. En effet, deux déplacements différents, où les distances initiales et finales sont respectivement les mêmes, peuvent se décomposer en un même nombre de déplacements élémentaires correspondant aux mêmes variations de distance. Dans les deux cas, les travaux élémentaires correspondants ayant la même valeur, leur somme algébrique est aussi la même.

les uns par rapport aux autres, sont respectivement les mêmes, la somme algébrique des travaux des forces intérieures est exactement la même, bien que, pour passer de l'état initial commun à l'état final commun, les chemins aient été tout différents.

En particulier, *si le système n'a pas subi de déformation*, c'est-à-dire, si les positions relatives au commencement et à la fin du mouvement de ses divers points sont identiques, *la somme algébrique des travaux des forces intérieures est toujours nulle*. Car, on peut passer de l'état initial à l'état final, qui est le même, sans déplacer aucun des points; auquel cas, les travaux des forces intérieures sont évidemment nuls.

Nous ferons un grand usage de ce théorème; il sert de fondement théorique à toute la calorimétrie et, en particulier, à la thermochimie.

7. **ÉNERGIE.** — On appelle *énergie potentielle* d'un système dans un certain état *la valeur maximum que peut atteindre la somme des travaux des forces intérieures du système dans ses transformations possibles à partir de l'état considéré.*

Comme dans une transformation qui ramène le système à l'état initial la somme des travaux des forces intérieures est nulle, on voit que l'énergie potentielle est une quantité égale ou supérieure à zéro; autrement dit, c'est une grandeur *toujours positive.*

Désignons par 1, 2 et 3, trois états différents d'un même système. Soit X la somme des travaux des forces intérieures dans le passage de l'état 1 à l'état 2; soient $u_1$ et $u_2$ cette somme dans le passage de l'état 1 à l'état 3, et dans le passage de l'état 2 à l'état 3; on a la relation:

$$u_1 = X + u_2$$

puisque, la somme des travaux des forces intérieures $u_1$ en passant de l'état 1 à l'état 3 étant indépendante de la manière dont s'effectue la transformation, on peut d'abord faire passer le système de l'état 1 à l'état 2, d'où le travail X, et ensuite de l'état 2 à l'état 3, d'où le travail $u_2$.

Ainsi, pour deux mêmes états 1 et 2, la différence $u_1 - u_2$, toujours égale à X, reste constante, quel que soit l'état 3. Il en résulte que, quand cet état 3 est tel que $u_1$ possède sa plus grande valeur possible, et, par conséquent, représente l'énergie potentielle $U_1$ de l'état 1, $u_2$ possède aussi sa valeur maximum et représente l'énergie potentielle $U_2$ de l'état 2 ; on a donc :

$$U_1 = X + U_2$$

d'où :

$$X = U_1 - U_2 \tag{1}$$

c'est-à-dire, qu'on obtient la quantité de travail accompli par les forces intérieures, dans le passage d'un premier état à un second, en retranchant de l'énergie potentielle du premier état celle du second.

Si l'on a $U_1 > U_2$ ce travail X, accompli par les forces intérieures, est positif ; si $U_1 < U_2$ ce travail est négatif. Par conséquent, lorsque les forces intérieures accomplissent un *travail positif, l'énergie potentielle diminue ;* quand les forces intérieures accomplissent un *travail négatif, l'énergie potentielle augmente.*

On appelle *énergie actuelle la demi-force vive d'un système* $\left(\frac{1}{2} V\right)$.

On appelle *énergie totale*, ou simplement *énergie*, la *somme de l'énergie potentielle et de l'énergie actuelle du système.*

Si E représente l'énergie d'un système, U son énergie potentielle, V sa force vive et, par conséquent, $\frac{1}{2}$ V son énergie actuelle, on a, d'après ces définitions :

$$E = \frac{1}{2} V + U \tag{2}$$

L'énergie, somme de deux quantités toujours positives, est une grandeur *toujours positive.*

**8. RELATION ENTRE LES VARIATIONS D'ÉNERGIE D'UN SYSTÈME ET LE TRAVAIL DES FORCES EXTÉRIEURES.** — *La variation d'énergie d'un système dans une transformation est égale au travail des forces extérieures.* — Si ce travail est positif, l'énergie du système augmente. Si ce travail est négatif, l'énergie du système diminue. Si ce *travail est nul, l'énergie totale du système conserve la même valeur*; ce qui aura lieu, en particulier, si aucune force extérieure n'agit sur le système. Tel est le principe de la *conservation de l'énergie,* qui n'est qu'une conséquence des principes fondamentaux de la dynamique, comme nous allons le montrer.

En effet, la proposition que nous venons d'énoncer découle immédiatement du théorème des forces vives. Soient, dans un premier état, $V_1$ et $U_1$ la force vive et l'énergie potentielle d'un système, et, dans un second état $V_2$ et $U_2$ les valeurs des mêmes quantités. Soit T la somme algébrique des travaux des forces *extérieures* au système pendant la transformation. Le travail des forces *intérieures* étant $U_1 - U_2$, comme nous l'avons vu, la valeur du travail de toutes les forces agissant sur les divers points du système est $U_1 - U_2 + T$; on a donc, d'après le théorème des forces vives :

$$V_2 - V_1 = 2(U_1 - U_2 + T)$$

d'où :

$$\left(\frac{1}{2}V_2 + U_2\right) - \left(\frac{1}{2}V_1 + U_1\right) = T$$

Or $\left(\frac{1}{2}V_1 + U_1\right)$ est l'énergie totale $E_1$ du système dans le premier état, et $\left(\frac{1}{2}V_2 + U_2\right)$ l'énergie totale $E_2$ dans le second état ; on a donc :

$$E_2 - E_1 = T \qquad (1)$$

ce qui est la relation que nous avons énoncée.

Si T est positif, on a $E_2 > E_1$ ; si T est négatif, on a $E_2 < E_1$ ; si $T = 0$ on a $E_2 = E_1$.

Cette notion de l'énergie est une des plus importantes de la physique moderne, et nous devons, par quelques exemples, la faire bien comprendre.

Supposons qu'une lame flexible soit pincée dans un étau à l'une de ses extrémités : cette lame sera le système considéré. Dérangeons-la de sa position d'équilibre, en écartant son extrémité libre; si l'on abandonne la lame à elle-même, elle revient vers cette position; ce qui montre que des forces intérieures sont nées par suite de ce déplacement, et qu'elles tendent à s'y opposer. En passant de la position d'équilibre à la position écartée, les forces intérieures ont donc accompli un travail *négatif* : *l'énergie potentielle du système a augmenté.* On a ainsi accru l'énergie totale de la lame en l'écartant de sa position d'équilibre.

Si maintenant, la lame étant écartée, on l'abandonne à elle-même, et qu'aucune force extérieure, capable d'accomplir un travail pendant le mouvement, n'agisse sur elle, celle-ci revient vers la position d'équilibre, *tout en conservant la même quantité d'énergie totale.* Arrivée à cette position, son énergie potentielle (qu'on pourrait appeler *énergie de position*, puisque sa valeur ne dépend que de la position des différentes parties du système les unes par rapport aux autres) a repris la valeur qu'elle avait avant l'écartement ; mais, son énergie totale étant plus grande, il faut que l'augmentation porte sur l'énergie actuelle. En effet, les diverses parties de la lame sont alors animées de vitesses, qui lui font dépasser sa position d'équilibre, et, par conséquent, possèdent une certaine quantité de force vive.

Ainsi, dans cet exemple, on voit que l'énergie potentielle, qu'avait la lame écartée, s'est transformée en énergie actuelle en revenant vers sa première position.

Dès que la lame, par suite de la vitesse acquise, a dépassé sa position d'équilibre, les forces élastiques tendent à la ramener vers cette position; ses divers points s'avançant ainsi en sens inverse des forces qui agissent sur eux, celles-ci accomplissent des travaux négatifs : *l'énergie potentielle augmente.* Mais,

comme aucune force extérieure ne produit de travail, l'énergie totale doit conserver la même valeur : cette augmentation *d'énergie potentielle* se fait donc aux dépens de *l'énergie actuelle*, de la force vive qui diminue jusqu'à devenir nulle. A ce moment la lame est sans vitesse, elle se trouve écartée de sa position d'équilibre en sens inverse du premier écartement, et elle possède la même quantité d'énergie potentielle qu'alors.

Ainsi, dans ce passage de la position d'équilibre à cette nouvelle position écartée, il se produit une transformation d'énergie actuelle en énergie potentielle.

Inutile d'ajouter que la lame ne reste pas dans cette nouvelle position; elle revient vers la position d'équilibre, la dépasse pour les mêmes raisons que ci-dessus, et revient à la première position écartée, en reprenant la même énergie potentielle que dans le premier cas; et ainsi de suite : ces phénomènes se produisant indéfiniment, la lame accomplit une série *de vibrations* autour de sa position d'équilibre (1).

Insistons un peu maintenant sur la variation d'énergie qui résulte du travail des forces extérieures.

Quand un système *obéit* aux forces extérieures qui lui sont appliquées, c'est-à-dire quand les points d'application se déplacent dans le sens même des forces, celles-ci accomplissent un travail positif, et, comme nous l'avons vu, l'énergie du système augmente d'une quantité égale.

On dit, dans ce cas, que le système *reçoit* un travail. Par exemple, une pierre qui tombe de haut en bas, obéit à son poids, elle reçoit un travail: son énergie augmente. En effet, sa force vive devient de plus en plus grande.

Au contraire, quand un système *surmonte* les forces exté-

(1) La résistance de l'étau, *force extérieure*, ne paraît accomplir aucun travail pendant que la lame vibre par son extrémité libre, puisque l'extrémité pincée est fixe. En réalité, il faudrait une fixité absolue pour qu'il en fût rigoureusement ainsi; comme cela n'a pas lieu, des travaux très faibles sont produits qui diminuent continuellement l'énergie totale de la lame. La résistance de l'air produit le même effet. Il en résulte qu'au bout de quelque temps, tout l'excès d'énergie communiqué par l'écartement a disparu, et, la lame, ramenée au premier état, redevient immobile dans la position d'équilibre.

rieures qui lui sont appliquées, c'est-à-dire quand les points d'application se déplacent en sens inverse des forces, celles-ci accomplissent un travail négatif, et l'énergie du système *diminue* d'une quantité égale.

On dit, dans ce cas, que le système *fournit* un travail. Un système ne peut vaincre les forces extérieures, ne peut fournir un travail que par dépense d'énergie.

Par exemple, une pierre lancée de bas en haut, surmonte son poids; en s'élevant elle fournit un travail : son énergie diminue. En effet, sa force vive devient de plus en plus faible.

Il est bon d'expliquer d'où vient l'expression de « fournir un travail », qui, dans l'exemple précédent, peut paraître bizarre. Quand un système A est soumis à des forces émanant d'un système B, réciproquement, B est soumis à des forces égales et contraires émanant de A. Or, parfois (mais pas toujours) les points d'application de l'action et de la réaction conservent la même distance; dans ce cas, comme nous l'avons vu (§ 6), la somme des travaux de l'action et de la réaction est nulle; par conséquent, le travail des forces émanant de A est égal et de signe contraire au travail des forces émanant de B, et agissant sur A. Si donc ce dernier travail est négatif, le premier est positif. Alors le travail *reçu* par B est égal au travail *fourni* par A; l'énergie de A diminue et celle de B augmente d'une quantité égale.

Ce n'est pas le cas, dans l'exemple d'une pierre qui s'élève ; puisqu'en s'élevant elle s'écarte de la terre sur laquelle elle réagit, et que les points d'application de l'action (poids de la pierre) et de la réaction s'éloignent l'un de l'autre. La terre ne reçoit aucun travail de la pierre ; car, sous l'influence de la réaction, elle ne se meut pas d'une quantité appréciable. Mais faisons remarquer que, si l'énergie de la terre reste la même, et si l'énergie de la pierre diminue en s'élevant, pourtant l'énergie totale du système formé par la terre et la pierre conserve la même valeur; en effet, pendant l'ascension de celle-ci, le système gagne en énergie potentielle précisément ce que la pierre perd en énergie actuelle.

Au contraire, dans l'exemple suivant, où nous serons placés

dans le cas indiqué plus haut, l'expression générale de « travail fourni » se comprendra aisément.

Supposons un arc tendu (système A) et une flèche (système B) reposant sur la corde. Lâchons celle-ci; en revenant à sa position d'équilibre, elle pousse devant elle la flèche, qui, à son tour, réagit sur la corde. La distance entre les points d'application de l'action et de la réaction reste invariable, tant que la force agit, c'est-à-dire tant que la flèche s'appuie sur la corde. Aussi tout le travail *fourni* par l'arc dans ce mouvement est-il *reçu* par la flèche, et une portion de l'énergie qu'avait l'arc tendu a passé à celle-ci, qui est lancée au loin.

Si dans la formule fondamentale

$$E_2 - E_1 = T$$

on fait $E_2 = 0$ ; il vient :

$$T = - E_1$$

c'est-à-dire, que dans une transformation où l'énergie totale du système deviendrait nulle, celui-ci aurait fourni un travail extérieur égal, en valeur absolue, à son énergie primitive.

De là cette définition de l'énergie, souvent donnée :

*L'énergie d'un système est la plus grande quantité de travail mécanique qu'il peut fournir.*

Mais hâtons-nous d'ajouter qu'on ne peut, en réalité, réduire à zéro l'énergie d'un système, et que, par conséquent, la quantité de travail qu'on peut pratiquement en recevoir reste toujours inférieure à son énergie.

**9. DES MACHINES ET DE L'IMPOSSIBILITÉ DU MOUVEMENT PERPÉTUEL.** — Une *machine* est destinée à transformer un travail en un autre plus utile pour l'homme.

La machine, quelle que soit la nature de ses organes, que ce soient des pièces solides, des liquides, des gaz qui y soient employés, qu'on fasse intervenir comme agent l'électricité ou le magnétisme, la machine est un système qui reçoit d'une part

un travail dû à des forces motrices (force musculaire de l'homme ou des animaux, chute d'eau, expansion de la vapeur, etc.), et de l'autre fournit un travail. Ce travail fourni se divise en deux parties : 1° un travail utile, tel que l'ascension d'une pierre ou d'un fardeau par un treuil, tel que celui de la traction d'un train sur une voie ferrée, tel que celui de la désagrégation d'un métal par forage, sciage, rabotage, etc. ; 2° un travail inutile, tel que celui des trépidations ou des frottements des diverses pièces de la machine dans leurs mouvements [1]. Ce dernier travail peut être diminué par une bonne disposition des organes, par le graissage ou par d'autres moyens, mais il ne peut jamais être complètement annulé.

Il en résulte que le travail utile est toujours inférieur au travail fourni.

Supposons qu'une machine, ayant fonctionné pendant un certain temps, revienne exactement dans le même état ; c'est-à-dire, que ses différentes parties reprennent la même position, et que leur force vive présente la même valeur : l'énergie de la machine redevient la même, puisque son énergie potentielle et son énergie actuelle reprennent respectivement les mêmes valeurs. Par conséquent la somme algébrique des travaux des forces extérieures est nulle ; c'est-à-dire que *la machine a fourni un travail exactement égal à celui qu'elle a reçu.*

Le travail *utile*, qui n'est qu'une fraction du travail *fourni*, est donc toujours inférieur au travail *reçu*. Ainsi, loin de créer du travail mécanique, une machine ne rend même pas en travail utile tout ce qu'elle reçoit.

Le problème du *mouvement perpétuel* est donc insoluble ; car sa solution consisterait à trouver une machine qui fournirait indéfiniment du travail utile sans rien recevoir et en revenant au même état, c'est-à-dire, en conservant la même énergie.

(1) Ces frottements, ces trépidations, ont pour effet de donner naissance à un mouvement vibratoire des organes. Ces vibrations (vibrations sonores ou *son*, vibrations calorifiques ou *chaleur*), se transmettent au milieu extérieur, au sol, à l'air, aux corps voisins. En transmettant ces vibrations, le système qui constitue la machine accomplit un travail extérieur, puisqu'il déplace de leur position d'équilibre stable, les particules du milieu environnant.

Un moteur à vapeur, pourtant, produit du travail sans paraître en recevoir.

En réalité, tout comme une autre machine, le moteur à vapeur reçoit un travail. Celui-ci provient des forces d'affinités qui entrent en jeu pendant la combustion du charbon dans le foyer. Le système formé d'oxygène et de carbone éprouve une diminution d'énergie potentielle par sa transformation en acide carbonique; d'où résulte la création d'une quantité équivalente de chaleur, qui, ainsi que nous le verrons plus loin, est une des formes de l'énergie. Or, quand la machine à vapeur fournit un travail, une quantité équivalente de chaleur est détruite comme l'ont montré les expériences de M. Hirn. Ainsi, c'est par l'intermédiaire de la chaleur, que le moteur à vapeur reçoit le travail des forces d'affinités.

Un homme, un animal est une machine du même genre. L'être vivant ne peut pas plus créer de l'énergie qu'un engin mécanique ordinaire. Les aliments jouent le rôle de la houille consommée par la machine à vapeur, et les réactions chimiques dont l'organisme est le siège, le rôle de la combustion qui s'opère dans le foyer.

De rien on ne peut créer de la matière; de rien on ne peut créer de l'énergie.

L'Univers est un vaste système dont la *matière* et l'*énergie* peuvent bien se transformer en leurs différentes variétés, mais dont la quantité de l'une et de l'autre ne peut ni diminuer ni augmenter [1].

*Conservation de la matière, conservation de l'énergie*, tels sont les deux grands principes qui dominent le monde physique. C'est l'illustre chimiste français Lavoisier [2] qui a montré la justesse du premier, c'est au physicien allemand Helmholtz qu'est dû le second.

(1) Aucune force extérieure ne pouvant agir sur l'ensemble de l'Univers, son énergie totale doit rester constante.

(2) Antoine-Laurent Lavoisier, né en 1743, mort en 1794, est le fondateur de la chimie actuelle.

# CHAPITRE II

## MESURES ABSOLUES

**1. GÉNÉRALITÉS SUR LES MESURES ABSOLUES.** — Faire la mesure d'une grandeur consiste à chercher combien une autre grandeur de même espèce, prise comme *unité*, est contenue de fois dans la première; le nombre entier ou fractionnaire, qui représente le résultat, est la *valeur* de la grandeur.

Tant qu'on n'établit aucune relation entre les grandeurs de différentes espèces, le choix de l'unité est indifférent, pourvu que cette unité soit bien déterminée, et qu'on puisse se la procurer toujours parfaitement identique. C'est ainsi qu'on a pu employer comme unité de longueur la *toise*, comme unité de surface la *perche des eaux et forêts*, comme unité de volume le *setier*, unités qui n'ont rien de commun.

Pourtant, il convient le plus souvent d'établir une dépendance entre les unités qui servent à mesurer les diverses grandeurs. C'est ce que nous allons faire comprendre.

Les sciences géométriques, les sciences physiques fournissent des relations entre les grandeurs de différentes natures, et ces relations se traduisent par des formules algébriques. Ainsi, la géométrie nous apprend que l'aire d'un rectangle est proportionnelle au produit de ses deux côtés; ce qui est représenté par la formule :

$$s = all'$$

dans laquelle $s$ représente l'aire du rectangle mesurée avec

une unité quelconque, la perche par exemple; $l$ et $l'$ les longueurs des côtés mesurés avec une unité quelconque, la toise par exemple; et $a$ un certain coefficient numérique qui est la surface en perches d'un carré ayant une toise de côté ; puisqu'en faisant $l = l' = 1$ dans la formule, on a $s = a$.

Voici un autre exemple tiré de la physique. L'expérience prouve que la force qui agit entre deux points électrisés est inversement proportionnelle au carré de leur distance, et comme, d'après la définition même de la grandeur appelée *quantité d'électricité*, cette force est proportionnelle aux quantités d'électricité qui chargent ces points, on a la formule:

$$f = \varphi \frac{qq'}{d^2}$$

dans laquelle $q$ et $q'$ représentent les quantités d'électricité des deux points, $d$ leur distance, $f$ la force électrique, et $\varphi$ un certain coefficient numérique, qui est la force exercée entre deux points chargés chacun de l'unité d'électricité et placés à l'unité de distance; puisqu'en faisant dans la formule $q = q' = 1$ et $d = 1$ il vient $f = \varphi$.

Les coefficients numériques, tels que $a$ ou $\varphi$, qui s'introduisent ainsi dans les formules, ont une valeur qui dépend des unités choisies pour évaluer les grandeurs. Il en résulte qu'avec un choix d'unités convenable on pourra rendre ces coefficients égaux à 1; ce qui simplifiera les formules employées, puisque ces coefficients n'y figureront plus. Il suffit pour cela, dans le premier exemple, de prendre comme unité de surface, celle du carré construit sur l'unité de longueur; on a alors $a = 1$ et la formule qui donne l'aire d'un rectangle devient $s = ll'$. Dans le second exemple, on prendra comme unité de force celle qui s'exerce entre deux points chargés de l'unité d'électricité et placés à l'unité de distance; ou, ce qui revient au même, on prendra comme unité d'électricité celle qui agit sur une égale quantité placée à l'unité de distance avec l'unité de force adoptée; on aura alors $\varphi = 1$ et la formule qui donne la force électrique deviendra $f = \frac{qq'}{d^2}$.

Un système de mesures faites avec des unités telles que les coefficients se réduisent à 1 dans les principales formules employées est dit un *système de mesures absolues*.

Le système métrique en est un exemple; puisqu'en prenant le mètre, le mètre carré et le mètre cube pour unités de longueur, de surface et de volume, on a les formules $s = ll'$ pour l'aire d'un rectangle et $v = ll'l''$ pour le volume d'un parallélipipède rectangle dont $l$, $l'$ et $l''$ sont les côtés.

Quand une formule, à un seul coefficient numérique, donne une relation entre $n$ grandeurs d'espèces différentes, on peut évaluer avec des unités quelconques $(n - 1)$ d'entre elles, et l'on pourra toujours choisir, pour mesurer la $n^{me}$, une unité telle que le coefficient numérique devienne égal à 1. La formule employée dans ce cas sera dite la *formule de définition* de l'unité de cette $n^{me}$ grandeur.

Ce n'est, du reste, que pour cette formule de définition que le coefficient égale l'unité; il est bien évident que d'autres relations entre les mêmes grandeurs pourront nécessiter l'emploi d'un coefficient numérique différent de 1. C'est ainsi que dans le système métrique la formule de définition de l'unité de surface est celle qui donne l'aire d'un rectangle; ce qui fait que l'aire $s$ d'un triangle équilatéral de côté $l$ est donné par la formule

$$s = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2,$$

qui nécessite le coefficient numérique $\frac{\sqrt{3}}{4}$. On aurait pu prendre, comme formule de définition de l'unité de surface, la formule du triangle équilatéral; c'est-à-dire, prendre comme unité de surface celle du triangle équilatéral de côté-unité; la surface d'un triangle équilatéral de côté $l$ serait alors donnée par la formule $s = l^2$ ; mais, dans ce cas la surface du rectangle de côté $l$ et $l'$ serait représentée par la formule

$$s = \frac{4}{\sqrt{3}} ll'$$

qui nécessite l'emploi du coefficient numérique $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

Il est clair que, dans un système de mesures absolues, s'il n'y a que les formules de définition des unités qui aient un coefficient

égal à l'unité, les coefficients numériques des autres formules sont généralement simples, et leur valeur représente une loi. C'est ainsi que le coefficient numérique $\frac{\sqrt{3}}{4}$ qui entre dans la formule de la surface du triangle équilatéral nous fait voir que le *rapport qui existe entre la surface d'un triangle équilatéral et celle d'un carré ayant même côté que ce triangle est toujours égal à* $\frac{\sqrt{3}}{4}$

**2. UNITÉS FONDAMENTALES ET UNITÉS DÉRIVÉES.** — Supposons qu'on ait fait choix d'une unité de longueur et d'une unité de temps (le centimètre et la seconde par exemple); il sera convenable de prendre : 1° comme unité de vitesse, celle du mobile animé d'un mouvement uniforme qui parcourt l'unité de longueur dans l'unité de temps; la formule du mouvement uniforme s'écrira alors sans coefficieut ($e = vt$) ; 2° comme unité d'accélération, celle d'un mobile animé d'un mouvement uniformément accéléré dont la vitesse s'accroît d'une unité dans l'unité de temps; alors la formule qui donne la vitesse d'un mouvement uniformément varié n'aura pas de coefficient ($v - v_0 = gt$).

Choisissons maintenant une unité de masse quelconque (celle du gramme par exemple) ; nous devrons prendre, comme unité de force, celle qui imprime à l'unité de masse l'unité d'accélération, d'après la formule de définition de la masse ($m = \frac{f}{g}$), qui nous sert ici à définir l'unité de force.

L'unité de force étant fixée, nous pourrons successivement définir les unités absolues de la plupart des grandeurs dont s'occupe la physique, les phénomènes se manifestant par des forces généralement mesurables. Nous en avons donné un exemple plus haut dans la mesure absolue d'une quantité d'électricité.

Ainsi, en choisissant arbitrairement les unités de trois grandeurs convenables (dans notre exemple : une unité de longueur, une unité de temps et une unité de masse), qui seront les *unités fondamentales* du système, on peut en faire dériver les unités des autres grandeurs employées en physique, de façon que les formules les plus importantes, les plus fréquemment employées,

servant de formule de définition d'une unité, n'aient pas de coefficients numériques, et que les autres aient un coefficient simple, rappelant une loi : on aura par là un système de mesures absolues.

Les divers systèmes de mesures absolues, qu'on peut proposer, diffèrent entre eux :

1° Par le choix *de la nature des trois unités fondamentales.* — Au lieu des unités de longueur, de temps et de masse, on pourrait aussi bien prendre soit des unités de longueur, de temps et de force (l'unité de masse serait une unité dérivée); soit des unités de longueur, de masse et de force (l'unité de temps serait une unité dérivée); soit encore des unités de temps, de masse et de force (l'unité de longueur serait, dans ce cas. une unité dérivée) ;

2° Par le choix *des dimensions des unités fondamentales.* — On peut, pour unité de longueur, adopter soit la toise, soit le pouce, soit le centimètre.

3° Par le choix *des formules de définition des unités dérivées.* — Nous avons vu, par exemple, que l'unité de longueur étant fixée, on peut prendre comme unité de surface soit celle d'un carré de côté-unité, soit celle d'un triangle équilatéral de côté-unité.

Il était bien désirable qu'une entente s'établisse sur le choix d'un système de mesures absolues, auquel les physiciens se conformeraient à l'avenir, pour que les nombres qui représentent une même grandeur ne soient pas différents d'un ouvrage à un autre. Cette entente a eu lieu au Congrès international des Electriciens, qui a réuni à Paris, en 1881, les notabilités scientifiques du monde entier.

Nous allons exposer le système qui a été adopté par le Congrès; il n'est autre, du reste, que celui qui avait déjà été établi dès 1861 par l'Association Britannique. Nous nous y conformerons dans les calculs et les données numériques de cet ouvrage. Mais, auparavant, signalons une difficulté inhérente à toute espèce de système absolu, et le moyen d'y remédier.

Si les dimensions des unités de certaines espèces de grandeur sont convenables pour la pratique, les dimensions des uni-

tés de quelques autres espèces sont, quoi qu'on fasse, ou trop petites, ou trop grandes. C'est ainsi que dans le système adopté par le Congrès, les dimensions des unités fondamentales (centimètre, masse du gramme, seconde) sont convenables pour la pratique; mais, parmi les unités dérivées, il en est, comme l'unité de travail, ou l'unité de résistance électrique, qui sont beaucoup trop petites, et d'autres, comme l'unité de capacité électrique, qui sont beaucoup trop grandes.

On se tire aisément de cette difficulté en prenant pour ces grandeurs une unité secondaire, qui vaut l'unité absolue multipliée par une puissance de dix convenablement choisie, et à laquelle il est bon de donner un nom spécial. C'est ainsi qu'au lieu d'exprimer la valeur d'une résistance électrique en unités absolues, on l'exprime en *Ohms*, l'*Ohm* valant $10^9$ unités absolues.

En outre, si, pour certaines mesures, l'unité absolue ou l'unité secondaire est convenable, pour d'autres elle est incommode, étant trop grande ou trop petite.

Ainsi, le mètre, qui est d'une bonne dimension pour mesurer la largeur d'une place, la longueur d'une rue, est une unité trop petite pour mesurer la longueur d'une contrée, et trop grande dans d'autres cas, par exemple, pour évaluer le diamètre des cellules dont se composent les tissus des êtres vivants. Aussi emploie-t-on des unités secondaires qui sont dix, cent, mille ou un million de fois plus grandes et qu'on désigne à l'aide des préfixes *déca, hecto, kilo, méga* (décamètre, hectomètre, kilomètre, mégamètre) et d'autres qui sont le dixième, le centième, le millième ou le millionnième de l'unité et qu'on désigne par les préfixes *déci, centi, milli, micro* (décimètre, centimètre, millimètre, micromètre) (1).

3. **UNITÉS ABSOLUES ACTUELLEMENT EMPLOYÉES DANS LES MESURES DE PHYSIQUE.** — En nature, les unités fondamentales

(1) Il est commode, dans l'écriture, de représenter les nombres très grands ou très petits par un nombre compris entre 1 et 10 multiplié par une puissance de dix convenable. Ainsi au lieu d'écrire 2 335 000 000 000 000, d'écrire $2{,}335 \times 10^{15}$, et au lieu de 0,000 000 007 821, d'écrire $7{,}821 \times 10^{-9}$. — La puissance de dix à employer est ainsi la caractéristique du logarithme du nombre.

adoptées par le Congrès des Electriciens sont des unités de *longueur*, de *masse* et de *temps*, dont nous allons donner les définitions.

UNITÉS FONDAMENTALES.

1° Unité de longueur.

Le *centimètre* défini comme la *centième partie de la longueur à 0° de l'étalon prototype en platine déposé aux Archives et représentant le mètre* (1).

On sait que ce mètre-étalon n'est pas exactement le $\frac{1}{40\,000\,000}$ de la longueur d'un méridien; l'unité de longueur est donc arbitraire, mais parfaitement définie.

2° Unité de masse.

La masse du *gramme* définie comme la *millième partie de la masse de l'étalon prototype en platine déposé aux Archives et représentant le kilogramme.*

On sait qu'en établissant le système métrique, la Convention Nationale avait décidé que le kilogramme serait le *poids d'un décimètre cube d'eau pure à 4°, pesée dans le vide, à Paris.* L'étalon prototype aurait dû avoir, par conséquent, la même masse qu'un décimètre cube d'eau pure à 4°. Mais, par suite d'erreurs assez difficiles à éviter, au temps où cet étalon a été construit, il a une masse un peu moindre. Il en résulte que la masse d'un centimètre cube d'eau pure à 4° n'est pas exactement celle de la millième partie du kilogramme-étalon, autrement dit ne représente pas exactement l'unité de masse adoptée. D'après les recherches les plus récentes, un centimètre cube d'eau pure à 4° a pour masse

$$1{,}000\,013$$

Comme on appelle *densité* d'une substance la masse de l'unité

(1) Les étalons prototypes en platine du mètre et du kilogramme ont été déposés aux Archives le 4 messidor an VII, conformément à la disposition de la loi du 18 germinal an III, concernant les poids et mesures.

de volume, l'eau à son maximum de densité (4°) a pour densité 1,000 013; c'est à 2°,85 ou à 5°,15 que sa densité est égale à l'unité.

### 3° Unité de temps.

La *seconde* définie comme la *fraction* $\frac{1}{24 \times \overline{60}^2}$ *du jour solaire moyen.*

Ce système d'unités absolues, ayant pour base le centimètre, le gramme et la seconde, est connu sous le nom de système C.G.S.

## UNITÉS DÉRIVÉES.

Nous n'indiquerons, pour le moment, que les unités mécaniques : à propos de chacune des grandeurs étudiées dans cet ouvrage, nous donnerons la définition de son unité dans le système C.G.S.

### Unité de vitesse.

*La vitesse d'un mobile animé d'un mouvement uniforme qui franchit l'unité de longueur dans l'unité de temps.*

Par conséquent, si un mobile animé d'un mouvement uniforme parcourt un espace $e$ dans le temps $t$ avec une vitesse $v$, on a la relation :

$$e = vt$$

La lumière parcourant 300 000 kilomètres par seconde, sa vitesse de propagation en unités C.G.S est $3 \times 10^{10}$.

### Unité d'accélération.

*L'accélération d'un mobile animé d'un mouvement uniformément accéléré dans lequel la vitesse s'accroît d'une unité dans l'unité de temps.*

D'où, si $v$ représente au temps $t$ la vitesse d'un point mobile doué d'un mouvement uniformément accéléré, $v_0$ sa vitesse initiale, et $g$ l'accélération, la relation :

$$v - v_0 = gt$$

L'intensité de la pesanteur à Paris, comme nous le montrerons plus loin, vaut 980,96 unités C.G.S.

### Unité de force.

*La force qui imprime à un mobile ayant l'unité de masse l'unité d'accélération.*

Si $f$ est la force qui agit sur un mobile de masse $m$, et si $g$ est l'accélération qu'elle lui communique, on a la relation:

$$f = mg$$

Cette unité de force a reçu le nom de *dyne* (1). Le *poids d'un gramme* à Paris, communiquant à la masse de celui-ci (unité de masse C.G.S.) une accélération égale à 980,96 unités C.G.S, vaut d'après la formule ci-dessus 980,96 dynes.

Par conséquent, à Paris, le poids

| | | | |
|---|---|---|---|
| d'un milligramme vaut | 0,98096 dyne (grossièrement 1 dyne). | | |
| d'un gramme — | $0{,}98096 \times 10^3$ dynes, | soit | 0,98096 kilodyne, |
| d'un kilogramme — | $0{,}98096 \times 10^6$ — | — | 0,98096 mégadyne. |

L'unité de force C.G.S. est assez petite, puisque c'est à peu près le poids d'un milligramme.

### Unité de travail.

*Le travail produit par l'unité de force qui déplace dans sa direction son point d'application de l'unité de longueur.*

D'où, en désignant par $f$ la valeur d'une force, par $e$ le chemin parcouru dans sa direction par son point d'application, et par $w$ le travail produit, la relation :

$$w = fe$$

(1) De δύναμις, force.

Cette unité de travail a reçu le nom d'*erg* (1).
D'après cela, la valeur du kilogrammètre est

$$0,98096 \times 10^6 \times 10^2 = 0,98096 \times 10^8 \text{ ergs},$$

soit encore 98,096 mégergs.

L'erg est une unité bien petite, puisqu'un milligramme tombant d'un centimètre accomplit à peu près un erg. Une unité secondaire valant 100 mégergs différerait peu du kilogrammètre et pourrait le remplacer dans l'usage pratique (2).

### Unité de puissance.

*La puissance d'un moteur qui produit une unité de travail dans l'unité de temps.*

D'où, si $j$ représente la puissance d'un moteur fournissant un travail $w$ dans le temps $t$, la relation

$$w = jt$$

Cette unité de puissance, qui n'a pas reçu de nom particulier, est d'une petitesse extrême : une mouche est un moteur d'une puissance de plusieurs unités. Le cheval-vapeur, qui, comme on le sait, est la puissance d'un moteur qui produit 75 kilogrammètres par seconde, vaut

$$75 \times 0,98096 \times 10^8 = 0,73572 \times 10^{10} \text{ unités C.G.S.} \ (3).$$

(1) De ἔργον, travail.

(2) Il est regrettable qu'on n'ait pas donné un nom spécial à cette unité secondaire valant 100 mégergs, ce qui permettrait d'exprimer en une unité de dimension convenable les travaux mécaniques qui intéressent l'industrie.

(3) Une unité secondaire de puissance valant $10^{10}$ unités C.G.S. serait convenable pour l'évaluation pratique de la puissance des machines. Il serait utile de lui donner un nom spécial.

Le cheval-vapeur vaudrait 0,736 de cette unité secondaire.

# LIVRE II

## PESANTEUR

## CHAPITRE PREMIER

### GÉNÉRALITÉS SUR LA PESANTEUR

**1. LA MATIÈRE EST PESANTE.** — A la surface de la Terre, tout corps abandonné à lui-même se dirige vers le sol, *tombe* suivant l'expression consacrée; placé sur un obstacle, il tend à l'enfoncer; accroché à un dynamomètre, il en fait fléchir le ressort. Ainsi, la matière près de la surface de la Terre est soumise à une force dirigée vers le sol. Sans rien préjuger sur la nature de celle-ci, on lui a donné un nom, on l'appelle la *pesanteur* : la matière est *pesante*.

Pourtant, quelques corps, tels que la fumée ou un ballon gonflé de gaz d'éclairage, semblent faire exception à cette loi générale et, abandonnés à eux-mêmes, montent au lieu de descendre. Ceci tient, non à ce que la pesanteur n'agit pas sur eux, mais à ce que son effet est masqué par celui d'une autre force, la *poussée de l'air*, qui tend à les soulever. Cette poussée provient précisément de ce que l'air est lui-même pesant, comme nous le verrons plus loin.

Nous allons faire l'étude expérimentale de la pesanteur; nous montrerons ensuite qu'elle n'est qu'un cas particulier de l'*attraction universelle*.

**2. DIRECTION DE LA PESANTEUR.** — Un moyen fort simple pour trouver la direction d'une force consiste à faire agir celle-ci à l'une des extrémités d'un fil flexible dont l'autre extrémité est fixe : le fil se tend sous l'influence de la force et *suivant sa direction*. C'est, en effet, la tension du fil qui fait équilibre à la force étudiée ; or, deux forces ne peuvent se faire équilibre que si elles ont même direction (et sont de sens opposé) ; et, puisque la tension du fil est toujours dirigée suivant la direction du fil lui-même, il en est de même de l'autre force, quand l'équilibre est atteint.

D'après cela, pour trouver la direction de la pesanteur, nous attacherons un corps quelconque, mais un peu lourd, à l'extrémité inférieure d'un fil flexible, que nous suspendrons à un objet fixe. Quand le fil sera revenu au repos, sa direction sera celle de la pesanteur, qui agit sur le corps placé à son extrémité.

Ce petit appareil bien simple porte le nom de *fil à plomb*.

Répétons cette expérience en employant plusieurs fils terminés par différentes substances pesantes, et placés à côté les uns des autres ; nous constaterons que tous ces fils deviennent parallèles dans la position d'équilibre. Nous en concluons que *la direction de la pesanteur est la même, dans un même lieu, pour toutes les substances pesantes*.

Cette direction a reçu un nom, on l'appelle la *verticale* du lieu. Le fil à plomb sert à trouver la verticale, passant par un point déterminé.

Si l'on fait cette expérience au-dessus d'un liquide en équilibre (fig. 12), tel que de l'eau ou du mercure, on voit que la direction du fil est exactement perpendiculaire au plan que forme la surface libre du liquide. En effet, l'image du fil, donnée par la réflexion de la lumière à la surface du liquide est juste dans le prolongement du fil lui-même ; on s'en assure en plaçant entre l'œil et celui-ci un second fil à plomb tenu à la main : si l'on dispose l'œil de façon que ce fil paraisse couvrir le premier, il paraîtra couvrir aussi son image, quelle que soit la position de l'observateur autour du fil plongeant dans le liquide. Or, nous verrons en optique que, lorsque l'image fournie par une ligne droite se réfléchissant dans un miroir plan est dans

le prolongement de la droite elle-même, celle-ci est exactement perpendiculaire au plan réfléchissant.

On a donné le nom de *plan horizontal* à tout plan perpendiculaire à la verticale. D'après l'expérience précédente, la surface libre d'un liquide en équilibre est un plan horizontal.

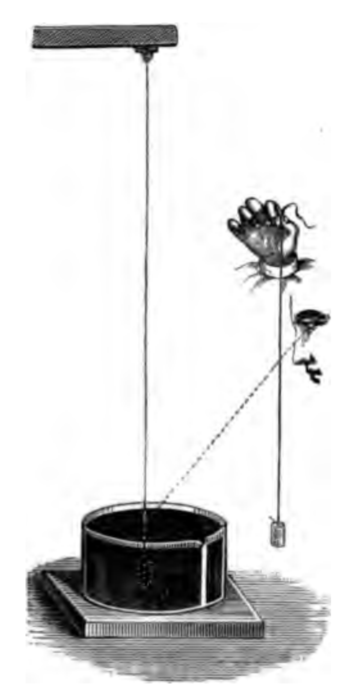


Fig. 12.

Quand nous considérons une vaste étendue d'eau, telle qu'une mer ou un océan, sa surface n'est pas un plan, mais bien une surface courbe, à peu près sphérique, celle du globe terrestre lui-même.

Si la petite quantité de liquide contenu dans un vase ou un bassin nous paraît avoir une surface plane, cela tient à ce que le rayon de la sphère terrestre étant immense par rapport à l'étendue considérée, nous ne pouvons apprécier la faible courbure de la surface sphérique, qui se confond avec son plan tangent.

L'expérience précédente montre ainsi que la verticale (direction de la pesanteur) est, en chaque lieu, perpendiculaire au plan tangent au globe terrestre. Or, ce globe étant à peu près une sphère, la verticale est dirigée suivant le rayon de celle-ci, ou en d'autres termes, *la direction de la pesanteur passe par le centre de la Terre.*

En deux points différents du globe, les verticales, se rencontrant au centre de la terre, ne sont pas parallèles; mais, quand les deux points sont très voisins, les verticales se dirigeant vers un même point fort éloigné par rapport à leur distance, nous paraissent parallèles, et peuvent se considérer comme telles.

**3. POIDS. — CENTRE DE GRAVITÉ.** — Quelque minimes que soient les parties en lesquelles on divise un corps, chacune d'elles est pesante. La pesanteur se fait donc sentir sur toutes les portions d'un objet, et chaque particule est ainsi le point d'application de forces toutes verticales, par conséquent parallèles entre elles et de même sens.

Comme on le sait, l'ensemble de ces forces peut se remplacer par une résultante; celle-ci est égale à leur somme, parallèle à leur direction commune, de même sens qu'elles, et appliquée en un certain point déterminé.

Cette résultante s'appelle le *poids*, et son point d'application le *centre de gravité* du corps.

Quand on vient à changer la position d'un corps, l'action de la pesanteur sur chacune de ses parties ne variant pas, le poids du corps, qui est égal à leur somme, ne varie pas non plus.

Si, pendant le changement de position d'un objet, sa forme reste invariable, le centre de gravité conserve la même position par rapport à l'objet. En effet, c'est un *centre de forces parallèles*, qui, comme on le sait, reste à la même place quand les forces, sans changer ni de grandeur, ni de point d'application, viennent, toutes ensemble, à varier de direction par rapport au corps.

Aussi, dans les problèmes relatifs à l'action de la pesanteur, au lieu de considérer les forces, en nombre infini, agissant sur toutes les particules d'un corps, il suffit d'en considérer une seule, le *poids, force verticale, dirigée de haut en bas et appliquée au centre de gravité du corps*; ce dernier point occupant une position fixe dans un objet de forme invariable.

Faisons remarquer que ce centre de gravité n'est pas nécessairement un point du corps lui-même; il peut se trouver en dehors de celui-ci. Par exemple, le centre de gravité d'un anneau, par raison de symétrie, est au centre de l'anneau, là où il n'y a pas de matière; il en est de même pour la plupart des corps creux. Il faut supposer ce point relié d'une façon immuable au corps lui-même, pour que le poids, qui y est appliqué, puisse produire le même effet que l'ensemble des forces provenant de l'action de la pesanteur sur toutes les parties du corps.

Il semble, au premier abord, que les notions de *poids* et de *centre de gravité*, que nous venons d'indiquer, ne conviennent qu'aux corps solides ; car il faut que les forces parallèles soient appliquées à un même corps *solide* pour qu'on soit en droit de les remplacer par une résultante. Mais, dans les problèmes d'équilibre relatif des liquides et des gaz où les diverses particules de ceux-ci ne se déplacent plus les unes par rapport aux autres, on peut supposer celles-ci invariablement liées entre elles, sans que ces liaisons fictives, si elles existaient réellement, puissent troubler l'équilibre des forces considérées. On peut donc encore remplacer les forces de pesanteur par un *poids* appliqué en un point *centre de gravité* invariablement lié à tous les points du fluide en équilibre.

Enfin, dans le cas où ces fluides ne sont pas en équilibre, le mot *poids* n'a d'autre sens que celui de *somme des forces dues à la pesanteur*.

4. ÉQUILIBRE D'UN CORPS SOLIDE SOUMIS A L'ACTION DE LA PESANTEUR. — Toutes les actions de la pesanteur pouvant être remplacées par le poids du corps, il faut et il suffit, pour que l'équilibre existe, que les autres forces agissantes aient une résultante numériquement égale au poids, verticale comme lui, mais en sens inverse, et appliquée soit au centre de gravité du corps, soit en tout autre point de la verticale passant par ce centre de gravité ; on peut toujours supposer, du reste, le point d'application de cette résultante invariablement lié au corps solide.

Prenons, comme exemple, un corps pouvant tourner autour d'un point fixe, la pesanteur et la résistance de ce point étant les seules forces agissant sur lui. Comme cette dernière est toujours appliquée au point fixe, il faut, pour l'équilibrer, que le centre de gravité soit dans la verticale passant par ce point. Cette condition est suffisante du reste, car, si la direction du poids passe par le point fixe, la résistance de celui-ci prend la direction verticale, et croît jusqu'à devenir égale au poids.

Ce cas se présente, en particulier, quand un corps est suspendu par un fil flexible fixé à son extrémité supérieure. Le fil, tendu par le poids du corps, constitue avec lui un solide de forme

invariable, qui peut tourner autour du point d'attache du fil. L'équilibre n'a lieu que si le centre de gravité du système est placé sur la verticale passant par ce point.

Pour les mêmes raisons, quand un corps peut tourner autour d'un axe fixe O (fig. 13), la condition nécessaire et suffisante pour l'équilibre est que le centre de gravité soit placé dans le plan vertical $OG_1$, passant par l'axe O. Le poids est alors détruit par la résistance de cet axe.

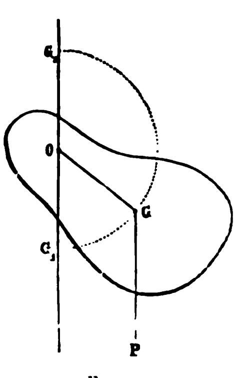


Fig. 13.

Quand un corps est dérangé très peu de sa position d'équilibre, et abandonné ensuite sans vitesse à lui-même, trois cas peuvent se présenter :

1° Le corps peut revenir vers la position d'équilibre : dans ce cas, l'équilibre est dit *stable*;

2° Le corps peut s'écarter de plus en plus de sa position d'équilibre : dans ce cas, l'équilibre est dit *instable* (1) ;

3° Le corps peut rester dans sa nouvelle position ; dans ce cas, l'équilibre est dit *indifférent*.

Un corps, pouvant tourner autour d'un axe fixe, nous fournit un exemple de ces trois cas d'équilibre.

Si le centre de gravité est en $G_1$, dans le plan vertical passant par l'axe O *au-dessous* de celui-ci, l'équilibre est stable ; car, si l'on vient à écarter un peu le corps de cette position, le poids P le fera tourner autour de O de façon à le ramener vers la position d'équilibre.

Si le centre de gravité est en $G_2$ dans le plan vertical passant par l'axe O, mais *au-dessus* de celui-ci, l'équilibre est instable ; car, si l'on vient à écarter un peu le corps de cette position, son

(1) L'équilibre instable est irréalisable pratiquement, car il faudrait amener le corps *juste* dans la position d'équilibre et l'abandonner *sans lui communiquer le moindre mouvement*, pour qu'il y reste. Or nous ne savons rien faire avec une exactitude absolue.

poids le fera basculer, et il s'écartera de plus en plus de la position d'équilibre.

Enfin, si l'axe passe par le centre de gravité, l'équilibre est indifférent ; car le corps est en équilibre dans toutes les positions qu'on peut lui donner, puisque le poids, étant appliqué à l'axe fixe, est toujours détruit par la résistance de celui-ci.

Quand un corps solide repose sur un plan résistant horizontal, comme un meuble sur le plancher d'une pièce, l'équilibre du corps nécessite que la verticale passant par le centre de gravité tombe à l'intérieur de la *base de sustentation*. On nomme ainsi le polygone convexe dont les sommets sont les points d'appui du corps sur le plan.

Ainsi, pour un trépied (fig. 14), la base de sustentation est le triangle A,B,C dont les trois pointes touchant le sol forment les sommets. Supposons, d'abord, que la verticale passant par le centre de gravité G tombe à l'intérieur $G_1$ du triangle : il y aura équilibre. On peut toujours, en effet, dans ce cas, décomposer le poids en trois composantes $f, f', f''$, parallèles à celui-ci et appliquées aux pointes A, B et C. C'est-à-dire que les actions de la pesanteur produisent le résultat que produiraient ces trois composantes. Or, chacune d'elles a pour effet de déprimer le sol d'une façon insensible, jusqu'à ce que les forces de résistances $r, r', r''$, provenant de cette légère déformation, fassent respectivement équilibre aux forces $f, f', f''$. En d'autres termes, le poids du trépied fait appuyer celui-ci sur le sol, et il en résulte trois forces de résistance $r$, $r'$, $r''$, ne différant de $f$, $f'$, $f''$, que par le sens. Si nous composons $r$, $r'$, $r''$, leur résultante ne différera aussi que par le sens de celle de $f, f', f''$ (poids du corps), et, par conséquent, lui fera équilibre.

Si, au contraire, la verticale passant par le centre de gravité G (fig. 15), tombe en dehors $G_1$ de la base de sustentation ABC, l'équilibre est impossible. En effet, les résistances du sol en A, B et C sont des forces $r, r', r''$ de *même sens*, leur résultante, quelles que soient leurs grandeurs, ne pourra avoir son point d'application à l'extérieur du triangle ABC, sur la verticale passant par G, comme il le faudrait pour que l'équilibre fût possible : le trépied basculera dans le sens indiqué par la flèche.

5. POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ. — Nous venons de voir qu'il peut être utile de connaître la position du centre de gravité des corps solides.

Si le corps est homogène et a une forme géométrique simple,

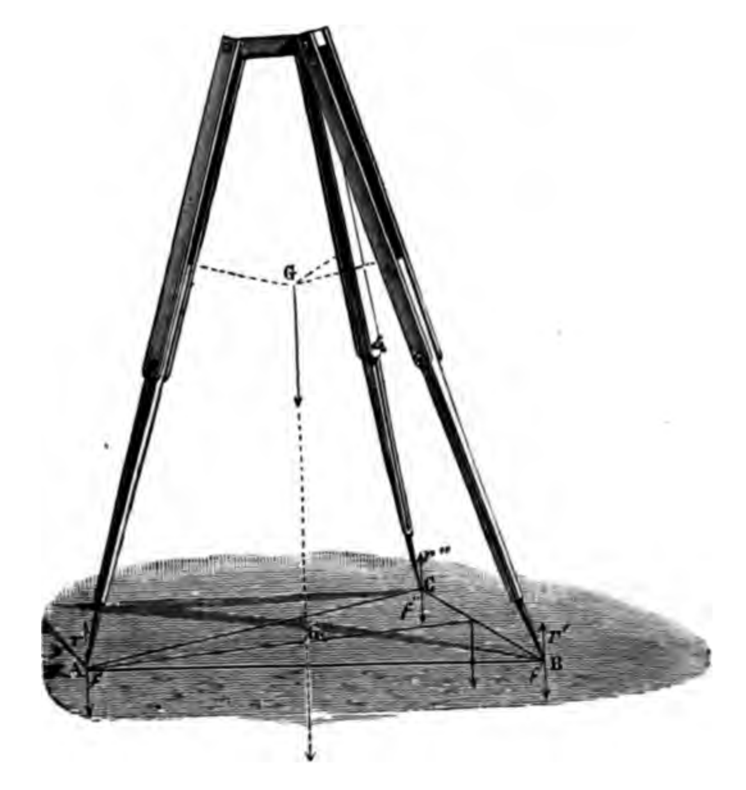


FIG. 14.

les règles données pour la composition des forces parallèles permettent de déterminer la position de celui-ci.

Quand le solide est symétrique par rapport à un centre, celui-ci est évidemment le centre de gravité, (exemple : sphère, ellip-

soïde, cube, prisme à base de parallélogramme, d'hexagone régulier, cylindre à base circulaire, etc...).

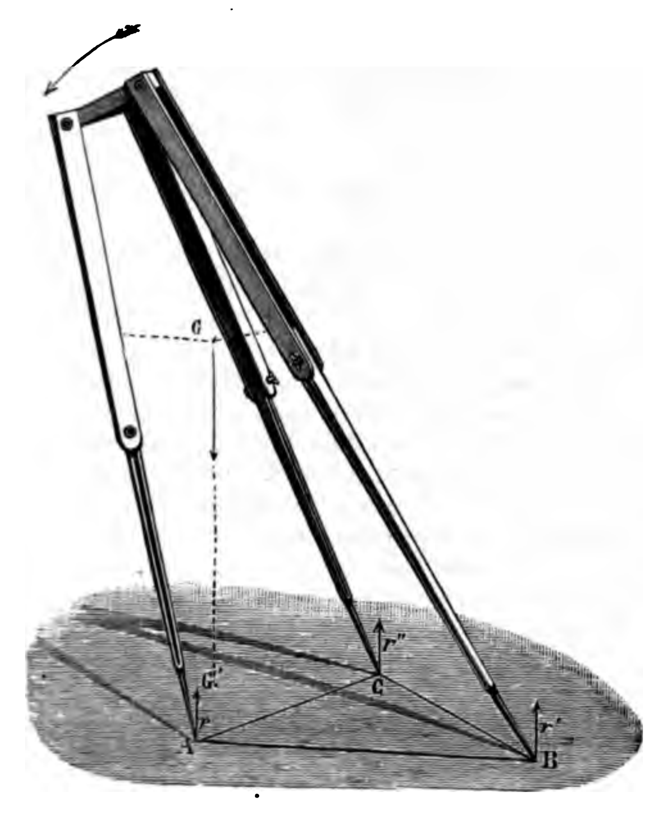



Fig. 15.

Quand le solide est symétrique par rapport à un plan, le centre de gravité se trouve dans ce plan.

Quand le solide est de révolution autour d'un axe, le centre de gravité se trouve sur cet axe.

Dans un prisme à base triangulaire le centre de gravité est au milieu de la droite joignant les points de croisement des

médianes des deux bases ; dans une pyramide à base triangulaire, à la rencontre des droites joignant leur sommet au point de croisement des médianes de la base opposée ; dans une pyramide droite à base régulière, ou dans un cône droit à base circulaire, sur la hauteur, et au quart de celle-ci à partir de la base.

Mais quand le solide est hétérogène, ou a une forme compliquée, le calcul de la position du centre de gravité devient très difficile ou impossible.

Dans tous les cas, on peut déterminer la position du centre de gravité par l'expérience.

Si le corps n'est pas trop lourd, la méthode la plus simple consiste à le suspendre par un fil, ou une petite corde. Nous avons vu que, dans ce cas, quand l'équilibre est atteint, le centre de gravité est placé dans la verticale passant par le point où le fil est fixé à sa partie supérieure; or, comme celui-ci prend précisément la direction verticale le centre de gravité se trouve *dans la direction même* du fil de suspension. Prolongeons matériellement cette droite, par un moyen quelconque à l'intérieur du corps: le centre de gravité est sur cette ligne. Faisons une seconde expérience en suspendant le corps par un autre point, pour avoir une seconde droite contenant le centre de gravité: celui-ci se trouve à la rencontre de ces deux droites, puisqu'il est à la fois sur l'une et sur l'autre.

On emploie des procédés différents, toujours fondés sur les conditions d'équilibre, et faciles à imaginer, pour trouver le centre de gravité de corps très pesants, tels qu'un bloc de pierre.

# CHAPITRE II

## CHUTE DES CORPS

Quand un corps n'est retenu par aucun obstacle il tombe. Dans les circonstances ordinaires, deux forces agissent sur lui pendant la chute: 1° le poids, 2° la résistance qu'oppose l'air au mouvement. La résistance de l'air a un effet peu important sur les corps lourds et de petite surface, tels qu'une balle de plomb; au contraire, son effet est très marqué sur les corps légers et à grande surface, tels qu'une feuille de papier; en outre, cette force croît rapidement avec la vitesse acquise par le corps. Son effet étant très variable selon les circonstances, il convient, pour simplifier la question, d'éliminer cette force, et d'étudier d'abord la chute des corps telle qu'elle serait si le poids agissait seul. C'est cette étude que nous allons faire ici, et nous allons présenter les lois de la chute des corps dans un espace privé d'air, dans le *vide*:

1. **LOIS DE LA CHUTE DES CORPS.** — Quand les corps sont abandonnés à eux-mêmes, sans vitesse initiale, *dans le vide*:

1° *Ils tombent d'un mouvement vertical et uniformément accéléré.*

2° *Ils tombent tous également vite.*

2. **DÉMONSTRATION DE LA PREMIÈRE LOI.** — Le poids d'un corps est une force verticale, constante, par conséquent en direction ; c'est aussi une force constante en grandeur pendant

la chute. En effet, si l'on suspend un corps quelconque à un dynamomètre, quelle que soit la hauteur à laquelle on le place, on constate que l'indication de l'instrument reste la même : le corps pèse donc autant.

Or, comme conséquence des deux premiers principes fondamentaux de la dynamique, on sait qu'une force constante en grandeur et en direction, agissant sur un corps sans vitesse initiale, lui imprime un mouvement rectiligne dans sa direction et uniformément accéléré. D'après cela, le mouvement d'un corps qui tombe, sans vitesse initiale, dans le vide, doit être *vertical* et *uniformément accéléré.*

Si $e$ représente l'espace parcouru par le corps pendant le temps $t$, $v$ la vitesse au bout de ce temps, et $g$ l'accélération du mouvement, on a les deux relations suivantes :

$$(1) \qquad \begin{cases} v = g\,t \\ e = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{cases}$$

c'est-à-dire que pour un corps qui tombe dans le vide, sans vitesse initiale :

1° *Les vitesses sont proportionnelles aux temps* ;

2° *Les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps.*

Et, comme conséquence de ces formules, l'*espace parcouru dans la première unité de temps est égal à la moitié de la vitesse acquise* ($g$) *pendant ce temps.*

En outre, en éliminant le temps entre ces deux relations on obtient la formule :

$$(2) \qquad v = \sqrt{2\,g\,e}$$

c'est-à-dire que *la vitesse acquise par un corps qui tombe dans le vide, sans vitesse initiale, est proportionnelle à la racine carrée de l'espace parcouru* (1).

(1) Et non pas proportionnelle à l'espace parcouru, comme on le croyait avant Galilée.

Quoique les deux premiers principes de la dynamique soient vérifiés directement par l'expérience, et que nous ne puissions guère avoir de doute sur la légitimité de la conclusion que nous venons d'en tirer, il est bon pourtant de la soumettre au contrôle de l'expérience; car une proposition dans les sciences physiques est d'autant mieux établie, que sa vérification expérimentale est plus directe.

On conçoit trop aisément comment on peut vérifier que le mouvement du corps qui tombe sans vitesse initiale est vertical, pour qu'il soit besoin d'insister sur ce point, qui n'a jamais fait doute pour personne; mais démontrer que le mouvement est uniformément accéléré est moins facile. Il faut, pour cela, vérifier, soit que les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir, soit que les vitesses acquises sont proportionnelles aux temps. La principale difficulté que présentent les expériences provient de la grande vitesse acquise rapidement par un corps qui tombe. On en aura une idée en sachant, qu'après deux secondes de chute, le corps est déjà tombé d'une hauteur de près de 20 mètres ($19^m,62$). En outre, comme on ne peut songer à faire l'expérience dans le vide, la résistance opposée par l'air au mouvement est une force perturbatrice. Son effet est d'autant plus accentué que la vitesse acquise est plus considérable. De là, la nécessité de limiter l'expérience à de faibles vitesses, pour que la perturbation produite par l'air soit négligeable.

La première méthode employée pour la vérification expérimentale de la loi de la chute des corps fut le *plan incliné*; elle est due à Galilée(1). Depuis, un physicien anglais, Atwood(2), a imaginé un appareil, qui porte son nom, et qui est fort commode, non seulement pour étudier la loi de la chute des corps, mais encore pour vérifier plusieurs des conséquences les plus immédiates des principes fondamentaux de la dynamique.

(1) Galilée, physicien italien né à Pise en 1564, mort à Florence en 1642. C'est Galilée qui a posé les bases de la mécanique rationnelle.

(2) Atwood, né vers 1745, mort en 1807.

**3. MACHINE D'ATWOOD.** — Quand un corps tombe librement, le poids du corps, force agissante, entraîne la propre masse de celui-ci : l'accélération (vitesse acquise dans l'unité de temps) est grande. Mais, si nous faisons agir le poids d'un corps sur une masse plus considérable que celle de ce corps, les principes fondamentaux de la dynamique nous apprennent que l'accélération doit devenir d'autant plus petite que la masse sur laquelle agit la force est plus grande, sans, pourtant, que la nature du mouvement soit modifiée : celui-ci restant uniformément accéléré, si la force est constante en grandeur et en direction.

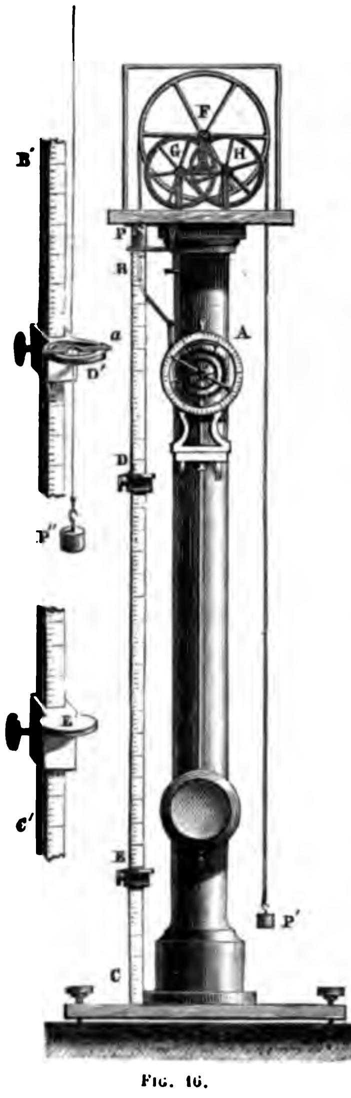


FIG. 16.

Faire agir un poids sur une masse beaucoup plus grande que celle du poids lui-même, d'où de faibles vitesses acquises, ce qui permet une étude à la fois plus facile et plus exacte de la loi du mouvement, tel est le principe de la machine d'Atwood.

Voici, maintenant, la description de cet appareil.

Deux masses de laiton P et P' (fig. 16), exactement de même poids, ayant chacune la forme d'un cylindre, sont suspendues aux deux extrémités d'un fil flexible. Ce fil, qui a un

poids négligeable vis-à-vis du poids des masses, passe sur la gorge d'une poulie très mobile et très légère F [1].

Ces deux masses se font mutuellement équilibre; elles restent au repos, si on ne leur communique aucun mouvement. Mais, si l'on vient à ajouter une petite masse additionnelle *a* sur l'une d'elles P, l'équilibre est rompu, et celle-ci descend sous l'action du poids de la masse additionnelle.

Devant la masse P, se trouve une règle verticale BC graduée en centimètres, et servant à mesurer l'espace parcouru. Une plate-forme placée à la partie supérieure de la règle juste en face du zéro de la graduation permet de maintenir en ce point la masse P chargée de la masse additionnelle *a*. Cette plate-forme peut basculer à un moment voulu, et abandonne les masses à l'action de la pesanteur sans leur communiquer de mouvement.

Une autre plate-forme E et E′ (curseur plein) peut se fixer sur la règle, à l'aide d'une vis de pression, à la hauteur que l'on veut. Il en est de même d'un anneau D et D′ (curseur annulaire) qui est destiné à enlever, dans certaines expériences, la masse additionnelle *a*, qui pour cela a une forme allongée, tout en laissant passer la masse P.

Un pendule S battant la seconde et mettant en mouvement une aiguille qui marque le temps sur un cadran A, ou tout autre appareil chronométrique, est joint à la machine d'Atwood.

(1) Pour diminuer autant que possible le frottement dû à la rotation de l'axe de la poulie, dans les machines les plus parfaites, chaque extrémité de l'axe repose sur l'entrecroisement de deux roues H et G, très mobiles elles-mêmes (fig. 16); l'axe de la poulie, par son mouvement, fait tourner les quatre roues qui le supportent; on a ainsi un frottement de roulement plus faible que le frottement de glissement qui a lieu quand l'axe de la poulie repose directement sur des coussinets. Pourtant, cette complication de l'appareil ne paraît pas indispensable à son bon fonctionnement, les frottements de l'axe d'une poulie bien construite étant très faibles par rapport au poids de la masse additionnelle qui met tout le système en mouvement.

Ajoutons que, dans beaucoup de machines, la poulie est placée à l'extrémité supérieure d'une colonne massive, qui repose sur un socle muni de vis calantes, pour rendre bien verticale la règle graduée. Dans ces appareils c'est généralement automatiquement que se produit le mouvement de bascule de la plate-forme; il a lieu juste au moment où l'aiguille qui marque les secondes sur le cadran passe devant la division zéro.

Quand la masse additionnelle *a* est placée sur P, une force constante, le poids *p* de *a* met en mouvement tout le système composé de cette masse *a* et des deux masses P et P′, dont l'une monte quand l'autre descend.

Soient M la valeur commune des masses de P et de P′ et *m* la valeur de la masse de *a*. La masse totale mise en mouvement est $2M + m$, en négligeant la masse faible de la poulie et celle encore plus faible du fil. Si le poids *p* ne mettait en mouvement que la masse *m* de *a*, l'accélération *g* qui en résulterait serait donnée par la formule :

$$p = mg$$

Quand *p* agit sur la masse $2\,M + m$ l'accélération $\gamma$ qui en résulte est donnée par :

$$p = (2\,M + m)\,\gamma$$

d'où l'on tire :

$$mg = (2\,M + m)\,\gamma \quad \text{ou} \quad \gamma = g\,\frac{m}{2\,M + m}$$

Si $2\,M + m$ est égal à 100 fois *m*, l'accélération $\gamma$, dans la machine d'Atwood, ne sera que la 100[me] partie de l'accélération que prendrait la masse *a* tombant en chute libre.

**4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'ACTION D'UNE FORCE CONSTANTE A L'AIDE DE LA MACHINE D'ATWOOD.** — Nous allons chercher expérimentalement quels sont les espaces parcourus pendant 1, 2, 3, 4.... secondes, par le système des masses entraîné par le poids de la masse additionnelle. Pour cela plaçons-la sur la masse P, et celle-ci sur la plate-forme, devant le zéro de la graduation. Mettons au-dessous, et à une certaine distance, le curseur plein. Au moment où se produit le battement du pendule, qui indique le commencement d'une seconde, la plate-forme bascule, la masse P descend, et, un instant après,

vient frapper le curseur plein. En recommençant un certain nombre de fois cette expérience, on arrive, par tâtonnement, à fixer le curseur plein à une hauteur telle que la masse P vienne le frapper juste une seconde après le moment où la plate-forme a basculé, ce dont on juge au choc de P sur le curseur qui doit coïncider exactement avec le second battement du pendule. Supposons qu'alors le curseur plein soit placé devant la division 10; ceci nous indique que P est tombé de 10 centimètres en 1 seconde. Recommençons l'expérience, et cherchons, par un tâtonnement analogue, où il faut placer le curseur plein pour qu'il soit frappé par P après 2 secondes de chute. Nous trouvons qu'il faut le placer devant la division 40. Nous voyons de même que, pour qu'il soit frappé après 3 et ensuite 4 secondes de chute, il faut le placer successivement devant les divisions 90 et 160. La règle graduée n'est généralement pas assez longue pour qu'on puisse pousser plus loin l'expérience.

Ainsi, en 1, 2, 3, 4 secondes les espaces parcourus ont été respectivement 10, 40, 90, 160 centimètres. On voit que ces espaces sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir, et que, si $e$ représente le nombre de centimètres parcourus en $t$ secondes, la formule

$$e = 10t^2$$

représente bien la loi du mouvement. Si, dans cette expérience, la masse additionnelle $a$ avait été plus pesante ou moins pesante, l'espace $b$ parcouru dans la première seconde de chute aurait été supérieur ou inférieur à 10 centimètres, mais nous aurions encore trouvé que les espaces parcourus obéissent à la formule

$$e = bt^2$$

Le mouvement est donc toujours *uniformément accéléré.*

Ainsi, nous trouvons, par l'expérience, *qu'une force constante en grandeur et en direction imprime à un mobile sans vitesse initiale un mouvement uniformément accéléré,* comme on peut le déduire des deux premiers principes fondamentaux

de la dynamique, qui reçoivent ainsi une nouvelle confirmation.

Il est important de faire observer que ce résultat, purement expérimental, est absolument indépendant des considérations exposées dans le paragraphe précédent, et qui ont guidé dans l'invention de la machine d'Atwood. Il subsisterait encore quand même (ce qui n'est pas) ces considérations seraient inexactes.

Une remarque est à faire au sujet de cette expérience. En général, quand on cherche l'espace parcouru pendant 4 secondes, on le trouve un peu plus petit que 160 cent. Cela tient à ce que, pour les vitesses acquises au bout de 3 à 4 secondes de chute, la résistance de l'air commence à se faire sentir et à diminuer un peu la vitesse du système. Cette résistance de l'air n'est pas une force constante, c'est une force qui augmente rapidement avec la vitesse. Elle était négligeable devant le poids $p$ pour les faibles vitesses acquises avant 3 secondes de chute, elle commence à ne plus l'être pour des vitesses plus grandes.

**APPAREIL DE M. MORIN.** — On vient de voir que la machine d'Atwood nous donne une démonstration expérimentale complète de la loi qu'une force constante en grandeur et en direction imprime à un mobile, partant de l'état de repos, un mouvement uniformément accéléré. Nous ne saurions donc douter que la chute libre d'un corps s'effectue suivant cette loi. Aussi ne reproduisons-nous ici l'élégante démonstration expérimentale de M. Morin, que pour donner un exemple de la méthode graphique, qui rend tant de services aujourd'hui aux sciences expérimentales.

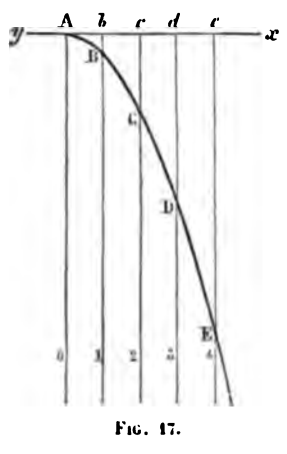


Fig. 17.

Voici le principe de l'appareil. Supposons qu'un poids tombe en chute libre devant un plan vertical recouvert d'une feuille de papier, et que ce poids porte un crayon dont la pointe appuie sur la feuille. Si celle-ci est immobile, le crayon tracera une ligne droite verticale. Mais pendant que le poids tombe, la feuille de papier se déplace horizontalement d'un mouvement uniforme, de façon, par exemple, que des droites verticales distantes d'un centimètre, et tracées à l'avance sur la feuille, mettent $\frac{1}{100}$ de seconde à se succéder devant la pointe du

crayon. Désignons ces droites par les nos 0, 1, 2, 3 (fig. 17). La droite 0 étant celle qui passe devant la pointe du crayon au moment où le poids, abandonné à lui-même, commence à tomber. Menons, en outre, par le point A, qu'occupe à ce moment la pointe du crayon une droite horizontale $xy$. Après $\frac{1}{100}$ de seconde de chute, la pointe du crayon rencontrera la droite n° 1, et la distance B$b$ de la trace B que fait le crayon sur cette droite à la ligne $xy$ représentera la hauteur de chute au bout de $\frac{1}{100}$ de seconde. De même, après $\frac{2}{100}$ de seconde, le crayon rencontrera la droite verticale n° 2 et la distance C$c$ de sa trace à $xy$ donnera la hauteur de chute au bout de $\frac{2}{100}$ de seconde; et ainsi de suite: au bout de $\frac{n}{100}$ de seconde le crayon rencontrera la droite $n$ et la hauteur de chute du poids pendant les $\frac{n}{100}$ de seconde sera la distance de la trace du crayon à $xy$. On voit, par là, que la pointe du crayon, en descendant, rencontre successivement toutes les verticales qu'on peut tracer sur la feuille de papier, et doit dessiner sur celle-ci une certaine ligne courbe ABCDE. Cette courbe étant tracée par l'expérience même, il suffit, d'après ce que nous venons de dire, de mesurer avec une règle graduée les distances à la ligne $xy$ des points B, C, D, E, ...., où cette courbe rencontre les lignes verticales nos 1, 2, 3, 4, ...., pour avoir les hauteurs de chute après 1, 2, 3, 4, .... unités de temps; l'unité étant ici le temps qui s'écoule entre les passages de deux verticales successives devant la pointe du crayon.

Voici maintenant comment M. Morin a réalisé l'appareil dont nous venons de donner le principe.

Un poids cylindro-conique I en fonte (fig. 18) porte un crayon $c$ qui s'appuie sur une feuille de papier enroulée sur un cylindre vertical A, pouvant tourner autour de son axe TE d'un mouvement uniforme. Un petit ressort force la pointe du crayon à s'appuyer constamment sur la feuille, et, pour que la réaction du ressort sur le poids ne le fasse pas dévier de la verticale pendant la chute, celui-ci est conduit par deux tringles en fer MM' verticales passant chacune dans deux œillets fixés aux poids. Le faible frottement que produit ce glissement est tout à fait négligeable vis-à-vis du poids très considérable de I. Un arrêt F retient le poids I au haut de l'appareil jusqu'au moment où l'on veut faire l'expérience. Pour communiquer au cylindre A un mouvement de rotation uniforme, on se sert d'un mécanisme identique à celui d'un tourne-broche. L'extrémité du cylindre porte une vis sans fin E qui engrène avec une roue à dents obliques R, tournant autour d'un axe horizontal; celui-ci porte un treuil B solidaire de la roue R, sur lequel est enroulée une corde supportant le poids moteur S. En descendant sous l'influence de la pesanteur, ce poids fait tourner le treuil, la roue dentée, et, par conséquent, le cylindre. Mais, le mouvement d'un corps qui tombe n'étant pas uniforme, la vitesse du cylindre irait en croissant. Pour rendre la vitesse de rotation constante, la roue dentée engrène aussi avec une vis sans

fin D terminant un axe vertical qui porte un petit moulinet PP'P". Par ce moyen, le cylindre et le moulinet ne peuvent tourner l'un sans

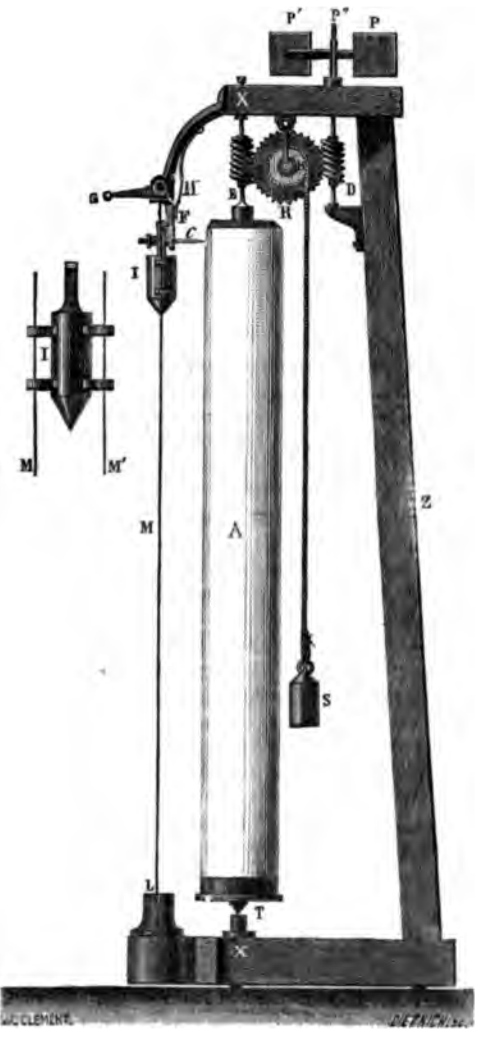



Fig. 18.

l'autre. Or les ailettes, en frappant l'air, éprouvent une résistance qui tend à diminuer la vitesse de rotation, et cette résistance croît plus rapidement

que la vitesse. Grâce à cette disposition, quand le poids moteur commence à descendre, le système, qui part du repos, prend une vitesse qui va d'abord en augmentant; mais au bout de quelque temps, la résistance opposée par l'air au mouvement des ailettes contre-balance exactement l'effet de la pesanteur sur le poids moteur S; la vitesse du système n'augmente plus : son mouvement est devenu uniforme. On a reconnu qu'il en est ainsi dès que le poids moteur a effectué les $\frac{2}{3}$ de sa course. C'est le moment de faire l'expérience. On dégage l'arrêt qui retenait le poids cylindro-conique I, celui-ci tombe, et le crayon trace une ligne sur la feuille de papier. Il est clair que des génératrices du cylindre tracées à égales distances les unes des autres se sont succédées devant la pointe du crayon à des intervalles de temps égaux, et qu'on obtient le même résultat qu'avec la feuille de papier plane se déplaçant horizontalement devant le crayon, comme nous l'avions supposé plus haut.

Pour achever l'expérience, on détache la feuille du cylindre; on la déroule pour la rendre plane; on mène avec un crayon, par le point de départ de la courbe, la droite qui représentait la génératrice du cylindre passant par ce point quand la feuille était enroulée, et l'on trace une série de lignes parallèles à la précédente représentant des génératrices équidistantes du cylindre. Enfin, on mène une perpendiculaire $xy$ à ces lignes passant par le point de départ de la courbe. D'après ce que nous avons dit plus haut, les distances à $xy$ des points où la courbe coupe ces diverses génératrices donnent les hauteurs de chute.

On trouve ainsi que les espaces franchis par le poids tombant en chute libre sont proportionnels aux carrés des temps : le mouvement est uniformément accéléré.

Remarquons que, la hauteur totale de la chute restant faible, la vitesse acquise par le poids n'est pas assez considérable pour que la résistance de l'air se fasse sentir d'une façon appréciable.

Ajoutons que la précision est plus grande qu'avec la machine d'Atwood, et que la loi se trouve ainsi mieux vérifiée.

**5. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MOUVEMENT QUI SUCCÈDE AU MOUVEMENT VARIÉ QUAND LA FORCE CESSE D'AGIR.** — D'après la définition cinématique de la vitesse (1), on sait que dans

(1) Soit $\varepsilon$ l'espace parcouru par un point mobile dans un temps $\theta$ ; la quantité $\frac{\varepsilon}{\theta}$ est ce qu'on appelle la *vitesse* du mobile, si ce rapport est constant, c'est-à-dire si le mouvement est uniforme. Si ce rapport varie avec la valeur de $\theta$, le mouvement est *varié* ; $\frac{\varepsilon}{\theta}$ représente alors la *vitesse moyenne* pendant le temps $\theta$, et la limite vers laquelle tend ce rapport

un mouvement où les espaces sont représentés par la formule

$$e = 10t^2$$

les vitesses le sont par la formule :

$$v = 20t$$

Nous voyons par là que, dans l'expérience décrite § 4, les vitesses acquises par le système après 1, 2, 3, 4 secondes de chute sont respectivement 20, 40, 60 et 80.

D'après le principe de l'inertie, si la force qui agit sur le système vient à être supprimée, celui-ci, à partir de ce moment, doit se mouvoir d'un mouvement uniforme, dont la vitesse est

quand $\theta$ tend vers zéro est, par définition, la *vitesse* du mobile à l'instant considéré.

Soit

$$e = bt^2$$

la formule d'un certain mouvement (mouvement uniformément accéléré). $e$ représentant l'espace parcouru pendant le temps $t$, et $b$ étant une constante. Si le temps augmente de $\theta$, l'espace s'accroît d'une quantité $\varepsilon$, et l'on a :

$$e + \varepsilon = b\,(t + \theta)^2$$

d'où :

$$\varepsilon = b\,(t + \theta)^2 - bt^2 = 2bt\theta + b\theta^2$$

la vitesse moyenne pendant le temps $\theta$ est ainsi :

$$\frac{\varepsilon}{\theta} = 2bt + b\theta$$

et la limite de cette vitesse moyenne, quand $\theta$ tend vers zéro, c'est-à-dire la vitesse $v$ au temps $t$ est :

$$v = \lim \cdot \frac{\varepsilon}{\theta} = 2bt$$

L'accélération $2b$ est, comme on le voit, le double de l'espace $b$ parcouru dans la première unité de temps.

celle du mouvement varié au moment où la force a cessé d'agir.

C'est ce qu'il est facile de vérifier à l'aide de la machine d'Atwood. La force qui agit sur le système en mouvement est le poids *p* de la masse additionnelle *a*; enlevons celle-ci à un certain moment de la chute, aucune force n'agissant plus sur le système, le mouvement doit devenir uniforme, et, en mesurant l'espace parcouru en une seconde, nous aurons la vitesse de ce mouvement.

Pour cela, mettons, comme dans l'expérience précédente, la même masse additionnelle *a*, de forme allongée, sur la masse P, et celle-ci sur la plate-forme devant le zéro de la graduation. Plaçons le curseur annulaire de manière à enlever la masse additionnelle *a* après une seconde de chute, tout en laissant passer la masse P : la force qui agit sur le système sera ainsi supprimée après une seconde de mouvement.

Cherchons par tâtonnement à quelle distance il faut placer le curseur plein au-dessous du curseur annulaire pour qu'il soit frappé par P juste une seconde après le passage à travers celui-ci. Nous trouvons qu'il faut le placer à 20 centimètres au-dessous de la division 10, point où se trouve la base de la masse P au moment où la masse additionnelle est enlevée. Par conséquent, le système débarrassé de la masse additionnelle a franchi 20 centimètres en une seconde. Recommençons la même expérience, en laissant le curseur annulaire à la même place, mais, en cherchant par tâtonnement où il faut mettre le curseur plein pour qu'il soit frappé 2, 3, 4 secondes après le passage à travers le curseur annulaire. Nous trouvons qu'il faut le placer successivement à 40, 60, 80 centimètres au-dessous de la division 10. Par conséquent, les espaces parcourus par le système débarrassé de la masse additionnelle et continuant à se mouvoir sans être soumis à aucune force sont, en 1, 2, 3, 4 secondes, respectivement 20, 40, 60, 80 centimètres. Ce mouvement est donc bien uniforme, et sa vitesse est de 20 centimètres par seconde, précisément celle acquise par le système dans le mouvement uniformément varié après une seconde de chute, moment où la force a cessé d'agir.

Nous pouvons, du reste, poursuivre l'expérience: plaçons le curseur annulaire successivement dans des positions telles que

la masse additionnelle soit enlevée après 2 et 3 secondes de chute. Nous trouvons qu'il faut placer le curseur plein à 40 centimètres dans le premier cas, et à 60 centimètres dans le second, au-dessous du point 40 ou 90, où se trouve la base de la masse P au moment où elle est débarrassée de la masse additionnelle, pour que ce curseur soit frappé par cette masse P juste une seconde après. La vitesse du mouvement uniforme qui succède au mouvement varié est donc 40 ou 60, suivant que la masse additionnelle est enlevée après 2 ou 3 secondes de chute; ce sont bien encore là les vitesses du mouvement varié au moment où la force cesse d'agir.

6. **VÉRIFICATION DE LA PROPORTIONNALITÉ DES FORCES AUX ACCÉLÉRATIONS A L'AIDE DE LA MACHINE D'ATWOOD.** — On déduit du troisième principe fondamental de la dynamique (*indépendance des effets de plusieurs forces agissant sur un même corps*), que, lorsque plusieurs forces constantes agissent successivement sur un même mobile, les accélérations des mouvements uniformément variés qui en résultent sont proportionnelles à ces forces.

La machine d'Atwood va nous permettre de vérifier expérimentalement cette loi. Cette vérification est d'autant plus importante à faire que ce troisième principe est admis sans preuves directes, et seulement, parce qu'il est justifié par l'exactitude de ses conséquences.

Pour cela, plaçons sur chacune des masses P et P′ un même nombre de petites masses additionnelles toutes d'un même poids que nous appellerons $\frac{p}{2}$. L'équilibre n'est pas troublé. Enlevons maintenant de P′ l'une de ces petites masses, et plaçons-la sur P. Le poids du côté de P′ diminue de $\frac{p}{2}$, et du côté de P augmente de la même quantité; une différence de poids égale à $\frac{p}{2} \times 2 = p$ s'établit ainsi entre les deux extrémités du fil en faveur de l'extrémité P. Mettons la masse P ainsi chargée sur la plate-forme devant le zéro de la graduation, et répétons

l'expérience faite pour trouver l'espace parcouru en une seconde de chute. Supposons que nous trouvions ainsi pour cet espace 9 centimètres. Nous savons que l'accélération d'un mouvement uniformément accéléré est numériquement égal au double de l'espace parcouru dans la première unité de temps [1]. L'accélération du mouvement étudié est donc $9 \times 2 = 18$.

Enlevons de P' une seconde masse, et plaçons-la sur P ; la différence de poids entre les côtés P et P' est maintenant $2p$. La force qui agit sur le système est le double de celle qui agissait précédemment et la masse de celui-ci n'a pas varié, puisque nous n'avons fait que transporter une petite masse de P' sur P. En opérant comme ci-dessus nous trouvons que l'accélération du mouvement uniformément varié que prend le système est 36.

Continuons, enlevons encore une petite masse de P' pour la porter sur P, de façon à avoir une force $3p$ agissant sur le système, tout en lui conservant la même masse : l'accélération trouvée est 54 ; et ainsi de suite.

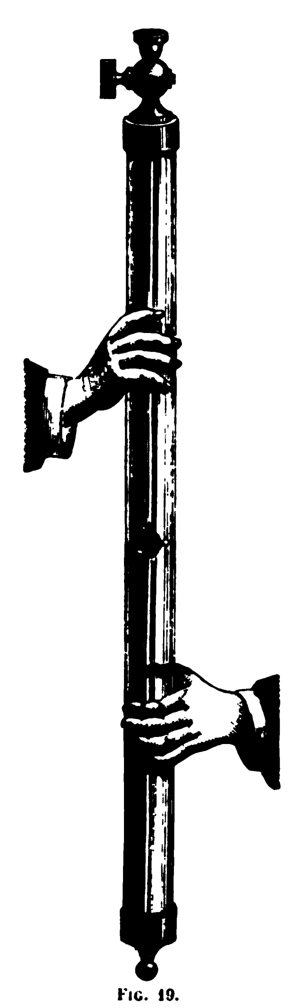
On voit ainsi que des forces respectivement égales à $1\,p$, $2\,p$, $3\,p$ agissant sur un système de même masse lui communique des accélérations 18, $18 \times 2$, $18 \times 3$, c'est-à-dire, des accélérations proportionnelles aux forces.

**7. DÉMONSTRATION EXPÉRIMENTALE DE LA DEUXIÈME LOI DE LA CHUTE DES CORPS.** — Tous les corps un peu lourds tombent dans l'air à peu près aussi vite ; c'est ce dont s'est assuré Galilée, en faisant tomber du haut de la tour penchée de Pise, des corps de natures très différentes, tels que du plomb, du cuivre, du bois, de l'ivoire, etc.; lâchés au même moment, ces corps arrivaient à peu près en même temps au sol.

Mais les corps légers, et surtout ceux qui présentent à l'air une grande surface, comme une feuille de papier, tombent plus lentement. Il est facile de voir que la cause principale de ce retard est la résistance opposée par l'air ; car la même feuille de papier réduite en boule, tombe presque aussi vite qu'un

(1) Voir la note précédente (p. 74).

morceau de plomb. Si la résistance opposée par l'air était complètement supprimée, tous les corps tomberaient-ils également vite? C'est à quoi répond affirmativement l'expérience suivante, due à Newton.


Fig. 19.

Dans un long tube en cristal (fig. 19) on introduit des corps différents en nature et en poids, et qui, dans l'air, tombent inégalement vite, par exemple du plomb, du liège, du papier, du duvet. Ce tube étant complètement fermé à une extrémité, est muni à l'autre extrémité d'une douille à robinet. A l'aide de la machine pneumatique, on enlève à peu près complètement l'air contenu dans le tube : on y fait le *vide*. Le vide fait, et le robinet étant fermé, on retourne brusquement le tube, et on le tient vertical : on voit alors tous les corps tomber en même temps; le papier, le duvet, atteignent la base du tube au même moment que le morceau de plomb. Si, en ouvrant le robinet, on laisse rentrer un peu d'air, et que l'on recommence l'expérience, on observe un retard entre la chute de duvet et celle du plomb, et ce retard s'accentue de plus en plus quand on laisse rentrer de plus en plus d'air. C'est donc bien l'air qui s'oppose à ce que tous les corps tombent également vite, dans les circonstances ordinaires.

**8. Intensité de la pesanteur.** — Nous savons que l'accélération est égale au double de l'espace parcouru dans la première unité de temps par un corps animé d'un mouvement uni-

formément accéléré sans vitesse initiale. Par conséquent, pour tous les corps, qui tombent dans le vide, l'accélération est la même, puisque l'espace parcouru dans la première unité de temps est le même. Cette valeur de l'accélération, commune à tous les corps qui tombent en chute libre à un même endroit, s'appelle l'*intensité de la pesanteur.*

Soient $p$ le poids d'un corps, force qui le fait tomber, $m$ sa masse, $g$ l'intensité de la pesanteur; on a, d'après la définition de la masse :

$$(1) \qquad m = \frac{p}{g} \quad \text{ou} \quad p = mg$$

Quand on passe d'un lieu à un autre, la masse d'un même corps ne change pas, mais l'intensité de la pesanteur $g$ varie un peu, comme nous l'établirons plus loin ; par conséquent, d'après la formule (1) le poids $p$ d'un même corps varie aussi, et proportionnellement à $g$. De là vient le nom d'*intensité de la pesanteur* donnée à cette quantité, qui *représente le poids de l'unité de masse.*

**9. LE POIDS D'UN CORPS EST PROPORTIONNEL A SA MASSE. —** Soient deux corps quelconques, l'un de masse $m$ et de poids $p$, l'autre de masse $m'$ et de poids $p'$, à un endroit où l'intensité de la pesanteur est $g$; on a :

$$p = mg$$

$$p' = m'g$$

d'où l'on tire :

$$\frac{p}{p'} = \frac{m}{m'}$$

*Le poids en un même endroit est proportionnel à la masse, quelle que soit la nature du corps.*

Cette loi, qui est une conséquence immédiate de l'expérience de Newton, est très remarquable; car habituellement les forces

physiques dépendent de la nature des corps sur lesquels agissent. Ainsi, un morceau de fer, un morceau de plati un morceau de cuivre de même masse, placés près d'un ain sont soumis à des forces magnétiques bien différentes ; t que le fer est vivement attiré, le platine l'est à peine, et le c pas du tout.

# CHAPITRE III

## PENDULE

Nous allons compléter nos connaissances sur la pesanteur par l'étude du pendule.

1. **DÉFINITION.** — On appelle pendule tout corps pesant pouvant tourner autour d'un axe horizontal.

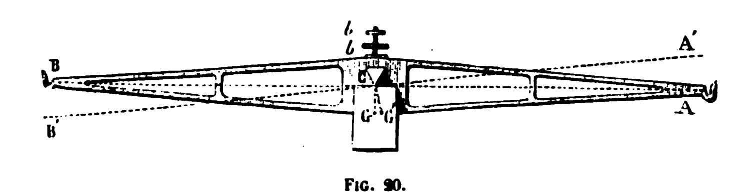



Fig. 20.

Le fléau d'une balance (fig. 20) est un pendule. Un corps pesant suspendu au bout d'un fil flexible, fixé à son extrémité supérieure O (fig. 21), constitue encore un pendule, car il peut tourner autour de toutes les droites menées par O : il a une infinité d'axes de rotation. C'est même cette dernière forme que nous allons principalement étudier, pour plus de généralité; mais tout ce que nous établirons s'appliquera évidemment aussi aux pendules à un seul axe rigide.

C'est Galilée qui, vers 1583, a fait connaître les principales lois qui règlent le mouvement d'un pendule. Il n'avait que 18 ans, quand, un jour, se trouvant dans une église de Pise, son attention fut attirée par une lampe qui se balançait lente-

ment à l'extrémité d'un long cordon fixé à la voûte de l'édifice. La lenteur du mouvement le frappa; il l'attribua à la grande hauteur du cordon, et vit qu'il devait exister une relation entre la durée d'une oscillation d'un corps suspendu et la longueur du fil qui le soutenait. Ce fut là l'origine de ses recherches sur le pendule.

**2. OSCILLATION DU PENDULE.** — Quand le centre de gravité d'un pendule se trouve sur la verticale menée par le point O de suspension (fig. 21), l'équilibre est possible, car alors le poids du pendule est détruit par la résistance de ce point de suspension.

Mais, si l'on écarte le pendule de sa position d'équilibre G, en l'amenant en G' par exemple, et qu'on l'abandonne à lui-même, l'équilibre n'est pas possible, car le poids appliqué en G' est une force verticale G'P' dont la direction ne passe plus par O; elle ne peut donc être détruite par la résistance appliquée en ce point.

Remplaçons le poids G'P' du pendule par deux composantes, l'une G'F' située suivant le prolongement de OG', l'autre G'F perpendiculaire à la précédente; il suffit pour cela de construire le rectangle ayant ses deux côtés suivant ces deux directions et dont G'P' est la diagonale. La force G'F' a pour effet de tendre le fil OG'; d'où il résulte que le centre de gravité, dans le mouvement du pendule, est forcé de rester à la surface d'un sphère ayant O pour centre. Or, quelle que soit la position de ce point, la force G'F' étant dirigée suivant le rayon de cette sphère, est normale à l'élément de trajectoire décrit par G', et, par conséquent, ne peut exercer aucune influence sur la vitesse du pendule. La force G'F, au contraire, doit modifier celle-ci, et si l'on ne considère que la variation de vitesse, on peut supposer qu'elle agit seule [1].

(1) Il ne faut pas croire que la force normale G'F' soit constamment détruite par la résistance du point de suspension, ou, si l'on veut, par la tension du fil. Ceci n'est exact qu'aux extrémités de la course du pendule, quand la vitesse est nulle. Dans tout autre point du parcours, par

Si l'on abandonne sans vitesse le pendule dans la position OG′, la force tangentielle G′F le ramène vers sa position d'équilibre, et, comme cette force reste toujours dans le plan vertical GOG′, la trajectoire du centre de gravité est l'arc de cercle $G'G_1G$ compris dans ce plan. Soit $G_1$ la position du centre de gravité à un moment quelconque du parcours; désignons par $\theta$ l'angle $G_1OG$ que fait alors le pendule avec sa position d'équilibre. Dans le triangle $G_1P_1F_1$, dont le côté $G_1F_1$ représente la valeur de la force accélératrice tangente à l'arc de trajectoire, l'angle $G_1P_1F_1$ est égal à $\theta$ comme ayant ses côtés parallèles à ceux de l'angle $G_1OG$; on a donc :

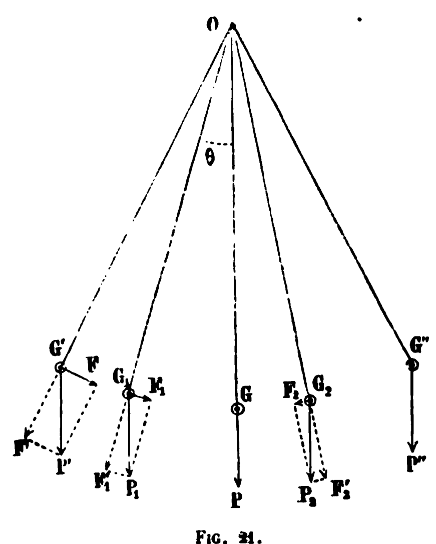


Fig. 21.

$$G_1F_1 = G_1P_1 \sin\theta$$

ou, en désignant par $p$ et par $f$ les valeurs du poids du pendule et de la force tangentielle :

$$f = p \sin\theta$$

exemple en $G_1$ où le pendule a une certaine vitesse, la tension du fil est plus grande que la composante $G_1F_1'$ et la résultante de ces deux forces, dirigée de $G_1$ vers O, est ce qu'on appelle la force centripète; elle a pour effet de rendre le mouvement curviligne. Si le pendule est constitué par un petit corps de masse $m$, suspendu par un fil de longueur $l$, et de masse négligeable, au moment où la vitesse du corps est $v$, la valeur de la force centripète est $\frac{mv^2}{l}$.

Cette force $f$ diminue avec l'angle $\theta$ ; mais, comme elle est toujours dans le sens du mouvement tant que le centre de gravité n'a pas atteint la position d'équilibre G, la vitesse, nulle en G', va en augmentant jusqu'en G. Arrivé en ce point, $f$ devient nulle ; mais en vertu de la vitesse acquise le pendule dépasse la position d'équilibre, et le centre de gravité se relève en parcourant le prolongement $GG_2G''$ de l'arc de cercle $G'G_1G$. Dès que le pendule a dépassé la position d'équilibre, la construction de la force tangentielle $G_2F_2$ montre que celle-ci est dirigée en sens inverse du mouvement, et que sa valeur absolue va en croissant avec l'angle $G_2OG$. Cette force diminue la vitesse de plus en plus, et celle-ci devient nulle quand le pendule fait de l'autre côté de la verticale un angle G''OG égal à GOG', si toutefois les frottements dus à l'air et à l'axe de rotation sont insensibles: c'est ce que l'expérience constate, et c'est ce que les lois de la mécanique établissent, comme nous le montrerons tout à l'heure. Arrivé dans cette position le pendule ne peut y rester; pour les raisons que nous venons d'indiquer, il se rapproche de sa position d'équilibre, la dépasse, en vertu de la vitesse acquise, revient à son point de départ pour recommencer à descendre, et ainsi de suite : il exécute de part et d'autre de la position d'équilibre une série d'*oscillations*. Pourtant, à cause des frottements et de la résistance de l'air, à chaque oscillation, le pendule s'écarte un peu moins de la position d'équilibre, sa vitesse diminue de plus en plus, et il finit, au bout d'un temps, qui peut être très long, par devenir immobile. (Voir Chap. I^er^, § 8 p. 37, note 1.)

L'*oscillation* est, à proprement parler, le passage d'une position extrême du pendule à l'autre position extrême.

La *durée* d'oscillation est le temps nécessaire pour effectuer ce trajet.

L'*amplitude* de l'oscillation est l'angle G'OG'' que forment entre elles les deux positions extrêmes OG' et OG'' de la perpendiculaire à l'axe de rotation menée par le centre de gravité (ou de toute autre droite comprise dans le plan d'oscillation).

**3. PENDULE SIMPLE.** — Pour étudier le phénomène des oscillations d'abord dans le cas le moins compliqué, on a imaginé un

pendule idéal, le *pendule simple* : il consisterait en un point pesant, suspendu à l'extrémité d'un fil sans poids, inextensible et parfaitement flexible.

Tout pendule qui n'est pas simple est appelé *pendule composé.*

Il est clair que nous ne pouvons réaliser que des pendules composés. Mais faisons un pendule avec un fil flexible de lin ou de soie, auquel nous fixons un corps de très petite dimension par rapport à la longueur du fil, et d'un poids très grand au contraire par rapport au poids de celui-ci, tel qu'une boule de cuivre ou de plomb : un pareil pendule se rapproche beaucoup d'un pendule simple. Celui-ci constitue donc un état limite vers lequel peut tendre la forme d'un pendule composé, et les résultats que l'analyse mathématique fournit pour le pendule simple s'appliquent d'autant mieux aux pendules composés qu'ils se rapprochent davantage de cette forme idéale.

On appelle *longueur du pendule simple* la longueur du fil.

4. **LOIS EXPÉRIMENTALES DE LA DURÉE D'OSCILLATION.** — Les lois que nous allons indiquer ne sont vraies, en toute rigueur, que si le pendule oscille dans le vide, et n'éprouve aucun frottement résultant de son mode de suspension ; en un mot, que s'il n'est soumis qu'aux seules actions de la pesanteur et de la résistance de l'axe. Mais, si le pendule est un peu pesant, si dans son mouvement il ne frappe pas l'air par une trop grande surface, si les oscillations sont de petite amplitude, à cause de la faible vitesse du mobile, la résistance de l'air est une fraction minime du poids du pendule et le mouvement s'exécute au milieu de ce fluide à très peu près comme il le ferait dans le vide.

Les trois premières lois que nous allons exposer s'appliquent à toute espèce de pendule; la dernière est une loi limite, qui se vérifie d'autant mieux que le pendule se rapproche plus de la forme simple.

1re LOI. — *La durée des oscillations d'un même pendule, oscillant en un même lieu, est indépendante de la valeur de l'amplitude, pourvu que celle-ci soit très petite.*

Des oscillations d'amplitudes de 2°, de 1°, de 0°30′, etc., s'effectuent dans le même temps. C'est ce qu'on exprime en-

core en disant que les petites oscillations du pendule sont *isochrones*.

Pour vérifier cette loi, on fait osciller un pendule quelconque, un fléau de balance, ou un pendule se rapprochant de la forme simple, en l'écartant légèrement de sa position d'équilibre. A l'aide d'un chronomètre on compte la durée de cent oscillations; puis on attend que l'amplitude ait diminué, par suite de la résistance de l'air, et l'on compte de nouveau la durée de cent oscillations : on trouve toujours que cette durée est la même que celle des cent oscillations précédentes. Ainsi, quoique ces dernières aient toutes des amplitudes plus faibles que les premières, le temps employé pour les effectuer est le même.

Cette propriété permet d'obtenir très exactement la durée des petites oscillations d'un pendule. Pour faire une mesure, on met en mouvement l'aiguille d'un chronomètre au moment où le pendule occupe l'une des positions extrêmes. On compte un certain nombre $n$ d'oscillations, et l'on arrête l'aiguille à la fin de la dernière. Si l'aiguille s'est avancée de T secondes, et s'il n'y a pas d'erreur dans la mesure du temps, la durée de chaque oscillation est $\frac{T}{n}$. Mais on peut se tromper d'une petite quantité $\theta$ (un dixième de seconde, par exemple) sur le moment exact du départ et d'une autre petite quantité $\theta'$ sur celui de l'arrivée; ce qui fait que la durée des oscillations est en réalité $T \pm \theta \pm \theta'$, et que celle d'une seule oscillation est $\frac{T}{n} \pm \frac{\theta}{n} \pm \frac{\theta'}{n}$.

On voit par là que plus le nombre des oscillations $n$ sera grand, plus les erreurs $\frac{\theta}{n}$ et $\frac{\theta'}{n}$ qu'on commet sur la durée d'une seule oscillation seront faibles. Si l'on compte 1000 oscillations et, si les erreurs absolues $\theta$ et $\theta'$ sont au plus égales à $\frac{1}{10}$ de seconde, l'erreur maximum possible sur la durée d'une oscillation est $\frac{1}{5000}$ de seconde.

2[me] LOI. — *La durée d'oscillation d'un même pendule varie avec la latitude : elle est d'autant plus grande que le pendule os-*

*cille plus près de l'équateur. Elle augmente aussi avec l'altitude.*

Ces variations dans la durée d'oscillation d'un pendule sont du reste très faibles.

3me LOI. — *Des pendules simples de même longueur, dont les points pesants sont formés de substances différentes ont même durée d'oscillation en un même lieu.*

Pour vérifier cette loi, on suspend à des fils d'égale longueur des corps très petits de substances diverses (platine, plomb, fer, bois, ivoire, etc....). Ces corps doivent peser beaucoup plus que le fil. La forme de ces pendules s'approche ainsi extrêmement de celle du pendule simple.

Si, après les avoir écartés de la position d'équilibre, on les lâche en même temps, on constate qu'ils s'accompagnent dans leur mouvement, et, qu'après un nombre quelconque d'oscillations, ils reviennent ensemble à leur position de départ.

Cette loi peut s'étendre aux pendules composés de forme quelconque : *des pendules homogènes, géométriquement égaux, et formés de substances différentes, ont même durée d'oscillation en un même lieu.*

4me LOI. — *En un même lieu, la durée d'oscillation d'un pendule simple est directement proportionnelle à la racine carrée de sa longueur.*

On vérifie habituellement cette loi dans les cours en prenant deux pendules se rapprochant de la forme simple, et dont l'un a une longueur quadruple de celle de l'autre. Si, après les avoir écartés, on les abandonne en même temps, on constate qu'après quatre oscillations du petit et deux du grand, ils reviennent ensemble à leur point de départ. Par conséquent, la durée d'oscillation du grand pendule est le double de celle du petit.

Mais la véritable démonstration consiste à mesurer les longueurs $l, l', l''$ de plusieurs pendules se rapprochant autant que possible de la forme simple, puis à mesurer les durées d'oscillation $t, t', t''$ en comptant un grand nombre d'oscillations de chacun d'eux, comme nous l'avons indiqué plus haut ; on trouve alors que ces valeurs vérifient la relation :

$$\frac{t}{\sqrt{l}} = \frac{t'}{\sqrt{l'}} = \frac{t''}{\sqrt{l''}} = \cdots$$

**5. FORMULE DU PENDULE SIMPLE.** — On déduit des principes fondamentaux de la dynamique la relation suivante, donnant la durée d'oscillation $t$ d'un pendule simple de longueur $l$ exécutant des oscillations d'amplitude infiniment petite (1) :

$$(1) \qquad t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

(1) Voici comment on peut établir cette formule.

Soit $\alpha$ l'angle d'écart du pendule (demi-amplitude) (fig. 22). Si celui-ci est abandonné à lui-même, il oscille, et, au bout du temps $t$, il occupe une certaine position A'O. Désignons par $\theta$ l'angle A'OV ; c'est une fonction du temps $t$ qui peut être positive, nulle ou négative, suivant la position de A'O par rapport à OV. Désignons par $v$ la vitesse, au temps $t$, du point mobile M, et par $m$ sa masse : $mv^2$ est sa force vive. Evaluons les travaux des forces agissant sur M pour appliquer le théorème des forces vives. La résistance du fil, étant une force dirigée suivant A'O, constamment normale à la trajectoire AA'V, n'accomplit aucun travail ; il n'y a donc, si l'on néglige les frottements, qu'à s'occuper du travail de la pesanteur. Le poids de M est égal à $mg$ ; le travail accompli par la pesanteur, pendant que le mobile décrit l'arc AA', est égal à la projection $aa'$ de cet arc sur la verticale multipliée par le poids $mg$ (Chap. I, § 1). On a donc, puisque la vitesse initiale est nulle :

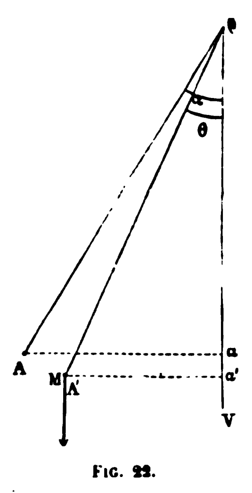



FIG. 22.

$$mv^2 = 2mg \times \overline{aa'}$$

$$\text{Or } \overline{aa'} = \overline{Oa'} - \overline{Oa} = l\,(\cos\theta - \cos\alpha) = 2l\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

d'où :

$$v^2 = 4lg\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{ou} \quad v = 2\sqrt{lg}\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}}$$

La vitesse $v$ est la dérivée de l'arc AA' par rapport au temps (Voir page 73, note) ; or on a :

$$\overline{AA'} = l(\alpha - \theta), \quad \text{d'où} \quad v = -l\theta'$$

en représentant par $\theta'$ la dérivée de $\theta$ par rapport au temps.

Dans cette formule $\pi$ représente le rapport de la circonférence au diamètre, et $g$ désigne l'accélération que prendrait le corps qui forme le point pesant du pendule s'il tombait en chute libre à l'endroit où il oscille.

Remplaçons, il vient :

$$\frac{-\theta'}{2\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}}}=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

En égalant les fonctions primitives des deux membres de cette équation, on arriverait à trouver la formule complète (2). Nous nous bornerons ici à faire le calcul dans le cas où les amplitudes sont assez faibles pour qu'on puisse remplacer $\sin\frac{\alpha}{2}$ et $\sin\frac{\theta}{2}$ par les arcs $\frac{\alpha}{2}$ et $\frac{\theta}{2}$ ; il vient alors :

$$\frac{-\theta'}{\sqrt{\alpha^2-\theta^2}}=\sqrt{\frac{g}{l}} \qquad \text{ou encore} \qquad \frac{-\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)'}{\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^2}}=\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

La fonction primitive du premier membre étant arc cos $\frac{\theta}{\alpha}$, on a :

$$\text{arc cos}\,\frac{\theta}{\alpha}=\sqrt{\frac{g}{l}}\,t+C$$

C désignant la constante arbitraire.

D'où :

$$\theta=\alpha\cos\left(C+\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right)$$

Comme pour $t=0$, on a $\theta=\alpha$, il faut que la constante C ait une valeur donnée par

$$1=\cos C;$$

d'où :

$$C=2k\pi \quad (k \text{ désignant un nombre entier quelconque})$$

Si l'amplitude n'est pas infiniment petite la formule devient

$$(2)\quad t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\sin^4\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\sin^6\frac{\alpha}{2}+\cdots\right]$$

où $\alpha$ désigne la demi-amplitude.

Par conséquent, en substituant il vient :

$$(1)\qquad \theta=\alpha\cos\left(2k\pi+\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right)=\alpha\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right)$$

On en tire, pour la vitesse de M :

$$(2)\qquad v=-l\theta'=\alpha\sqrt{gl}\sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\right)$$

Pour trouver la durée d'oscillation du pendule, il suffit de discuter les formules (1) et (2).

Pour $t=0$, on a $v=0$ et $\theta=\alpha$. Pour $\sqrt{\frac{g}{l}}\,t=\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire pour $t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$, la vitesse $v$ passe par un maximum, et l'angle $\theta$ est nul; le pendule est dans la position OV. Ainsi la durée de la demi-oscillation est $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$. Pour $\sqrt{\frac{g}{l}}\,t=\pi$, c'est-à-dire pour $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, la vitesse devient nulle, et l'angle $\theta$ égale $-\alpha$. Si le temps croît à partir de cette valeur, $\theta$ diminue en valeur absolue, et, par conséquent, pour $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ le pendule occupe la position extrême; il fait alors avec la normale OV un angle qui, en valeur absolue, est égal à l'angle de départ. La durée d'une oscillation est donc donnée par $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. On voit du reste que, $n$ désignant un entier positif, toutes les fois que $t$ aura la valeur $2n\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, le pendule occupera la position de départ; et toutes les fois que $t$ aura la valeur $(2n+1)\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, le pendule occupera l'autre position extrême : les durées des oscillations sont donc toutes égales à $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

**6. COMPARAISON DE LA FORMULE DU PENDULE SIMPLE AVEC LES LOIS EXPÉRIMENTALES.** — 1° On voit que la formule (1), qui n'est applicable que lorsque l'amplitude est très petite, ne contient pas la valeur de cette amplitude : par conséquent la durée de l'oscillation est indépendante de l'amplitude, pourvu que celle-ci soit petite. C'est la première loi donnée par l'expérience.

La formule (2) nous montre, qu'en réalité, la durée $t$ dépend de l'amplitude; mais, quand $\alpha$ est faible, le carré et les puissances supérieures de sin $\frac{\alpha}{2}$ deviennent négligeables, et la série se réduisant à l'unité, $t$ devient indépendant de $\alpha$.

2° On tire de la formule (1)

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$$

Or la troisième loi expérimentale nous apprend que, si des pendules oscillant en un même lieu ont même longueur $l$, la valeur de $t$ est la même, quelle que soit la nature du corps qui constitue le pendule. Nous en concluons, d'après la formule ci-dessus, que $g$ est le même pour tous ces corps. Ainsi, en un même lieu, l'accélération $g$ que prend un corps tombant en chute libre est la même, quelle que soit la nature de celui-ci. Nous arrivons ainsi à la même conclusion qu'en partant de l'expérience du tube de Newton.. Mais l'égalité de $g$ pour tous les corps est bien mieux démontrée par l'emploi du pendule que par celui du tube de Newton : car nous pouvons connaître la durée $t$ d'une oscillation à $\frac{1}{1000}$ de seconde près, et dès lors être certain que pour des pendules de substances différentes la durée d'oscillation ne diffère pas de cette quantité; tandis que, dans l'expérience de Newton, c'est à peine si nous pouvons répondre à $\frac{1}{20}$ de seconde près de l'égalité du temps employé par les divers corps pour parcourir le tube.

3° La deuxième loi expérimentale nous apprend que la durée

d'oscillation d'un même pendule n'est pas la même dans les différents points du globe : nous en concluons que l'intensité de la pesanteur $g$, qui varie en raison inverse du carré de la durée d'oscillation $t$, d'après la formule ci-dessus, est variable avec la latitude et avec l'altitude. La valeur de $t$ diminuant quand on va de l'équateur au pôle, l'intensité de la pesanteur $g$ augmente : un corps pèse un peu plus vers le pôle qu'à l'équateur; $t$ augmentant quand on s'élève en altitude, $g$ diminue : un corps pèse un peu moins sur le sommet d'une haute montagne qu'au niveau de la mer. Ces variations de poids d'un même corps sont si faibles qu'elles n'auraient guère pu être décelées avec les dynamomètres à ressorts.

4° Enfin la formule (1) montre immédiatement que les durées d'oscillation de pendules simples de longueurs différentes sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs.

Ainsi, des quatre lois expérimentales trouvées pour le pendule, deux, la première et la dernière, peuvent être déduites des principes fondamentaux de la dynamique. La deuxième et la troisième, au contraire, ne peuvent pas être prévues par ces principes; mais, en nous aidant de la formule du pendule, elles nous font connaître avec une grande précision comment la pesanteur varie avec la nature du corps et avec le point du globe où le pendule oscille.

**7. PENDULE COMPOSÉ. — PENDULE SYNCHRONE.** — Les lois de la mécanique donnent la formule suivante, pour la durée d'oscillation $t$ d'un pendule composé,

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{Pa}}$$

quand les amplitudes sont infiniment petites. Si elles sont finies, il faut multiplier le second membre par la même série que dans le cas du pendule simple, et l'on a pour la formule la plus générale :

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{Pa}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \sin^6\frac{\alpha}{2} + \ldots \right]$$

ou, pour abréger, en désignant par (1 + A) la valeur de la série entre crochets :

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{Pa}}(1 + A)$$

Dans ces formules P représente le poids total du pendule, $a$ la distance de son centre de gravité à l'axe de suspension, enfin I est ce qu'on appelle le *moment d'inertie*. Voici comment cette dernière quantité est définie : divisons le pendule en une infinité de petites parties, et faisons le produit de la masse $m$ de chacune d'elles par le carré de sa distance $r$ à l'axe de suspension ; c'est la somme de tous ces produits qui constitue le moment d'inertie ; on a donc l'égalité de définition :

$$I = \sum mr^2 \quad (^1)$$

(1) La formule du pendule composé est aisée à obtenir quand on a résolu le problème du pendule simple. Nous pouvons considérer le pendule comme un système composé de différentes masses $m$ à des distances inégales de l'axe. Appliquons à ce système le théorème des forces vives. Désignons comme ci-dessus par $\alpha$ l'angle d'écart et par $\theta$ l'angle que fait à un moment quelconque $t$ la perpendiculaire abaissée de la petite masse considérée M (fig. 23) sur l'axe O avec la position OE de cette droite quand le pendule est en équilibre. On a pour l'arc BB' décrit pendant le temps $t$ :

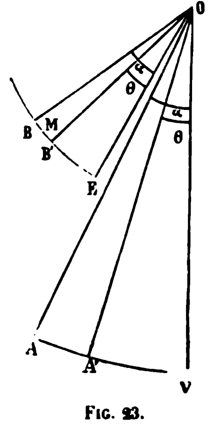


Fig. 23.

$$BB' = r(\alpha - \theta)$$

$\alpha$ et $\theta$ ayant la même valeur pour tous les points du pendule ($\alpha$ = VOA et $\theta$ = VOA', OA, OA' étant la position extrême et la position au temps $t$ de la perpendiculaire abaissée du centre de gravité sur l'axe O, et OV étant la verticale).

Par conséquent, la vitesse du point M au temps $t$ est $- r\theta'$, en représentant toujours par $\theta'$ la dérivée de $\theta$ par rapport au temps ; sa force vive est $mr^2\theta'^2$, et la force vive totale de tout le système est $\sum mr^2\theta'^2 = \theta'^2 \sum mr^2 = \theta'^2 I$ puisque $\theta'^2$ est un facteur commun à tous les ermes de cette somme.

Si M représente la masse totale du pendule, on a $P = Mg$ ; en remplaçant, la quantité $\sqrt{\frac{I}{Pa}}$ devient $\sqrt{\frac{\left(\frac{I}{Ma}\right)}{g}}$. On voit par là qu'un pendule simple qui aurait une longueur égale à $\frac{I}{Ma}$

D'autre part, la somme des travaux des forces intérieures qui agissent entre les divers points du système est nulle, puisque le système ne se déforme pas dans son mouvement (voir Livre I, Chap. I, § 6) ; le travail de la résistance de l'axe est nul aussi, puisque le point d'application de cette force étant sur l'axe ne se déplace pas ; il ne reste à évaluer que les travaux de la pesanteur. La somme de ceux-ci est égale au travail de la résultante des actions de la pesanteur sur tout le corps, c'est-à-dire au travail du poids P du pendule, appliqué au centre de gravité, qui décrit l'arc AA′ pendant le temps $t$. Si $a$ désigne la longueur OA, on a pour ce travail :

$$Pa(\cos\theta - \cos\alpha) = 2Pa\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

La force vive initiale étant nulle, le théorème des forces vives donne

$$\theta'^2 I = 4Pa\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

d'où

$$\frac{-\theta'}{2\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}}} = \sqrt{\frac{Pa}{I}}.$$

équation qui ne diffère de celle relative au pendule simple qu'en ce que la constante $\frac{g}{l}$ est remplacée par la constante $\frac{Pa}{I}$. En faisant le même changement dans la formule du § 5, qui donne la durée d'oscillation du pendule simple, on obtient évidemment la formule donnant la durée d'oscillation du pendule composé.

Celle-ci est donc :

$$t = \pi\sqrt{\frac{I}{Pa}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\sin^4\frac{\alpha}{2} + \ldots\ldots\right]$$

aurait partout la même durée d'oscillation que le pendule composé. On appelle ce pendule simple, le *pendule synchrone* du pendule composé.

Quand le pendule est homogène et a une forme géométrique simple, le calcul de la longueur $\frac{I}{Ma}$ du pendule synchrone est une question de géométrie.

Ce calcul est facilité du reste par le théorème suivant : *Le moment d'inertie* I *d'un pendule par rapport à un axe est égal à son moment d'inertie* J *par rapport à un axe parallèle au précédent et passant par le centre de gravité, augmenté du produit de la masse du pendule* M *par le carré* $a^2$ *de la distance des deux axes* (1).

$$I = J + Ma^2$$

(1) Soient (fig. 24) $m$ la masse d'un point A du pendule, $r$ sa distance AO au premier axe O, R sa distance AU au second axe parallèle passant par le centre de gravité G, $a$ la distance OU, et, enfin, $h$ la distance AH de A à un plan K passant par G perpendiculairement à la plus courte distance OU des deux axes. On a dans le triangle AOU :

$$r^2 = R^2 + a^2 - 2ah$$

d'où, en multipliant par $m$ les deux membres :

$$mr^2 = mR^2 + ma^2 - 2amh$$

et en faisant la somme pour tous les points du pendule :

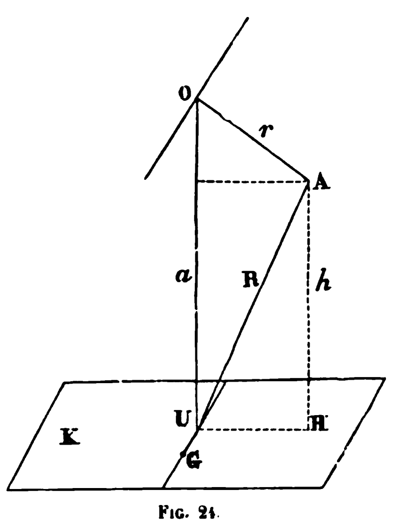



Fig. 24.

$$\sum mr^2 = \sum mR^2 + a^2\sum m - 2a\sum mh$$

Posons $J = MK^2$ (la quantité K ainsi définie se nomme le *rayon de giration* [1]) ; l'équation précédente devient :

$$I = M(K^2 + a^2)$$

et la longueur $l$ du pendule synchrone est donnée par

$$l = \frac{I}{Ma} = a + \frac{K^2}{a}$$

Le calcul de la longueur du pendule synchrone est ainsi ramené à celui du rayon de giration K.

La formule du pendule composé devient alors :

$$t = \pi \sqrt{\frac{a + \frac{K^2}{a}}{g}} (1 + A)$$

En désignant par $g$ l'intensité de la pesanteur, $g\sum mh$ ou $\sum mgh$ représente la somme des moments des actions de la pesanteur par rapport au plan K ; or cette somme est égale au moment de la résultante (poids du corps) par rapport à ce plan. Mais le centre de gravité étant situé dans le plan, ce moment est nul ; on a donc $g\sum mh = 0$, d'où $\sum mh = 0$. L'équation ci-dessus se réduit ainsi à :

$$\sum mr^2 = \sum mR^2 + a^2\sum m$$

ou

$$I = J + Ma^2$$

(1) Si une masse M était répandue en couche mince sur une surface cylindrique de rayon R, on aurait pour le moment d'inertie J de cette masse par rapport à l'axe du cylindre :

$$J = MR^2$$

et comme $J = MK^2$, on aurait $K = R$.

Ainsi, dans ce cas, le rayon de giration K serait le rayon même du cylindre.

**8. AXE D'OSCILLATION.** — On désigne ainsi un axe parallèle à l'axe de suspension, passant par un point O' (fig. 25) situé sur la perpendiculaire GO abaissée du centre de gravité G sur l'axe de suspension O, et à une distance de cet axe égale à la longueur $l$ du pendule synchrone.

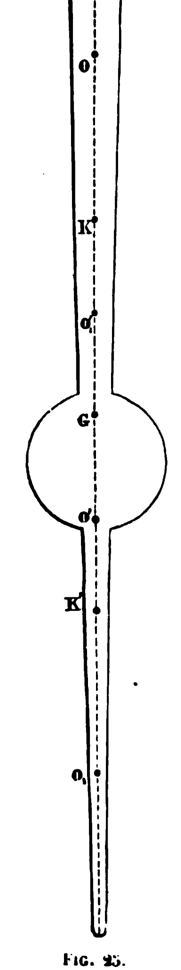


Fig. 25.

Les axes d'oscillation et de suspension jouissent de la propriété remarquable d'être réciproques l'un de l'autre; c'est-à-dire que, si l'on suspend maintenant le pendule par l'axe d'oscillation, l'ancien axe de suspension devient le nouvel axe d'oscillation. En d'autres termes, la longueur du pendule synchrone reste la même, et, par conséquent, le pendule dans cette nouvelle position a même durée d'oscillation que dans l'ancienne.

En effet, soit $l'$ la longueur du nouveau pendule synchrone après le retournement; si nous désignons par $a$ et $a'$ les distances OG et O'G, nous avons :

$$a + a' = l$$

d'ailleurs la longueur du pendule synchrone $l'$ est donnée par

$$l' = a' + \frac{K^2}{a'} = l - a + \frac{K^2}{l - a}$$

et comme $l = a + \frac{K^2}{a}$, on a :

$$K^2 = a\,(l - a)$$

d'où :

$$l' = l - a + \frac{a\,(l - a)}{l - a} = l$$

Remarquons que les axes symétriques $O_1$ et $O'_1$ de l'axe de suspension et de l'axe d'oscillation par rapport au centre de gravité G, étant situés à des distances $a$ et $a'$ de cet axe, donnent encore la même longueur pour le pendule synchrone. Il y a donc, en général, dans tout plan passant par le centre de gravité, quatre axes parallèles autour desquels le corps peut osciller dans le même temps.

Si K et K' désignent deux points pris sur une perpendiculaire à ces axes passant par G, et à des distances de ce point égales au rayon de giration, les quatre axes autour desquels le pendule a même durée d'oscillation sont compris le premier entre l'infini et K, le second entre K et G, le troisième entre G et K', le quatrième entre K' et l'infini (puisqu'on a $K^2 = aa'$). Si l'un des axes passe par l'un des points K ou K', le système des quatre axes se réduit à deux axes passant par K et K', et la durée de l'oscillation est la plus petite possible; car la longueur du pendule synchrone $a + \frac{K^2}{a}$ prend une valeur minimum pour $a = K$.

**9. MESURE DE L'INTENSITÉ DE LA PESANTEUR.** — La mesure de la durée d'oscillation d'un pendule dont la longueur du pendule synchrone a été déterminée, fait connaître l'intensité de la pesanteur $g$ au point où l'on opère; car dans la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + A)$$

tout est connu sauf $g$.

Les deux méthodes qui ont été les plus employées pour mesurer l'intensité de la pesanteur aux divers points du globe sont dues aux deux navigateurs Borda (1) et Kater (2). Nous allons les exposer.

(1) Jean-Charles Borda, né à Dax en 1733, mort à Paris en 1799.

(2) Kater, capitaine anglais. Ses expériences sur le pendule ont été exécutées vers 1818.

**10. PENDULE DE BORDA.** — Le pendule de Borda se composait d'une sphère pleine S (fig. 26 et 27), de faible diamètre, suspendue à un fil au moyen d'une petite calotte *c*, dans laquelle la sphère se fixait à l'aide d'un peu de suif. De cette façon, Borda pouvait aisément remplacer une sphère par d'autres de substances différentes, et il s'est assuré que la nature de la substance n'exerçait aucune influence sur la valeur de *g*. Dans les expériences définitives la sphère était en platine.

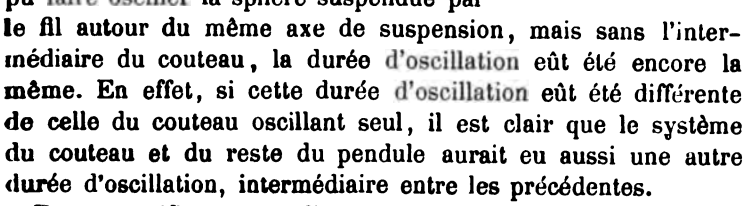


Fig. 26.

Le fil était fixé par sa partie supérieure à une pièce portant un prisme CC' semblable au couteau d'une balance, et dont l'arête reposait, par ses extrémités sur une plaque d'acier· celle-ci était soutenue par des supports scellés dans un mur massif, de façon à avoir une grande stabilité. Cette pièce possédait, comme le fléau d'une balance de précision, un bouton B, dont le déplacement, le long de la vis qui le portait, permettait de faire varier la distance du centre de gravité à l'axe de suspension.

En réglant convenablement cette distance, on arrivait à faire osciller le couteau seul, dans le même temps que le pendule tout entier, formé du couteau, du fil et de la sphère.

On était alors assuré que, si l'on avait pu faire osciller la sphère suspendue par


le fil autour du même axe de suspension, mais sans l'intermédiaire du couteau, la durée d'oscillation eût été encore la même. En effet, si cette durée d'oscillation eût été différente de celle du couteau oscillant seul, il est clair que le système du couteau et du reste du pendule aurait eu aussi une autre durée d'oscillation, intermédiaire entre les précédentes.

Par cet artifice, on se dispensait de calculer la longueur du

pendule synchrone de tout le système oscillant, ce qui aurait été fort compliqué, à cause de la forme du couteau. Il suffisait de faire ce calcul pour le pendule composé du fil et de la sphère seulement, puisque ce pendule plus simple aurait eu même durée d'oscillation que le pendule composé.

Le fil ayant un poids négligeable par rapport à celui de la sphère, le centre de gravité de ce système était le centre même de celle-ci. Or, le rayon de giration d'une sphère pleine homogène se calcule aisément. Le carré $K^2$ de cette quantité est égal à $\frac{2}{5} r^2$, en désignant par $r$ le rayon de la sphère. Si donc $a$ représente la distance du centre de la sphère à l'arête du couteau (axe de suspension), on a pour la longueur du pendule synchrone :

$$l = a + \frac{2}{5}\frac{r^2}{a}$$

Le rayon de la sphère s'obtenait par la mesure de son volume, déduit de la poussée exercée par l'eau, en se fondant sur le principe d'Archimède. Pour avoir $a$, on mesurait la distance entre l'arête du couteau et la partie inférieure de la sphère, et l'on en retranchait le rayon de celle-ci. Cette mesure s'effectuerait aujourd'hui à l'aide d'un cathétomètre. Du temps de Borda cet instrument n'était pas imaginé, et il a eu recours à l'emploi d'une règle graduée [1].

Quelques corrections étaient nécessitées par la présence de l'air au milieu duquel le pendule oscillait.

(1) Le pendule étant dans sa position d'équilibre, on plaçait au-dessous une petite plate-forme horizontale M (fig. 26), pouvant s'élever à l'aide d'une vis. On la soulevait jusqu'à ce qu'elle vînt affleurer à la partie inférieure de la sphère. On substituait alors au pendule une règle graduée portant un couteau, qui permettait de la suspendre comme le pendule lui-même, et dont l'arête correspondait au zéro de la graduation. Une réglette mobile à coulisse, portant un vernier, pouvait prolonger la règle. On tirait celle-ci, jusqu'à ce que son extrémité vînt affleurer à la plate-forme, et l'on faisait la lecture.

Dans la formule du pendule composé

$$t = \pi \sqrt{\frac{I}{Pa}} (1 + A)$$

P représente, exactement, la force qui tend à faire tomber le pendule. Or, cette force est égale à son poids dans le vide $p$ diminué de la poussée exercée par l'air. Si $d$ est le poids spécifique absolu de la substance qui forme la sphère, $\frac{p}{d}$ est son volume; et, si $\delta$ est le poids spécifique absolu de l'air, la poussée est $\frac{p}{d}\delta$; d'où $P = p - p\frac{\delta}{d} = p\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$. Comme on le voit, la correction à faire revient à multiplier le poids par la quantité très voisine de l'unité $\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$(1). La formule qui donne la durée d'oscillation dans l'air est donc :

$$t = \pi \sqrt{\frac{a + \frac{2r^2}{5a}}{g\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)}} (1 + A)$$

$g$ représentant l'intensité de la pesanteur dans le vide.

Les amplitudes étant environ de 4°, la série (1 + A) pou-

(1) Si la sphère est en platine, on a :

$$\frac{\delta}{d} = \frac{0,0013}{21} = 0,000062$$

et

$$1 - \frac{\delta}{d} = 0,999938.$$

vait se réduire, sans erreur sensible, à ses deux premiers termes :

$$\left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)$$

Il nous reste maintenant à faire connaître l'élégante méthode due à de Mairan ([1]) et employée par Borda pour mesurer la durée d'oscillation.

**11. MÉTHODE DES COINCIDENCES.** — A l'intérieur d'une cage en verre (fig. 27), destinée à protéger les appareils contre les agitations de l'air, se trouvaient le pendule et, derrière lui, une horloge réglée par des observations astronomiques, de façon que le balancier battit exactement la seconde. Celui-ci portait sur une plaque un trait L vertical dans la position d'équilibre, et, par conséquent, parallèle au fil du pendule au repos. On plaçait en dehors de la cage, et à une certaine distance, une lunette qui permettait de voir à la fois le fil du pendule et le trait du balancier; on disposait celle-ci de manière que l'image du premier couvrît celle du second, les deux pendules étant au repos. On mettait alors en mouvement l'horloge et le pendule; or, la longueur de celui-ci était prise telle que sa durée d'oscillation fût très voisine de celle du balancier, c'est-à-dire très voisine d'une seconde. Pour fixer les idées, supposons-la un peu plus petite.

A un certain moment on voyait, en regardant dans la lunette, le fil du pendule passer dans la verticale en même temps que le trait du balancier, en s'accompagnant de façon que le premier paraissait couvrir le second; il y avait *coïncidence*. A l'oscillation suivante, le pendule, marchant un peu plus vite que le balancier, avait pris une légère avance, et le fil se trouvait un peu en avant du trait. Cet écart augmentait à chaque oscillation, et il arrivait un moment où, le désaccord étant complet,

(1) Jean-Jacques Dortous de Mairan, physicien, mathématicien et littérateur né à Béziers en 1678, mort en 1771.

le fil et le trait passaient ensemble dans la verticale, mais en

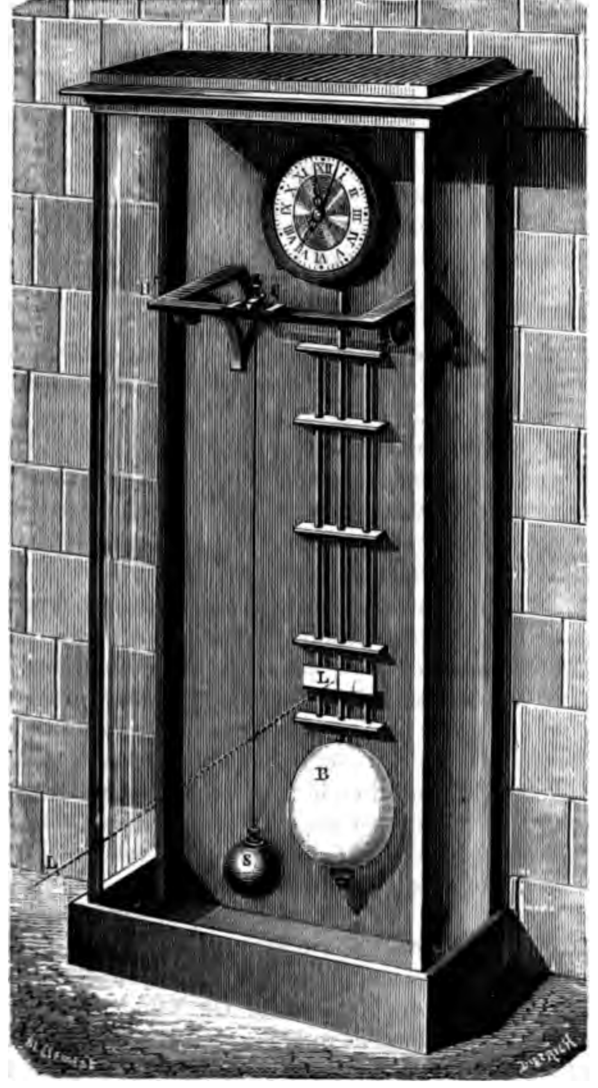



FIG. 27.

sens contraire. A ce moment le pendule avait fait juste une oscillation de plus que le balancier. Le pendule continuant à marcher plus vite que celui-ci, leurs vitesses redevenaient de même sens et, à un certain moment, on notait une nouvelle coïncidence, le fil et le trait passant ensemble dans la verticale en s'accompagnant. Ainsi, le pendule avait fait juste deux oscillations de plus que le balancier dans l'intervalle des deux coïncidences; si, entre celles-ci, $n$ était le nombre des oscillations de ce dernier, $n + 2$ était, par conséquent, celui des oscillations du pendule; et, comme les $n$ oscillations du balancier s'étaient effectuées juste en $n$ secondes, chaque oscillation du pendule avait pour durée $\frac{n}{n+2}$. Le nombre $n$ des secondes qui s'écoulaient entre deux coïncidences était donné par l'horloge, en notant l'heure lors de la première et lors de la deuxième coïncidence.

Lorsque la durée d'oscillation du pendule était, au contraire, un peu plus grande que celle du balancier, entre deux coïncidences le nombre des oscillations du pendule était $n - 2$, et la durée de chacune d'elles $\frac{n}{n-2}$.

Ce qui rend cette méthode élégante, c'est que l'observateur est dispensé de compter le nombre des oscillations du pendule. Si la durée d'oscillation de celui-ci est très voisine d'une seconde, $n$ est très grand. Dans ce cas l'opérateur note l'époque exacte d'une première coïncidence; comme par la connaissance approchée de la durée d'oscillation du pendule, il sait à peu près à quel moment aura lieu la coïncidence suivante, il peut s'absenter, et ne revenir qu'un peu avant l'époque présumée de celle-ci. Mettant alors l'œil à la lunette, il saisit le moment exact où cette coïncidence a lieu.

Ce qui rend la méthode précise, c'est que, quand $n$ est très grand, si l'on se trompe d'une oscillation sur le moment où a lieu exactement la coïncidence, il n'en résulte qu'une erreur très faible dans la durée de l'oscillation. On peut s'en assurer en faisant, dans la formule ci-dessus, $n$ successivement égal à 1000 et à 1001; on trouve pour la durée d'oscillation 0,998 014 et 0,998 016.

**12. PENDULE DE KATER.** — Il est tout différent de celui de Borda. C'est un pendule composé dont on détermine la longueur du pendule synchrône par la mesure de la distance entre l'axe de suspension et l'axe d'oscillation.

Pour cela, il est formé d'une règle plate métallique portant deux couteaux dont les arêtes parallèles sont placées en regard l'une de l'autre dans un plan K passant par le centre de gravité. L'un des couteaux étant à une distance de celui-ci notablement différente du rayon de giration, l'autre couteau a son arête placée dans la position qu'un calcul approché assigne à l'axe d'oscillation, l'arête du premier couteau étant prise comme axe de suspension.

Un curseur pesant, dont le centre de gravité peut se mouvoir dans le plan K, permet de faire un peu varier la position du centre de gravité de tout le pendule.

En plaçant convenablement ce curseur, on arrive à rendre parfaitement égales les durées d'oscillation du pendule autour de l'une ou de l'autre des arêtes des deux couteaux.

Quand ce résultat est obtenu, une des arêtes étant prise pour axe de suspension, l'autre occupe exactement la position de l'axe d'oscillation, et il suffit de mesurer la distance qui existe entre ces deux arêtes pour avoir la longueur $l$ du pendule synchrone. La durée de l'oscillation $t$ et l'amplitude étant aussi connues, on possède toutes les données nécessaires au calcul de $g$.

Les observations se font par la méthode des coïncidences.

**13. VARIATION DE L'INTENSITÉ DE LA PESANTEUR.** — 1° AVEC LA LATITUDE. — Les mesures faites aux divers points du globe peuvent être résumées par la formule empirique suivante :

$$g = 980{,}6056\ (1 - 0{,}0025523 \cos 2\lambda)$$

dans laquelle $g$ représente, au niveau de la mer et à la latitude $\lambda$, l'intensité de la pesanteur mesurée en prenant comme unité de longueur le centimètre et comme unité de temps la seconde (unités C.G.S.)

Pour $\lambda = 45°$, on a $\cos 2\lambda = 0$; ce qui montre que le facteur

qui multiplie la parenthèse n'est autre que l'intensité de la pesanteur à la latitude de 45°.

On tire de cette formule :

| | | |
|---|---|---|
| Valeur de l'intensité de la pesanteur à l'équateur | ($\lambda = 0$) | 978,103 |
| — — au pôle | ($\lambda = 90°$) | 983,108 |
| La valeur trouvée pour Paris est | | 980,96 |

Il y a deux causes qui contribuent à rendre la pesanteur un peu plus grande quand on s'élève en latitude. La première est l'aplatissement du globe terrestre aux pôles. Un corps est moins distant du centre de la terre au pôle qu'à l'équateur et, conformément aux lois de l'attraction universelle, il doit être plus fortement attiré. En second lieu, la terre tournant autour de son axe, la force centrifuge (1) notable à l'équateur, diminue quand la latitude augmente, et devient nulle au pôle. Or, à l'équateur, la force centrifuge est directement opposée à l'attraction terrestre, et le poids, résultante de ces deux forces, est égal à leur différence. A une autre latitude (fig. 28) la force centrifuge $Mf$, toujours normale à l'axe de rotation, fait un certain angle $f$MO avec l'attraction terrestre MF; le poids MP, résultante de ces deux forces, n'est pas exactement dirigé vers le centre de la terre, mais sa valeur est plus grande que la différence entre l'attrac-

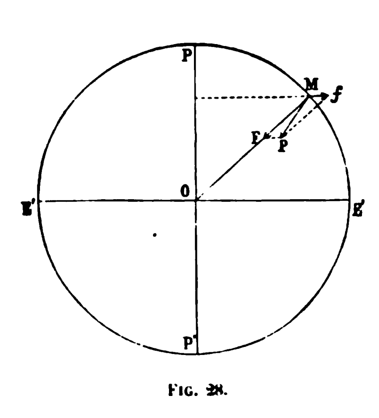


Fig. 28.

(1) Quand un corps fait partie d'un système animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe, l'équilibre relatif de ce corps par rapport aux autres points du système en mouvement nécessite les mêmes relations entre les forces qui agissent sur lui que si le système était en repos, à condition d'ajouter à celles-ci une force fictive égale à $\frac{mv^2}{r}$ ($m$ désignant la masse

tion MF et la force centrifuge, et d'autant plus voisine de MF que la latitude est plus élevée.

2° AVEC L'ALTITUDE. — Les expériences faites avec le pendule à diverses altitudes ne sont pas assez nombreuses pour permettre de trouver la loi suivant laquelle varie l'intensité de la pesanteur. Mais, l'identité de l'attraction universelle et de l'attraction terrestre nous fait voir que l'intensité de la pesanteur, qui est la force avec laquelle l'unité de masse est attirée vers le centre de la terre (si l'on néglige la force centrifuge très faible par rapport à l'attraction terrestre), doit varier en raison inverse du carré de la distance à ce centre. On a donc, en désignant par R le rayon terrestre par $g_a$ et $g_0$ les intensités de la pesanteur à l'altitude $a$ et au niveau de la mer :

$$\frac{g_a}{g_0} = \frac{R^2}{(R+a)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{a}{R}\right)^2}$$

ou, en négligeant devant l'unité le carré de $\frac{a}{R}$ :

$$g_a = g_0\left(1 - \frac{2a}{R}\right) = g_0\,(1 - 0{,}000\,000\,003\,1\,a)$$

($a$ étant exprimé en centimètres).

Il faut tenir compte de cette formule dans les observations faites pour déterminer la valeur de $g$ aux diverses latitudes, et réduire la valeur trouvée $g_a$ à ce qu'elle serait $g_0$ au niveau de la mer.

En réduisant en une seule les deux formules qui donnent les variations avec l'altitude et avec la latitude, on a, en supprimant

du corps, $v$ sa vitesse, $r$ sa distance à l'axe de rotation) dirigée normalement à l'axe de rotation et dans le sens qui écarterait le corps de cet axe. C'est à cette force fictive qu'on donne le nom de *force centrifuge*.

le produit tout à fait négligeable

$$0{,}000\,000\,003\,1\ a \times 0{,}002\,552\,3 \cos 2\lambda :$$

$$g = 980{,}605\,6\ (1 - 0{,}002\,552\,3 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10}\ a)$$

ou encore :

$$g = 980{,}605\,6 - 2{,}502\,8 \cos 2\lambda - 3 \times 10^{-6}\ a.$$

**14. LONGUEUR DU PENDULE SIMPLE BATTANT LA SECONDE.** — Si les oscillations sont d'amplitudes très faibles, la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

est applicable; on en tire $l = g \frac{t^2}{\pi^2}$

La longueur du pendule simple qui bat la seconde est donc égale à $\frac{g}{\pi^2}$. Cette longueur varie proportionnellement à $g$. Pour Paris, elle est égale à 99,38 centimètres.

On voit, qu'en attachant à un fil de près d'un mètre un petit corps pesant, on aura un appareil fort simple qui permet de mesurer le temps en secondes.

**15. APPLICATION DU PENDULE AU RÉGLAGE DES HORLOGES.** — Comme nous l'avons déjà dit, c'est Galilée qui a découvert, l'isochronisme des petites oscillations du pendule; c'est lui qui a trouvé la loi suivant laquelle varie la durée de l'oscillation avec la longueur, et qui s'est servi le premier de cet instrument pour mesurer le temps. Mais c'est à Huyghens (1656) [1] qu'est due l'heureuse application du pendule au réglage des horloges.

(1) Christian Huyghens, né à La Haye en 1629, passa une grande partie de son existence en France; il est mort en 1695.

Supposons que les aiguilles de l'horloge soient astreintes à s'avancer toujours de la même quantité à chaque oscillation d'un pendule. Comme celles-ci se font dans des temps rigoureusement égaux, si l'amplitude reste la même, les aiguilles s'avanceront de quantités égales dans des temps égaux: leur marche sera régulière.

Pour arriver à ce résultat, on se sert d'un pendule appelé *balancier*; il est constitué par une masse pesante de forme lenticulaire (fig. 29), pour présenter moins de résistance à l'air pendant le mouvement; la tige qui la supporte est fixée à sa partie supérieure par l'intermédiaire d'une lame flexible qui lui permet d'osciller. *L'échappement à ancre* est la disposition la plus généralement employée pour commander le mouvement des aiguilles par l'oscillation du balancier. Celui-ci fait corps avec une pièce KK'AF, pouvant osciller en même temps que le pendule autour d'un axe A. Cette pièce porte deux arrêts K et K', qui sont alternativement en prise avec les dents d'une roue à rochet R, sollicitée à tourner dans le sens de la flèche, grâce au poids moteur de l'horloge. Supposons le pendule à une extrémité de sa course, l'arrêt K est en prise avec la dent D; pendant que le pendule descend, l'arrêt K dégage la dent D, et la roue se met à tourner, mais seulement de la moitié de l'intervalle qui sépare deux dents consécutives; car, pendant que le pendule remonte, l'arrêt K' s'avance, la dent D' vient butter contre lui, et la roue est arrêtée dans son mouvement. A chaque oscillation, cette roue avance ainsi de la même quantité; or, par une série d'engrenages, ce mouvement est communiqué aux aiguilles, qui parcourent la même fraction du cadran à chaque battement du pendule.

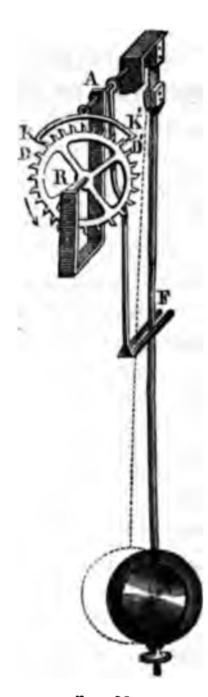


FIG. 29.

Quelque faibles que soient les frottements, ils finiraient par

diminuer les amplitudes du balancier, et à amener l'immobilité, si l'on n'évitait cet inconvénient par une légère impulsion que le pendule reçoit de la roue dentée à chaque oscillation : cette impulsion répare les pertes de vitesse.

Si les aiguilles s'avancent trop vite, il faut augmenter la durée de l'oscillation du balancier ; pour cela, on abaisse un peu la masse pesante le long de la tige. On la relève, au contraire, si la marche est trop lente, ce qui diminue la longueur du pendule synchrone.

**16. APPLICATION DU PENDULE A LA DÉMONSTRATION DE LA ROTATION DE LA TERRE.** — Nous avons vu que les oscillations d'un pendule, constitué par un corps pesant suspendu à l'extrémité d'un fil flexible, se font dans un même plan vertical. Pour faire varier l'azimuth de ce plan, il faut qu'une force étrangère à la pesanteur vienne à agir sur le pendule. Si aucune force n'agit, le plan de l'oscillation conserve une position invariable dans l'espace.

Supposons qu'un pendule oscille au pôle ; le fil, étant fixé par sa partie supérieure à un point, qui tournera en même temps que la terre, pourra subir une torsion ; celle-ci n'aura d'autre effet que de faire tourner le fil et le corps pesant sur eux-mêmes, sans modifier la position du plan d'oscillation. Ce plan, restant fixe dans l'espace, paraîtra, pour un observateur placé sur la terre, tourner en sens inverse du mouvement de celle-ci. En un autre point du globe situé en dehors de l'équateur, si le plan d'oscillation est dirigé d'abord suivant le méridien du lieu, il s'en écartera au bout de quelque temps; ce qui prouve que la méridienne ne se déplace pas parallèlement à elle-même, et, par conséquent, que la terre a un mouvement de rotation.

Cette expérience intéressante a été imaginée par Foucault, et exécutée par lui en 1851 au Panthéon à Paris. Une sphère de cuivre pesant 28 kilog. était suspendue à un long fil d'acier, de 64 mètres de longueur environ, fixé à la voûte de l'édifice. Ce pendule oscillait avec une grande lenteur et pendant très longtemps. Pour observer le déplacement relatif de son plan d'oscillation, on disposait au-dessous du pendule, et vers les extrémités de sa course de petits tas de sable humide, qu'une pointe,

fixée à la partie inférieure de la sphère, venait entamer à chaque oscillation. On constata alors, conformément aux prévisions, que le plan d'oscillation se déplaçait lentement par rapport au méridien.

**17. LA PESANTEUR EST UN CAS PARTICULIER DE L'ATTRACTION UNIVERSELLE.** — Newton a montré que le mouvement des planètes et de leurs satellites s'explique en admettant que *deux corps s'attirent proportionnellement au produit de leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance.*

Tel est l'énoncé de la loi de *l'attraction universelle.* Comme conséquence de cette loi, on démontre que, si un corps est constitué par des couches sphériques de même densité dans toute leur étendue (comme le sont à peu près tous les astres), l'action exercée par ce corps sur un autre est la même que si toute sa masse était concentrée en son centre [1].

La pesanteur n'est qu'un cas particulier de l'attraction universelle : la terre attire un corps placé à sa surface comme si toute sa masse était réunie en son centre. En effet, l'expérience nous montre : 1° que le poids d'un corps est dirigé vers le centre de la terre ; 2° qu'il est proportionnel à la masse du corps ; 3° qu'il diminue quand la distance au centre de la terre augmente, et conformément à la loi du carré des distances.

Ce dernier point est établi par la connaissance des intensités de la pesanteur, jointe à celle de la valeur de la force centrifuge, aux diverses latitudes ; elle permet de calculer la force attractive exercée par la masse de la terre. Or, le rapport entre les valeurs de cette force attractive au pôle et à l'équateur est égal à l'inverse du carré du rapport entre la longueur du rayon terrestre polaire et celle du rayon équatorial, qui, comme on le sait, ne sont pas exactement les mêmes.

(1) Nous donnerons, a propos de l'électricité, la démonstration de ce théorème très général.

# CHAPITRE IV

## MESURE DES POIDS ET DES MASSES. BALANCE.

**1. MESURE DES POIDS ET DES MASSES.** — Un poids, étant une force, peut se mesurer à l'aide d'un dynamomètre à ressort. Mais cet instrument, ou est grossier, et n'a aucune sensibilité, ou, s'il est délicat, varie avec le temps dans ses indications, l'élasticité du ressort ne conservant pas la même valeur : on ne peut pas s'en servir dans les mesures précises.

La méthode employée pour la mesure exacte des poids repose sur l'égalité qui existe entre le poids d'un corps et le produit de sa masse par l'intensité de la pesanteur ($p = mg$)

Pour déterminer le poids, on aura, d'après cela, deux mesures à effectuer : 1° celle de la masse du corps, quantité invariable, quel que soit le lieu où il est transporté ; 2° celle de l'intensité de la pesanteur, quantité variable d'un point du globe à un autre, comme le poids du corps lui-même.

Nous avons vu comment on effectuait cette dernière mesure. Pour déterminer la masse, on cherche combien celle-ci renferme de fois une certaine masse prise comme unité. L'appareil qui sert pour cela est la *balance*. Cet instrument permet de reconnaître, par une opération appelée *pesée*, si, en un *même lieu*, les poids de deux corps sont égaux entre eux, et, par conséquent, s'ils ont *même masse*.

On commence par se procurer des masses multiples ou sous-multiples de l'unité adoptée. Par un tâtonnement régulier on obtient un morceau de cuivre ou de platine (poids dans le

langage usuel), qui pèse autant que l'unité de masse, et qui peut la remplacer. On en construit deux semblables ; puis un troisième poids qui pèse autant que les deux autres ensemble, et qui, par conséquent, a une masse double de l'unité ; et ainsi de suite. On arrive à construire des boîtes de poids contenant :

2 poids égaux à 1 unité
1 poids égal à 2 unités
1 poids égal à 5 unités
2 poids égaux à 1 dizaine d'unités
1 poids égal à 2 dizaines d'unités
1 poids égal à 5 dizaines d'unités
2 poids égaux à 1 centaine d'unités
1 poids égal à 2 centaines d'unités
1 poids égal à 5 centaines d'unités

et de même pour les mille, les dizaines de mille, etc. En associant convenablement les trois premiers poids, on peut avoir des masses égales à 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 unités ; en associant entre eux les trois suivants, des masses égales à 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 unités ; et, par conséquent, en les combinant aux trois premiers poids, on peut avoir des masses représentées par les nombres compris entre 1 et 99 inclusivement, en y ajoutant les trois suivants, par tous les nombres compris entre 1 et 999 ; et ainsi de suite.

Ces boîtes contiennent aussi des séries de 4 poids chacune (1, 1, 2, 5,) (1) donnant les dixièmes, les centièmes, les millièmes, etc., d'unité.

La balance nous permet de reconnaître combien il faut prendre de ces unités ou fractions d'unité pour qu'elles pèsent autant que le corps étudié ; ce résultat obtenu, la masse de celui-ci sera donnée par la lecture de la masse des poids.

La masse du corps étant connue, pour avoir son poids, on

(1) On peut remplacer les quatre poids (1, 1, 2, 5) par (1, 2, 2, 5), qui permettent d'obtenir tous les nombres compris entre 1 et 10 inclusivement. Pour les poids très petits (donnant par exemple les grammes, les décigrammes, les centigrammes, etc.), on préfère généralement cette dernière combinaiso n le poids 2 étant plus gros et plus maniable que le poids 1.

multiplie celle-ci par l'intensité de la pesanteur, comme nous l'avons déjà dit ; on voit qu'en opérant de la sorte on prend comme unité de poids *la force qui, agissant sur l'unité de masse, lui communique l'unité d'accélération.*

C'est ainsi qu'on procédera toutes les fois qu'on voudra connaître la force réelle qui sollicite le corps à tomber, c'est-à-dire le *poids*, tel qu'il a été défini plus haut. Mais nous nous empressons d'ajouter que, le plus souvent, la connaissance exacte de cette force est inutile, et que celle de la masse, qu'une pesée suffit à donner, intéresse seule. Par exemple, dans les transactions commerciales, on achète non pas *tel poids* d'une substance qui, pour une même quantité, varierait avec l'endroit où se ferait la mesure, mais bien *telle masse* de cette substance [1]. Et même, quand on veut être renseigné sur le poids même d'un fardeau, pour connaître l'effort qu'il faut faire pour le soulever, la connaissance de sa masse suffit seule en pratique, parce que nos muscles, ou les engins employés pour exercer l'effort, sont incapables d'apprécier la très légère différence de poids qu'une même masse possède aux divers points du globe.

Aussi, est-ce tout à fait exceptionnellement, et pour les besoins de la science seulement, qu'on cherche à déterminer le poids véritable ($mg$) d'un corps. En réalité, constamment dans le langage usuel le mot *poids* est employé pour le mot *masse* : ainsi, quand on dit qu'on achète *au poids*, on achète à *la masse.*

(2) Supposons que les transactions commerciales se fassent au poids réel, que le dynamomètre à ressort ait remplacé la balance ; il faudrait, en toute rigueur, avoir un tarif variant avec chaque localité en raison inverse de l'intensité de la pesanteur. Avec un tarif uniforme, il en résulterait des erreurs qui pourraient ne pas être toujours insignifiantes. Pour le montrer, supposons qu'on achète au Pérou, à Lima, 1000 kilogrammes-poids d'or, à raison de 3 520 francs le kilogramme-poids, celui-ci étant une force bien définie, par exemple, le poids d'un décimètre cube d'eau pure à 4° à Paris. Cette même masse d'or achetée 3 520 000 francs, transportée à Paris, pèserait $1000 \times \frac{980,96}{978,34} = 1002,860$ kilogrammes-poids (980,96 et 978,34 étant respectivement les intensités de la pesanteur à Paris et à Lima). On aurait donc, en revendant à Paris au même tarif, un bénéfice illégal de $2^{k},680$ d'or, soit en francs, 9 438 francs, ce qui n'est pas insignifiant, même sur un marché aussi considérable.

**2. BALANCE.** — La balance ordinaire se compose d'un levier rigide BA (fig. 30) appelé *fléau*, pouvant osciller autour d'un axe horizontal C. Aux deux extrémités A et B, et à des distances égales de l'axe, sont suspendus, d'une façon très mobile, deux *plateaux* ou *bassins* de même poids ; c'est dans ceux-ci qu'on place l'objet à peser et les poids marqués. Nous appellerons

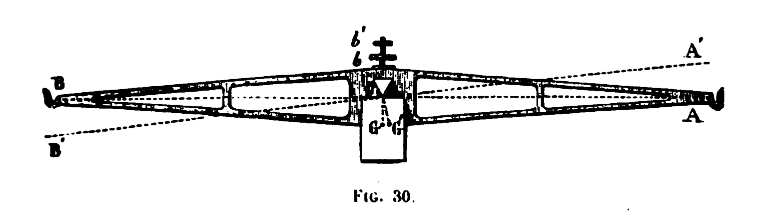


FIG. 30.

*direction* du fléau la ligne droite BA qui joint les points de suspension des plateaux ; cette ligne doit passer par l'axe de suspension C.

Les deux bras du fléau CA et CB étant parfaitement symétriques, le centre de gravité de celui-ci se trouve dans un plan passant par l'axe perpendiculairement à la direction du fléau. Il en résulte que, pour le fléau oscillant seul (sans les plateaux), la position d'équilibre est celle dans laquelle la direction de celui-ci est horizontale. Une aiguille fixée au fléau et dont l'extrémité se meut le long d'un arc de cercle divisé, pointe alors le zéro de la graduation. Toutes les fois que, dans une pesée, l'aiguille reste immobile dans cette position, on dit que *l'équilibre est établi.* Si l'on vient maintenant à suspendre les plateaux vides, ceux-ci étant de même poids et symétriquement placés par rapport à l'axe de suspension, l'aiguille pointera encore le zéro, quand le fléau aura cessé d'osciller. Il en sera évidemment de même si les poids mis dans chaque plateau sont égaux entre eux. Mais, si l'un est plus lourd que l'autre, la résultante des poids inégaux qui agissent aux deux extrémités A et B ne passant plus par l'axe de rotation, l'équilibre n'est plus possible pour la direction horizontale du fléau : il s'incline vers le poids le plus fort. En même temps que le fléau s'abaisse du côté de l'excès de poids, son centre de gravité se relève de l'autre côté ; le

poids du fléau tendant à le ramener dans la première position, les deux forces peuvent se faire équilibre, et, après quelques oscillations, le fléau peut rester immobile dans une position plus ou moins inclinée.

3. **PESÉE.** — La *simple pesée* se fait en mettant le corps dans l'un des plateaux et des poids marqués dans l'autre, jusqu'à ce que l'aiguille revienne au zéro. Il faut opérer méthodiquement, si l'on ne veut pas perdre un temps trop long en tâtonnements. On trouve facilement deux poids se suivant dans la boîte dont l'un est trop fort et l'autre trop faible ; conservant ce dernier dans le plateau de la balance, on y ajoute le poids plus faible suivant ; s'il est trop fort, on remplace ce dernier par celui d'après, s'il est trop faible on le garde et l'on ajoute le poids suivant ; on procède pour lui comme pour le précédent, et ainsi de suite.

Quand l'équilibre est atteint, l'aiguille pointant le zéro, ou oscillant également de part et d'autre de ce zéro, l'ensemble des poids marqués, placés dans l'un des plateaux, pèse autant que le corps, placé dans l'autre plateau, si la balance est exacte.

Nous allons chercher maintenant quelles sont les conditions d'exactitude de la balance, et, pour cela, nous allons établir une relation qui donne l'angle dont s'incline le fléau pour des charges déterminées dans chaque plateau.

4. **CALCUL DE L'ANGLE DONT S'INCLINE LE FLÉAU.** — Dans ce calcul nous supposerons une longueur quelconque à chacun des bras du fléau, et, en outre, nous n'admettrons pas que la droite qui joint les points de suspension des plateaux rencontre forcément l'axe de rotation, pour plus de généralité, et pour voir si ces conditions sont nécessaires à l'exactitude de la balance.

Quand aucune force n'agit aux extrémités du fléau, le centre de gravité G (fig. 31) vient se placer dans le plan vertical XY, passant par l'axe de suspension O. Prenons, comme plan de la figure, un plan perpendiculaire à cet axe ; soit alors A et B les projections des axes de suspension des plateaux. Posons

$$OG = d \quad OA = l \quad OB = l' \quad AOG = \beta \quad BOG = \beta'$$

Appliquons maintenant en A et en B deux forces verticales F et F'. Sous l'influence de ces forces, le fléau s'inclinera d'un angle $\alpha$

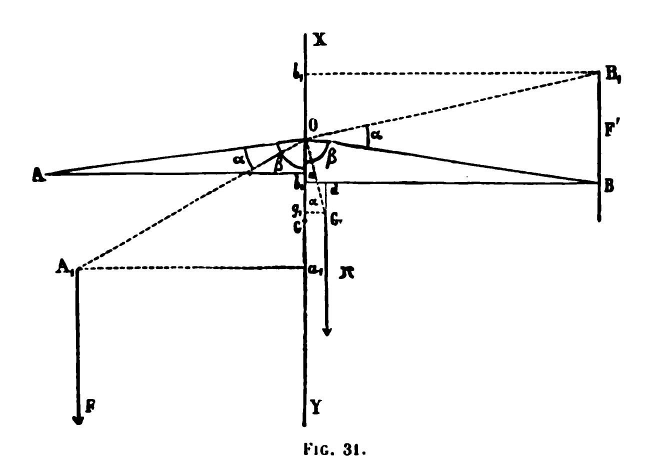


FIG. 31.

et prendra une nouvelle position d'équilibre $A_1OB_1$, dans laquelle son centre de gravité sera relevé en $G_1$; on a :

$$\alpha = AOA_1 = BOB_1 = GOG_1$$

Puisqu'il y a équilibre, la somme des moments de toutes les forces par rapport à un plan quelconque est nulle. Prenons pour plan des moments le plan vertical XOY passant par l'axe de suspension du fléau. Avec ce choix, le moment de la résistance de l'axe est nul, puisque le point d'application de cette force est dans le plan des moments.

Pour avoir les moments des autres forces, abaissons sur le plan XOY les perpendiculaires $A_1a_1$, $B_1b_1$, $G_1g_1$ ; les moments des forces F et F' et du poids $\Pi$ du fléau, appliqués respectivement en $A_1$, $B_1$ et $G_1$, sont:

$$- F \times A_1a_1 = - Fl \sin(\beta - \alpha)$$

$$+ F' \times B_1b_1 = + F'l' \sin(\beta' + \alpha)$$

$$+ \Pi \times G_1g_1 = + \Pi d \sin\alpha$$

et leur somme étant nulle on a :

$$\Pi d \sin\alpha + F'l' \sin(\beta' + \alpha) - Fl \sin(\beta - \alpha) = 0$$

d'où l'on tire :

$$(1) \qquad \tan g\alpha = \frac{Fl \sin\beta - F'l' \sin\beta'}{\Pi d + Fl \cos\beta + F'l' \cos\beta'}$$

**5. CONDITION D'EXACTITUDE DE LA BALANCE.** — Une balance est exacte si, des poids égaux étant placés dans les plateaux, le fléau prend la même position d'équilibre que celle qu'il possède quand aucune force n'agit à ses extrémités, en d'autres termes, si $\alpha = 0$. Soient P et P' les poids des deux plateaux et $p$ la valeur des poids égaux mis dans chacun d'eux ; on a $F = P + p$, $F' = P' + p$. Or, la condition nécessaire et suffisante pour que $\alpha$ soit nul est d'avoir :

$$Fl \sin\beta - F'l' \sin\beta' = 0$$

ou

$$Pl \sin\beta - P'l' \sin\beta' + p\,(l \sin\beta - l' \sin\beta') = 0.$$

Comme cette dernière égalité doit avoir lieu quel que soit $p$, il faut avoir séparément :

$$l \sin\beta - l' \sin\beta' = 0$$
$$Pl \sin\beta - P'l' \sin\beta' = 0,$$

ce qui revient à avoir :

$$l \sin\beta = l' \sin\beta'$$
$$P = P'$$

Ainsi, pour que la balance soit exacte:

1° Il faut que les distances A*a* (= $l \sin\beta$) et B*b* (= $l' \sin\beta'$) des points de suspension des plateaux au plan passant par le centre de gravité et par l'axe de suspension du fléau soient égales. Ce sont ces distances A*a* et B*b* qui doivent s'appeler les *bras du fléau* : il faut qu'ils soient égaux.

2° Il faut que les poids des deux plateaux soient les mêmes ; condition bien évidente.

3° Enfin, nous avons supposé dans ce qui précède que le centre de gravité de l'ensemble d'un plateau et des objets qu'il contient se trouve dans le plan vertical passant par l'axe de suspension (A ou B) de ce plateau, puisque nous avons transporté le poids (F ou F') en ce point. Ceci ne peut avoir lieu, quelle que soit la position de l'objet dans le plateau, que si celui-ci *est suspendu d'une façon très mobile* à l'extrémité du fléau. Telle est la troisième condition d'exactitude. Si elle n'est pas remplie, le plateau ne pourra pas osciller autour de son axe de suspension, et alors, suivant la position de l'objet, la verticale menée par le centre de gravité du plateau et de son contenu rencontrera le fléau en des points différents; ce qui produira le même effet qu'un bras de levier trop long ou trop court, et rendra la pesée inexacte.

Cette troisième condition est très aisée à remplir. Mais il n'en n'est pas de même des deux premières. Le constructeur s'efforce de rendre symétriques autant que possible les deux parties du fléau. Or cette condition, fût-elle parfaitement réalisée à un moment donné, ne le sera généralement plus au bout de quelque temps. Il suffit d'une tache de rouille, d'un peu de poussière, ou même d'une différence de température pour altérer l'égalité des deux bras du fléau, en déplaçant le centre de gravité.

Heureusement que les deux premières conditions ne sont pas nécessaires pour effectuer une pesée exacte par la méthode que nous allons indiquer.

6. **DOUBLE PESÉE.** — On place l'objet à peser dans l'un des plateaux de la balance, et l'on fait équilibre à son poids au moyen de grenaille de plomb, ou de grains de sable, placés

dans l'autre plateau : on *fait la tare*. Cette opération effectuée, on retire l'objet, et l'on met à sa place des poids marqués jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli. Il est clair que ceux-ci, produisant sur la balance exactement le même effet que le corps, ont même poids que lui et, par conséquent, même masse, quand même les bras du fléau seraient inégaux, ou que les plateaux n'auraient pas le même poids.

Cette méthode est donc bien préférable à celle de la simple pesée. Dans bien des cas, du reste, elle ne nécessite pas un plus grand nombre d'opérations, par exemple, quand on a à chercher l'augmentation ou la diminution de masse qu'éprouve un objet, par suite d'un traitement auquel on le soumet. On fait d'abord la tare de cet objet, en ayant soin de placer dans le plateau où il se trouve un poids marqué d'une masse supérieure à l'augmentation présumée ; puis, l'expérience faite, on replace l'objet sur le même plateau, et l'on ajoute ou l'on retranche des poids marqués jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli : la quantité ajoutée ou retranchée donne directement la variation de masse cherchée.

7. **SENSIBILITÉ DE LA BALANCE.** — Une balance est dite sensible quand, pour un faible excès de poids dans l'un des plateaux, le fléau s'incline d'une façon visible. C'est de la sensibilité d'une balance que dépend la précision de la pesée effectuée par la méthode précédente. C'est donc la qualité qui caractérise une bonne balance.

La formule (1) § 4 va nous montrer de quoi dépend cette sensibilité. Si l'on fait agir des forces F et F' telles que α soit nul on a :

$$Fl \sin \beta = F'l' \sin \beta'$$

Si maintenant on ajoint à F un excès de force $f$, on a :

$$\tan \alpha = \frac{(F + f) l \sin \beta - F'l' \sin \beta'}{\Pi a + (F + f) l \cos \beta + F'l' \cos \beta'}$$

cette formule, en vertu de l'égalité précédente, se simplifie; car en remplaçant $F'l'$ par $Fl\frac{\sin\beta'}{\sin\beta}$, elle devient:

$$\tang\alpha = \frac{lf\sin\beta\sin\beta'}{\Pi d\sin\beta' + Fl\sin(\beta+\beta') + fl\cos\beta\sin\beta'}$$

Remarquons d'abord que, si $\beta + \beta'$ est inférieur à $\pi$, c'est-à-dire si le plan joignant les axes de suspension des plateaux passe au-dessous de l'axe de suspension du fléau, la valeur de $\tang\alpha$, toutes choses égales d'ailleurs, est plus faible quand F est plus grand: la sensibilité de la balance diminue quand les charges placées dans les plateaux augmentent. C'est un inconvénient; aussi les constructeurs s'efforcent-ils de mettre autant que possible en ligne droite les trois axes, et de rendre les deux bras du fléau symétriques, ce qui donne $\beta = \beta' = \frac{\pi}{2}$. S'il en est ainsi, la sensibilité est indépendante de la charge totale; et la formule précédente devient plus simple:

$$\tang\alpha = f\frac{l}{\Pi d}$$

Pour un même excès de charge $f$ la valeur de $\tang\alpha$ est d'autant plus grande, que $\frac{l}{\Pi d}$, facteur de $f$, est plus considérable. On augmente donc la sensibilité :

1° En augmentant la longueur $l$ des bras du fléau.

2° En diminuant le poids $\Pi$ de celui-ci.

3° En diminuant la distance $d$ de son centre de gravité à l'axe de suspension [1].

(1) Remarquons que, si le centre de gravité coïncidait avec l'axe, la sensibilité serait infinie : le moindre excès de charge ferait trébucher complètement le fléau, qui, seul, serait en équilibre dans toutes les positions. Il

Enfin, il est une quatrième condition de sensibilité bien évidente : il faut que le fléau soit parfaitement mobile autour de son axe de supension.

Comme cette mobilité diminue toujours quand la charge augmente, qu'en outre, le fléau fléchit légèrement sous l'effort de cette charge, et qu'alors les axes de suspension des plateaux se trouvent un peu au-dessous de celui du fléau, la sensibilité est toujours moindre quand la charge devient plus grande. Aussi, dans la désignation de la sensibilité d'une balance, doit-on dire qu'elle est sensible à tel excès de poids pour telle charge dans les plateaux ; par exemple, qu'elle est sensible au demi-milligramme pour 200 grammes dans chaque plateau.

**8. DESCRIPTION D'UNE BALANCE DE PRÉCISION.** — Nous allons voir maintenant comment on réalise les conditions de sensibilité

Le fléau doit être long et léger, quoique rigide ; pour cela, il est constitué par une lame de métal placée de champ ayant la forme d'un losange très allongé (BA fig. 30) ; celui-ci est évidé, ce qui diminue son poids sans compromettre sa rigidité.

Pour réaliser un axe de suspension qui produise le moins de frottement possible, cette lame est traversée perpendiculairement à son plan par une prisme d'acier C à angle aigu, appelé *couteau*, dont l'arête, dirigée en bas, repose horizontalement par ses extrémités sur deux plans d'acier ou d'agate bien polis (*chape*). Cette arête est très légèrement arrondie pour ne pas couper les plans qui la supportent; c'est elle qui, restant fixe pendant l'oscillation, constitue l'axe de suspension.

Pour apprécier facilement les petites déviations du fléau, une longue aiguille descendante E (fig. 32) est fixée à celui-ci. Sa pointe se meut devant un arc de cercle divisé G, placé entre les colonnes qui supportent la chape.

Nous avons vu, qu'en diminuant la distance du centre de gravité du fléau à l'axe de suspension, on pouvait augmenter indé-

serait encore plus mauvais de mettre le centre de gravité au-dessus de l'axe de suspension, car le fleau, seul, resterait toujours penché du côté où on l'a incline, et il pourrait se faire que, les plateaux étant suspendus à ses extrémités, le fléau restât penché du côté du poids le plus faible.

finiment la sensibilité de la balance. Cette propriété permet de régler celle-ci au gré de l'expérimentateur [1]. Une vis placée au-dessus de l'arête du couteau, et dans le plan de symétrie du fléau




Fig. 32.

porte un bouton de laiton ou, plus souvent, deux boutons B, de grosseurs inégales, qui forment écrous. En les tournant, dans un sens ou dans l'autre, ils s'élèvent ou s'abaissent, et, par conséquent, rapprochent ou écartent le centre de gravité de l'axe de suspension. Pour un même déplacement, le gros bouton fait plus varier la position de ce point que le petit; celui-ci permet ainsi de parfaire plus facilement le réglage.

Pour suspendre d'une façon très mobile les plateaux, on emploie plusieurs procédés. Le plus souvent, à chacune de ses

(1) Il n'est pas toujours avantageux d'avoir une balance d'une sensibilité exagérée, car les pesées deviennent alors extrêmement longues.

extrémités, le fléau porte un couteau d'acier I (fig. 33) à arête dirigée en haut et parallèle au couteau du milieu : ce sont les axes de suspension des plateaux. On s'arrange pour que les arêtes des trois couteaux soient, autant que possible, dans un même plan. Une surface plane E, en acier poli, repose sur chacun de ces couteaux ; c'est elle qui, par l'intermédiaire de deux branches en forme d'étrier, d'un crochet et d'un anneau K, supporte le plateau.

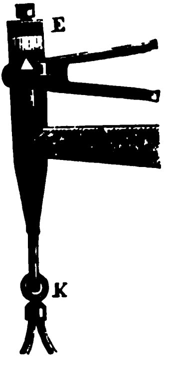






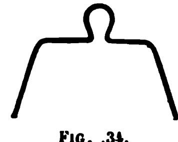
Fig. 33.

La balance est enfermée dans une cage en verre (fig. 32) qui la protège contre les agitations de l'air au moment de la pesée ; en outre, on évite ainsi la poussière, et, en mettant dans la cage des substances avides d'eau (chaux, ponce sulfurique), l'air se dessèche, et les pièces d'acier ne s'oxydent pas. Des portes, placées vis-à-vis de chaque plateau, permettent d'y déposer les objets ou les poids.

Quand les arêtes des couteaux reposent sur les plans correspondants, ces pièces s'usent réciproquement par leur contact. Pour éviter cette usure lorsque la balance ne sert pas, un système de leviers F, F′, mis en mouvement par un bouton T placé extérieurement à la cage, soulève le fléau, et empêche l'arête du couteau de reposer sur la chape. En même temps, une disposition du même genre soulève les étriers qui portent les plateaux. En tournant le bouton en sens inverse, les leviers F, F′ s'abaissent, laissent reposer doucement le couteau central sur la chape et les étriers des plateaux sur les arêtes des couteaux extrêmes. Cette disposition est aussi fort utile pour les pesées : on ne doit jamais mettre un poids dans l'un des plateaux, et surtout l'en ôter, sans avoir auparavant immobilisé le fléau en le soulevant à l'aide des leviers F, F′ ; sans quoi, les secousses imprimées par la main risquent de blesser l'instrument. L'opération faite, en tournant le bouton T, on permet au fléau d'osciller, pour voir si le poids qu'on vient de poser est convenable.

Les poids qui représentent les fractions du gramme, sont formés de lames de platine découpées en carré qui, à cause de leur petitesse, doivent être prises avec une pince; les dixièmes de milligrammes, limite extrême des poids employés, sont si petits, si légers qu'il devient très difficile de les saisir même avec la pince. On remédie à cet inconvénient de la façon suivante.

Le fléau présente au-dessus de chacun des bras, et parallèlement à leur direction, deux règles métalliques plates, horizontales, $hO$, $h'O$ partagées chacune par des crans en dix parties égales, le cran d'origine est en O dans le plan passant par le centre de gravité du fléau et par l'axe de suspension, et le dernier cran est dans le plan parallèle au précédent passant par l'arête du couteau qui porte le plateau : le bras du fléau se trouve ainsi divisé en dixièmes. Un petit cavalier, formé par un fil de platine (fig. 34), pesant juste un milligramme, peut se mettre à cheval sur l'un des crans. Si l'on place ce cavalier sur le dixième cran, c'est-à-dire au-dessus du couteau qui soutient le plateau, c'est comme si l'on plaçait un milligramme dans celui-ci. Mais, si l'on vient à poser le cavalier sur un autre cran, le troisième, par exemple, à partir du milieu du fléau, son poids, agissant sur un bras de levier qui n'est que les $\frac{3}{10}$ du précédent, produira le même effet qu'un poids de $\frac{3}{10}$ de milligramme placé dans le plateau. Deux tiges cylindriques K et K′, traversant à frottement les parties latérales de la cage, se terminent par des crochets en forme de bayonnette; elles permettent d'enlever le cavalier et de le poser au cran voulu d'une manière commode, sans être obligé d'ouvrir la cage.


Fig. 34.

# CHAPITRE V

## POIDS SPECIFIQUES ET DENSITÉS.

**1. POIDS SPÉCIFIQUE ABSOLU.** — On appelle *poids spécifique absolu,* le poids de l'unité de volume d'un corps.

Si $\delta$ est la densité (masse de l'unité de volume) de ce corps, et si $g$ est l'intensité de la pesanteur, on a la relation :

$$d = \delta g$$

Ainsi, le poids spécifique absolu $d$ est proportionnel : 1° à la densité $\delta$, 2° à l'intensité de la pesanteur $g$ au lieu considéré. En un même lieu, les poids spécifiques absolus de plusieurs corps sont proportionnels à leurs densités.

A Paris, où l'intensité de la pesanteur est 980,96, le poids spécifique absolu d'un corps est en unités C.G.S. :

$$980{,}96 \times \delta$$

pour l'eau pure à 4° on a $\delta = 1{,}000\,013$ et, par conséquent, le poids spécifique absolu de l'eau pure à 4° est :

$$980{,}96 \times 1{,}000\,013 = 980{,}97$$

ce qui veut dire qu'un centimètre cube d'eau pure à 4° pèse à Paris 980,97 dynes.

**2. POIDS SPÉCIFIQUE RELATIF.** — Nous appellerons poids spécifique relatif d'un corps le *rapport qui existe entre le poids d'un certain volume de ce corps et le poids du même volume d'eau pure à 4° en un même endroit*; ou, ce qui revient au même, *le rapport qui existe entre la masse d'un corps et la masse du même volume d'eau pure à 4°.*

D'après cela, en désignant par $d$ le poids spécifique absolu du corps, par $\delta$ sa densité, et par D et $\Delta$ les mêmes quantités pour l'eau pure à 4°, on a pour le poids spécifique relatif $\rho$ d'un corps :

$$\rho = \frac{d}{D} = \frac{\delta}{\Delta}$$

d'où:

$$\delta = \rho \Delta$$

$$d = \rho D = \rho \Delta g$$

Or, comme nous allons le montrer, l'expérience permet de déterminer directement le poids spécifique relatif $\rho$ d'un corps. On voit ainsi que pour avoir la densité du corps $\delta$, ou son poids spécifique absolu $d$, il suffit de connaître, en outre, la densité $\Delta$ de l'eau à 4°. Nous verrons plus loin (Livre III, Chap. I, § 17) comment on l'a obtenue, et que l'expérience a donné :

$$\Delta = 1{,}000\,013$$

$\Delta$ est tellement voisin de l'unité [1], que le nombre qui représente le poids spécifique relatif et celui qui représente la densité d'un corps diffèrent au plus par une unité du cinquième chiffre significatif. Comme les meilleures méthodes que nous allons indiquer pour mesurer $\rho$, ne permettent pas, en général, d'avoir cinq chiffres significatifs exacts, on peut en

(1) Voir L. I, Ch. II, p. 48.

pratique prendre pour la densité le nombre trouvé pour le poids spécifique relatif.

Faisons remarquer que les poids spécifiques relatifs sont proportionnels partout aux densités, et qu'ils sont proportionnels aussi aux poids spécifiques absolus évalués en un même lieu. Ce qui fait que, dans un rapport de ces dernières grandeurs, on peut toujours remplacer celles-ci, soit par les densités, soit par les poids spécifiques relatifs, sans changer la valeur du rapport.

3. **DÉTERMINATION DES POIDS SPÉCIFIQUES RELATIFS.** — Toutes les méthodes employées reviennent à mesurer : 1° la masse d'un corps ; 2° la masse d'un égal volume d'eau pure ; le quotient fournit le poids spécifique relatif, si l'eau est à 4°. Comme il n'est pas commode d'avoir de l'eau à 4°, on se sert d'eau à 0°, qu'on obtient très aisément, et il reste à faire une petite correction que nous indiquerons plus loin.

De toutes les méthodes employées, la plus simple et la plus précise est la méthode dite *du flacon* ; aussi est-ce la seule que nous exposerons ici (voir aussi Livre III, Chap. I, § 18).

1° CORPS SOLIDES. — On place sur le plateau d'une balance : 1° le corps, 2° un flacon plein d'eau, et l'on établit l'équilibre à l'aide d'une tare placée dans l'autre plateau. Pour avoir la masse du corps, on enlève celui-ci, et on le remplace par des poids marqués jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint de nouveau. Le nombre de grammes inscrits sur ces poids est la valeur de la masse du corps, qui est obtenue ainsi par la méthode de la double pesée. Ensuite on enlève ces poids, et l'on place le corps dans le flacon, après avoir retiré celui-ci du plateau. Un volume d'eau égal à celui du corps sort du vase, et l'on replace celui-ci sur le plateau de la balance. En comparant ce qui s'y trouve maintenant à ce qui s'y trouvait quand on a établi l'équilibre pour la première fois, on voit qu'il y a en moins le poids de l'eau sortie du flacon ; on rétablit l'équilibre avec des poids marqués placés sur le plateau où se trouve celui-ci ; ces poids donnent la masse d'un volume d'eau égal au volume du corps, toujours par double pesée.

Tel est le principe fort simple de cette méthode. Pour obtenir

des résultats précis, il faut employer quelques précautions que nous allons indiquer.

Le flacon dont on se sert est en verre mince, et a le plus souvent la forme représentée par la figure 35. Le goulot, usé à l'émeri, peut être fermé par un bouchon de verre, usé aussi à l'émeri. Ce bouchon est creux, et se prolonge par un tube étroit évasé en entonnoir à sa partie supérieure. Ce tube porte un trait de repère *a*.

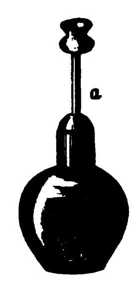


Fig. 35.

Après avoir rempli le flacon d'eau distillée récemment bouillie, pour être privée d'air, on le bouche; l'eau remonte alors dans la tige et jusque dans l'entonnoir. On enlève un peu d'eau de façon que son niveau se trouve dans le tube capillaire; puis le flacon est placé dans la glace fondante, et y est maintenu jusqu'à ce que le niveau de l'eau ne varie plus dans le tube. L'eau possède alors la température de la glace fondante, qui, par définition, est le zéro de l'échelle centigrade. A ce moment, avec un petit rouleau de papier à filtre, on enlève l'eau dans le tube jusqu'au point de repère *a*. On retire le flacon de la glace, on l'essuie, et on le laisse revenir à la température ambiante, ce qui ne peut changer son poids. Il est porté alors sur le plateau d'une balance de précision, et l'on place à côté le corps dont on veut avoir le poids spécifique; celui-ci doit être réduit en fragments assez petits pour pouvoir entrer dans le flacon. On fait la tare; puis on enlève le corps, et on le remplace par des poids marqués; soit *p* le nombre de grammes inscrit sur ceux-ci. Cette première opération faite, on enlève les poids et le flacon, et l'on introduit le corps dans celui-ci. Comme, en général, des bulles d'air restent adhérentes aux fragments solides immergés dans l'eau, il faut enlever ces bulles; on y arrive par des secousses, ou mieux en faisant bouillir le liquide dans le flacon, soit en le chauffant, soit en le plaçant dans le vide donné par une machine pneumatique. Le flacon plein d'eau est bouché; l'excès d'eau est enlevé comme précédemment, et ce flacon est placé dans la glace fondante. Quand le niveau de l'eau ne varie plus, on enlève ce liquide jusqu'au trait de repère *a*.

Le flacon contient alors un volume d'eau égal au volume contenu dans le premier cas diminué exactement du volume du corps à 0°. Le flacon retiré, essuyé et ayant repris la température ambiante, est replacé sur le même plateau de la balance. On rétablit l'équilibre à l'aide de poids marqués; soit $p'$ la masse inscrite sur ces poids.

Le rapport $\frac{p}{p'}$ donne la valeur du poids spécifique, sauf quelques légères corrections dues à la poussée de l'air, et dues aussi à ce que l'eau employée était à 0° et non à 4°.

Indiquons ces corrections. Soient V le volume du corps à 0°, D son poids spécifique absolu à 0°, $\Delta$ celui de l'eau à 0°, enfin $d$ et $\delta$ les poids spécifiques absolus, à la température à laquelle se font les pesées, 1° de la substance, platine ou laiton, dont sont formés les poids marqués, 2° de l'air qui entoure la balance. Le poids absolu du corps est VD; mais, dans l'air, il subit une poussée égale au poids de l'air déplacé, d'après le principe d'Archimède (Livre III, Chap. Ier § 13), c'est-à-dire sensiblement égal à $V\delta$ (1).

L'effort exercé par le corps sur le plateau de la balance est donc $VD - V\delta$; c'est cet effort qui est compensé par celui qu'exercent les poids marqués. Or, pour un instant, donnons comme signification à $p$ le poids réel dans le vide des poids marqués qui compensent l'action du corps, le volume de ces poids est $\frac{p}{d}$ et, par conséquent, déplaçant un poids d'air égal à $\frac{p}{d}\delta$, ils exercent sur le plateau de la balance un effort égal à $p - p\frac{\delta}{d}$; on a donc l'égalité :

$$(1) \qquad V(D - \delta) = p\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$$

(1) En toute rigueur, V étant le volume du corps à zéro, à la température $t$ son volume est $V(1 + kt)$, $k$ étant son coefficient de dilatation; et le poids du volume d'air déplacé est $V(1 + kt)\delta = V\delta + Vkt\delta$; mais, comme $kt$ et $\delta$ sont extrêmement petits, $Vkt\delta$ est absolument négligeable.

Représentons aussi par $p'$ le poids réel dans le vide des poids marqués qui rétablissent l'équilibre dans la seconde phase de l'opération. On peut voir que l'effort $p'\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$ exercé par ceux-ci sur le plateau de la balance égale, non pas exactement le poids $V\Delta$ de l'eau sortie, mais le poids $V\Delta - V\delta$, c'est-à-dire le poids apparent de cette eau dans l'air. En effet, soit K le poids absolu du verre du flacon, soit $k$ la poussée que subit celui-ci de la part de l'air extérieur soit R le poids absolu de l'eau qui remplit le flacon dans le premier cas. L'effort exercé alors par le flacon, son contenu et le corps placé à côté, est

$$K + R - k + VD - V\delta \tag{2}$$

Dans le second cas, quand, le corps étant dans le flacon, il en est sorti un volume d'eau dont le poids absolu est $V\Delta$, et qu'on a mis des poids marqués pour rétablir l'équilibre, l'effort exercé sur ce plateau est

$$K + R - V\Delta - k + VD + p'\left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \tag{3}$$

et comme cet effort est le même que le précédent, en égalant (2) et (3), et en supprimant les termes communs K, R, $k$ et VD, il vient :

$$-V\delta = -V\Delta + p'\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$$

ou

$$V(\Delta - \delta) = p'\left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \tag{4}$$

En divisant membre à membre les égalités (1) et (4), il vient :

$$\frac{D - \delta}{\Delta - \delta} = \frac{p}{p'} \tag{5}$$

Dans le second membre de cette égalité, $p$ et $p'$ peuvent aussi bien représenter les masses des poids marqués (le nombre de grammes qu'ils indiquent) que le poids réel de ceux-ci, puisque le rapport de leurs masses égale le rapport de leurs poids. Dans le premier terme de l'égalité (5) D, $\Delta$ et $\delta$ peuvent aussi bien représenter les poids spécifiques relatifs du corps, de l'eau à 0° et de l'air, que les poids spécifiques absolus, puisqu'il ne s'agit que d'un rapport.

On tire de l'égalité (5) :

$$D = \delta + \frac{p}{p'}(\Delta - \delta)$$

Or, nous verrons, dans le livre consacré à la chaleur, que le poids spécifique relatif $\Delta$ de l'eau à 0° est égal à 0,999 871, et que le poids spécifique relatif $\delta$ de l'air est donné par :

$$\delta = 0{,}001\,293 \frac{\left(H - \frac{3}{8}f\right)}{(1 + \alpha t)\,76}$$

H et $f$ étant les hauteurs en centimètres des colonnes mercurielles qui font équilibre à la pression atmosphérique et à la force élastique de la vapeur d'eau contenue dans l'air, et $t$ étant la température au moment des pesées. Comme $f$ et $t$ sont toujours petits et H voisin de 76, il suffit en général de prendre $\delta = 0{,}0013$ et $\Delta = 0{,}9999$ pour faire cette correction; les erreurs commises sur l'évaluation de $\frac{p}{p'}$, rendant le plus souvent illusoire l'emploi d'une correction plus exacte.

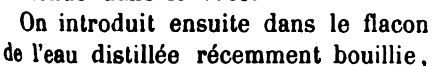
2° Corps liquides. — On prend successivement les masses de volumes égaux du liquide et d'eau à 0°.

Pour cela, on se sert d'un flacon qui est représenté avec son support fig. 36. Il se compose d'une partie large, surmontée d'un canal capillaire sur lequel se trouve un trait de repère *a*. Ce canal s'évase dans le haut en un entonnoir cylindrique fermé par un bouchon à l'émeri, pour éviter, pendant l'expérience, l'évaporation des liquides volatils.

Le flacon, plein du liquide étudié jusque vers la partie supérieure du tube capillaire, est placé dans la glace fondante. Quand le niveau est devenu fixe, on enlève le liquide, à l'aide de papier à filtre, jusqu'au trait de repère. On essuie alors le vase, on le laisse revenir à la température ambiante et on le porte, soutenu par son support, sur le plateau de la balance de précision. Après avoir mis à côté un poids marqué (10 grammes environ), on établit l'équilibre à l'aide d'une tare placée dans l'autre plateau. Ceci fait, on enlève le flacon, on le vide, on le lave, on le sèche et on le reporte sur le plateau de la balance; soient $p$ les poids marqués nécessaires pour rétablir l'équilibre; ils donnent, sauf corrections, la masse du liquide contenue dans le vase.



Fig. 36.



On introduit ensuite dans le flacon de l'eau distillée récemment bouillie, et, après avoir répété les opérations précédemment décrites de façon à le remplir d'eau à 0° jusqu'au trait de repère, on porte ce flacon sur le plateau de la balance. Pour rétablir l'équilibre, on enlève alors de ce plateau un certain nombre de poids marqués; soit $p'$ leur valeur. Ces poids représentent, sauf corrections, la masse d'un volume d'eau égal à celui du liquide. (Si $p'$ était plus grand que $p$, le poids $p$ ajouté dans la seconde opération ne suffirait pas pour pouvoir retirer un poids $p'$ dans la troisième; c'est pour cela que, dans la première opération, il faut ajouter à côté du flacon un poids supérieur à la valeur présumée de $p' - p$, avant de faire la tare).

Désignons, pour un instant, par $p$ et $p'$ les poids réels dans le vide des poids marqués, et par D, $\Delta$, $d$ et $\delta$, les poids spécifiques absolus du liquide à 0°, de l'eau à 0°, du métal qui forme les poids marqués et de l'air à la température de la pesée; enfin soit V le volume à 0° du vase jusqu'au trait de repère $a$.

[illegible] par les poids [illegible]. La [illegible] différence entre [illegible] poids [illegible]

[illegible]

[illegible] différence entre le poids de l'eau [illegible] et [illegible]

[illegible]

[illegible] nombre [illegible]

[illegible]

[illegible] corps [illegible] dans cette formule les [illegible] les masses les poids marqués, [illegible] le nombre de grammes qu'ils [illegible]

[illegible] méthodes donnent le poids spécifique [illegible] solide ou liquide [illegible] Nous verrons plus loin [illegible] conséquence de cette manière et celle de la dilatation [illegible] d'obtenir le poids spécifique à des températures [illegible]

4. **CORRECTIONS A FAIRE SUBIR AUX PESÉES.** — Soit P le poids réel d'un corps homogène, D son poids spécifique absolu, $\delta$ celui de l'air, l'effort exercé par le corps sur le plateau de la balance est $P\left(1-\frac{\delta}{D}\right)$. Cet effort est le même que celui exercé par les poids marqués, pesant $p$ dans le vide, que l'on met à la place du corps sur le plateau de la balance, dans la méthode de double pesée; effort qui est $p\left(1-\frac{\delta}{d}\right)$, $d$ étant le poids spécifique absolu du métal qui constitue les poids; on a donc :

$$P\left(1-\frac{\delta}{D}\right)=p\left(1-\frac{\delta}{d}\right)$$

d'où :

$$P=p\,\frac{1-\frac{\delta}{d}}{1-\frac{\delta}{D}}$$

ou, plus simplement, en négligeant le produit extrêmement petit $\frac{\delta}{d}\cdot\frac{\delta}{D}$

$$P=p\left(1-\frac{\delta}{d}+\frac{\delta}{D}\right)$$

Dans cette formule les lettres D, $d$, $\delta$ peuvent représenter les poids spécifiques relatifs, et les lettres P et $p$ les masses; la masse $p$ étant directement donnée par la lecture du nombre de grammes inscrit sur les poids.

Si le corps à peser était hétérogène, il faudrait déterminer son volume V par une méthode quelconque, qui n'aurait pas besoin d'être très précise; on aurait alors :

$$P-V\delta=p\left(1-\frac{\delta}{d}\right) \quad \text{d'où :} \quad P=p\left(1-\frac{\delta}{d}\right)+V\delta$$

**5. DÉTERMINATION DU VOLUME D'UN CORPS.** — Si V est le volume, D la densité, P la masse d'un corps homogène, on a :

$$P = VD \quad \text{d'où :} \quad V = \frac{P}{D}$$

Pour déterminer V il faut, par conséquent, 1° mesurer la masse P par une pesée, en faisant les corrections indiquées ci-dessus, si l'on veut beaucoup d'exactitude ; 2° prendre le poids spécifique relatif $\rho$ du corps, si celui-ci est inconnu, pour avoir la valeur de la densité D, qui est donnée par la relation :

$$D = \rho \times 1{,}000\,013$$

celle-ci se réduit à $D = \rho$ si l'on ne tient pas à avoir le volume à $\frac{1}{100\,000}$ près.

Du reste, que le corps soit homogène ou hétérogène, on peut obtenir son volume, quand il est peu considérable, par la méthode du flacon : on mesure avec la balance la masse de l'eau qu'il déplace, en prenant les précautions indiquées à propos de la recherche du poids spécifique. Si nous employons les mêmes notations que plus haut, la relation (4) du § 3 nous donne :

$$V = \frac{p'}{\Delta - \delta}\left(1 - \frac{\delta}{d}\right)$$

Dans cette relation, $p'$ peut exprimer des grammes, pourvu que $\Delta$ et $\delta$ représentent les densités de l'eau à 0° et de l'air, dans les circonstances de la pesée ; V est donné alors en centimètres cubes (Voir aussi, Livre III, chap. Ier, § 18).

# LIVRE III

## HYDROSTATIQUE — PNEUMATIQUE
## HYDRODYNAMIQUE

---

# CHAPITRE PREMIER

## PRESSIONS

**1. TROIS ÉTATS PHYSIQUES DE LA MATIÈRE.** — Si un corps conserve de lui-même sa forme, malgré les actions de la pesanteur qui tendent à la modifier, si sa déformation ne peut être produite que par un effort notable, le corps est dit *solide*.

Si les diverses particules d'un corps peuvent glisser les unes sur les autres avec la plus grande facilité, de façon à obéir aux moindres forces qui tendent à produire ce glissement, si, par là, le corps n'a pas de forme propre, mais prend celle du vase qui le renferme, le corps est dit *fluide*.

Un *liquide* est un fluide *très peu compressible*, possédant une densité comparable à celle des solides ; quand un liquide est placé en petite quantité dans un vase, il occupe le fond de celui-ci, et *se termine par une surface libre*.

Un *gaz* est un fluide léger, *très compressible*, doué *d'expansibilité*, c'est-à-dire tendant toujours à occuper un volume plus grand que celui qu'il occupe ; si petite que soit la quantité d'un gaz introduite dans un vase clos, il remplit tout l'espace qui lui est offert, et *ne présente pas de surface libre*.

Pourvu qu'on ne change pas le volume d'un fluide, on peut le

déformer sans effort sensible ; il n'en n'est pas de même d'un corps solide. En d'autres termes, dans une déformation, les forces intérieures d'un solide accomplissent un certain travail ; au contraire, *dans une déformation* **sans changement de volume,** *les forces intérieures d'un fluide n'accomplissent qu'un travail extrêmement faible.*

Nous appellerons *fluide parfait* un fluide dans lequel ce travail serait *nul.* C'est un état idéal, mais dont les liquides mobiles comme l'eau, l'alcool, l'éther et tous les gaz, se raprochent assez pour que les théorèmes que nous établirons pour un fluide parfait leur soient applicables.

Les liquides visqueux, les corps pâteux s'éloignent plus de cet état, et forment la transition entre les liquides et les solides.

L'*hydrostatique* est l'étude des conditions d'équilibre des fluides.

2. **PRESSION.** — Quand on comprime un fluide, il diminue de volume ; si la compression cesse, il reprend son volume primitif : les fluides sont parfaitement élastiques.

Si une compression est exercée sur une partie d'une masse fluide, celle-ci non seulement fait effort pour repousser le corps qui exerce la compression, mais encore, en se détendant, comprime les parties voisines du fluide, qui compriment à leur tour les suivantes, et *la compression se transmet ainsi dans toute l'étendue du fluide.*

Le fluide comprimé, et en état d'équilibre, exerce des efforts contre les parois du vase qui le renferme et sur la surface des corps qui y sont plongés, tendant à repousser celles-ci pour augmenter de volume. Ces forces exercées par les fluides sur les surfaces qu'ils baignent s'appellent des *pressions.*

Nous pouvons aussi concevoir l'existence de pressions à l'intérieur même du fluide comprimé. Supposons qu'une surface idéale MN soit menée à l'intérieur de celui-ci, et le divise en deux parties A et B (fig. 37), la portion A exerce une *pression* sur la surface MN de la portion B, et, réciproquement, la portion B exerce une *pression* sur la surface MN de la portion A.

Fig. 37.

C'est à Pascal ([1]) qu'est dû le principe de la transmission des pressions dans un fluide. Ce principe, qui sert de base à toute l'hydrostatique, sera surabondamment démontré par toutes les expériences rapportées dans ce chapitre.

Dans les circonstances ordinaires, un fluide exerce toujours des pressions, ne fût-ce que parce que les couches supérieures, pesant sur les couches inférieures, les compriment. Les gaz, du reste, même si on pouvait les soustraire à l'action de la pesanteur, exerceraient encore des pressions, en vertu de leur expansibilité.

L'expérience suivante met en évidence l'existence des pressions exercées par les liquides :

Un tube T (fig. 38 et 39), à parois épaisses, se termine à sa partie inférieure par une section parfaitement plane.

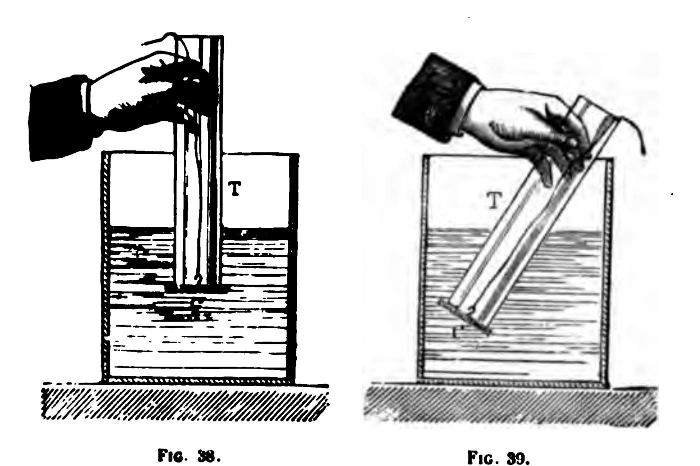



FIG. 38. FIG. 39.

Un disque plan C, d'un diamètre un peu supérieur à celui du tube, permet de fermer son orifice inférieur. Cet *obturateur* C peut être maintenu contre l'orifice par un fil fixé en son milieu, et

([1]) Blaise Pascal, né à Clermont-Ferrand le 19 juin 1623, mort à Paris le 19 août 1662.

qui traverse le tube. Si, l'appareil étant dans l'air, on lâche ce fil, l'obturateur, également pressé sur ses deux faces, tombe en vertu de son poids. Mais, si après l'avoir appliqué contre l'orifice du tube, de facon à fermer celui-ci, on plonge l'appareil dans un liquide, on peut lâcher le fil, et l'obturateur C ne tombera pas : une force le maintiendra appliqué contre l'orifice du tube ; cette force, c'est la *pression* exercée par le liquide sur la face inférieure de l'obturateur.

Quelques expériences, rapportées au commencement du chapitre consacré à l'étude spéciale des gaz, mettront en évidence les pressions exercées par ceux-ci.

3. **PRESSION PAR UNITÉ DE SURFACE.** — Une pression est une force ; elle se mesure donc avec l'unité de force adoptée (avec la dyne dans le système C.G.S.). Sa valeur augmente ou diminue suivant que l'aire de la surface pressée augmente ou diminue, et elle se réduit à zéro, si cette aire devient nulle.

On dit qu'une surface plane est *uniformément pressée* quand toutes ses parties d'aires égales supportent des pressions égales en grandeur et en direction (nous allons démontrer, du reste, que, dans l'état d'équilibre ces pressions sont normales à la surface pressée, et, par conséquent, toujours de même direction pour un plan ; mais nous ne le supposons pas *a priori*).

Dans ce cas, si $p$ est la pression par unité de surface, une portion de plan qui renferme S unités (c'est-à-dire d'aire S) supporte une pression totale P égale à $pS$ :

$$(1) \qquad P = pS$$

nous tirons de là :

$$(2) \qquad p = \frac{P}{S}$$

Ainsi, il existe un rapport constant entre la pression et l'aire de la surface pressée, quand même, l'aire de la surface tendant

vers zéro, les deux termes du rapport seraient infiniment petits, et ce rapport constant $p$ est *la pression par unité de surface.*

Quand une surface n'est pas uniformément pressée, le rapport $\frac{P}{S}$ de la pression totale exercée sur une partie de la surface à l'aire S de cette partie ne reste pas constant, en général, lorsque S varie ; dans ce cas nous appellerons le rapport $\frac{P}{S}$ *la pression moyenne par unité de surface.*

Considérons un point A (fig. 40), sur une surface plane ou courbe, et décrivons autour de A, sur cette surface, un contour fermé contenant le point A. On démontre que si l'aire de la surface ainsi limitée et son périmètre [1] tendent vers zéro en contenant toujours le point A, la pression moyenne $\frac{P}{S}$ de cette surface infiniment petite tend vers une valeur limite, parfaitement déterminée, dépendant de la position du point A, mais nullement de la forme du périmètre, ou de la manière dont il tend vers zéro.

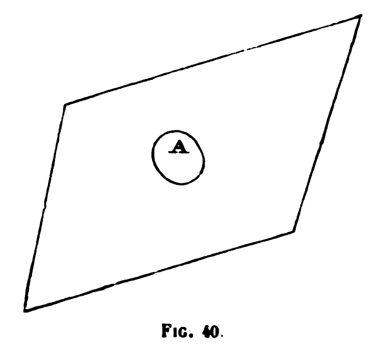


FIG. 40.

Cette valeur limite de la pression moyenne par unité de surface $\frac{P}{S}$, s'appelle la *pression par unité de surface au point* A. Si nous désignons par $p$ sa valeur on a :

$$p = \lim. \frac{P}{S} \tag{3}$$

(1) Quand la pression par unité de surface n'est pas une fonction linéaire des longueurs prises sur les droites menées dans le fluide, la limite de $\frac{P}{S}$ quand S et P tendent vers zéro dépend de la valeur limite du périmètre,

Si l'aire S de la surface décrite autour de A est très petite, et si P représente la très petite pression totale supportée par elle, le rapport $\frac{P}{S}$ diffère très peu de la limite $p$, et en écrivant

$$p = \frac{P}{S}$$

ou

$$P = pS \tag{4}$$

on ne commet qu'un erreur relative très faible, qui deviendra tout à fait nulle, si l'on fait tendre la surface S vers zéro à la fin du problème; une pareille surface est appelée *un élément de surface.*

4. **THÉORÈME FONDAMENTAL.** — En nous appuyant sur la définition d'un fluide, nous allons démontrer que, dans l'état d'équilibre, les pressions sont normales aux surfaces pressées, et, en outre, nous allons trouver une relation fondamentale entre les pressions par unité de surface en deux points du fluide.

Pour cela, dans une masse fluide en équilibre, limitons un certain volume (fig. 41). Les diverses particules de cette portion ainsi limitée sont soumises à des forces, les unes intérieures, les autres extérieures. Ces dernières se divisent en deux groupes : — 1° les actions de la pesanteur; — 2° les pressions que le fluide ambiant exerce sur la surface de la portion de fluide considérée.

Prenons deux points A et A', sur cette surface ; et décrivons autour de chacun d'eux un élément de surface ; soient $s$ et $s'$

même si A reste toujours le centre de gravité de l'aire infiniment petite. C'est pour cela que dans une définition précise de la pression par unité de surface en un point, il faut dire que non seulement l'aire, mais encore le périmètre de la surface tendent vers zéro.



les aires de ces éléments, et $p$ et $p'$ les pressions par unité de surface en A et en A'. La pression totale AF exercée par le fluide ambiant sur l'élément A a pour valeur $ps$, et la pression A'F' exercée sur l'élément A' a pour valeur $p's'$ ; soient $\alpha$ et $\alpha'$ les angles que font ces deux forces avec les normales AN et A'N' aux éléments. Enfonçons maintenant, d'une très petite quantité et parallèlement à lui même, l'élément A dans une direction AB, comprise dans le plan FAN, et faisant avec la normale AN un angle *arbitraire* $\varphi$. Pour ne pas changer le volume du fluide, retirons en même temps, parallèlement à lui même, l'élément A' dans une direction A'B' située dans le plan F'A'N', et faisant avec le prolongement $A'N'_1$ de la normale un angle *arbitraire* $\varphi'$, de façon que le volume $v$ du cylindre A'B' dont augmente la portion de fluide considérée, soit égal au volume du cylindre AB dont elle diminue. Si $l$ et $l'$ sont les longueurs AB et A'B' des axes de ces cylindres, on a la relation géométrique :

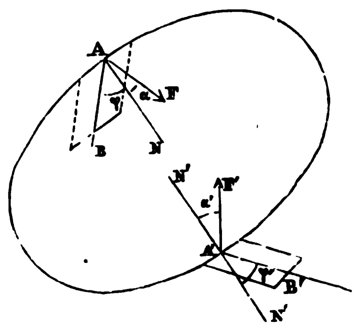


FIG. 41.

$$(5) \qquad v = sl\cos\varphi = s'l'\cos\varphi'.$$

Comme le fluide est en équilibre sous l'action des forces qui agissent sur lui, *la somme algébrique des travaux de toutes ces forces, pendant cette déformation, est nulle* (1). C'est ce

(1) Quand un système de points est en équilibre sous l'action de toutes les forces qui les sollicitent à se mouvoir, la résultante des forces agissant sur chaque point en particulier est nulle. Par conséquent la somme algébrique des travaux de ces forces, qui est égale au travail de la résultante Livre I, Chap. 1, § 3), est nulle aussi : la somme algébrique des travaux de toutes les forces qui agissent sur le système est donc nulle.

théorème de mécanique qui va nous permettre de trouver une relation entre les pressions.

Evaluons les travaux des diverses forces auxquelles le fluide est soumis.

1° Les pressions agissant sur les surfaces élémentaires A et A′ sont les seules qui accomplissent un travail, puisque ce sont les seules dont les points d'application se déplacent. Sur l'élément A la pression a pour valeur $ps$ ; son point d'application parcourant une longueur $l$ dans une direction AB faisant un angle $(\varphi + \alpha)$ avec celle de la force, le travail est égal à $+psl\cos(\varphi + \alpha)$. Sur l'élément A′, la pression a pour valeur $p's'$ ; elle fait l'angle $[\pi - (\varphi' + \alpha')]$ avec la direction A′B′ du déplacement, le travail est égal à

$$p's'l'\cos[\pi - (\varphi' + \alpha')] = - p's'l'\cos(\varphi' + \alpha')$$

2° Les actions de la pesanteur sur les diverses particules du fluide qui se déplacent accomplissent un travail. On démontre que la somme algébrique des travaux des actions de la pesanteur est égale au travail effectué par le poids du volume $v$ du fluide primitivement contenu dans AB, tombant du niveau A au niveau A′ ; par conséquent, si $h$ est la distance verticale de A à A′, et $d$ le poids spécifique absolu du fluide (poids de l'unité de volume), le travail de la pesanteur sur tout le fluide en mouvement est égal à $vdh$ [1].

(1) Pour démontrer ce théorème, évaluons le travail accompli pendant la déformation, par le poids d'une petite masse M (fig. 42) de la portion de fluide considérée.

Soit $z_1$ la distance initiale de cette masse à un certain plan horizontal HH′, soit $z_2$ sa distance au même plan à la fin de la déformation ; si $p$ est le poids de cette petite masse, le travail accompli par ce poids est $p(z_1 - z_2)$, et le travail W des actions de la pesanteur sur tout le système peut être exprimé par :

$$\text{(1)} \qquad W = \sum p(z_1 - z_2) = \sum pz_1 - \sum pz_2$$

$\sum pz_1$ représente la somme des produits des poids des diverses particules

3° Enfin, appelons $w$ le travail des forces intérieures du fluide augmenté du travail des frottements dus au glissement des parties latérales des cylindres AB et A'B'; on a l'équation :

$$psl\cos(\varphi + \alpha) - p's'l'\cos(\varphi' + \alpha') + vdh + w = 0 \qquad (6)$$

Mais, si nous avons affaire à un *fluide parfait*, puisque son

par leur distance à HH' avant la déformation ; et $\sum pz_2$ représente la quantité analogue après la déformation. Or, faisons deux parties de $\sum pz_1$ : 1° une partie correspondant aux particules enfermées dans le cylindre très petit

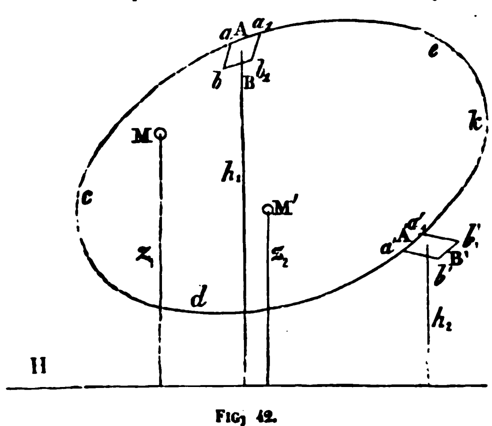



Fig. 42.

$aa_1bb_1$ dont doit diminuer la masse considérée ; si P est le poids de ce cylindre, et $h_1$ sa distance à HH', cette partie de la somme est égale à $Ph_1$ ; 2° une partie correspondant au reste, c'est-à-dire aux particules renfermées dans le volume $b_1a_1eka'_1A'a'dcab$, et que nous désignerons simplement par M ; de façon qu'on ait identiquement :

$$\sum pz_1 = Ph_1 + M \qquad (2)$$

Faisons de même pour $\sum pz_2$, et partageons cette somme en deux parties :

volume ne change pas dans la déformation que nous lui faisons subir, le travail $w$ est nul; l'équation se réduit à :

$$(7) \qquad psl\cos(\varphi + \alpha) - p's'l'\cos(\varphi' + \alpha') + vdh = 0$$

remplaçons $sl$ et $s'l'$ par leurs valeurs $\frac{v}{\cos\varphi}$ et $\frac{v}{\cos\varphi'}$, tirées de l'égalité (5), on a:

$$(8) \qquad pv\frac{\cos(\varphi + \alpha)}{\cos\varphi} - p'v\frac{\cos(\varphi' + \alpha')}{\cos\varphi'} + vdh = 0$$

Supprimant le facteur commun $v$ qui n'est pas nul, développant $\cos(\varphi + \alpha)$ et $\cos(\varphi' + \alpha')$, enfin effectuant les divisions indiquées, il vient :

$$(9) \quad p\cos\alpha - p\,\text{tang}\,\varphi\sin\alpha - p'\cos\alpha' + p'\text{tang}\,\varphi'\sin\alpha' + hd = 0.$$

1° une partie correspondant aux particules renfermées dans le volume $b_1a_1eka'_1A'a'dcab$ dont il vient d'être question; cette partie a déjà été désignée par M ; 2° une partie correspondant aux particules enfermées dans le cylindre très petit $a'a'_1b'b'_1$ dont a augmenté la masse considérée ; ce cylindre a aussi pour poids P et si $h_2$ est sa distance à HH', la partie de la somme qui le concerne a pour valeur $Ph_2$. On a donc identiquement :

$$(3) \qquad \sum pz_2 = M + Ph_2$$

En retranchant membre à membre (3) de (2) il vient :

$$\sum pz_1 - \sum pz_2 = P(h_1 - h_2)$$

d'où, en vertu de (1) :

$$W = P(h_1 - h_2) \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

Cette égalité doit subsister quelles que soient les valeurs de $\tang\varphi$ et de $\tang\varphi'$; puisque, les déplacements des éléments A et A', pouvant être faits suivant des directions quelconques, $\varphi$ et $\varphi'$ sont arbitraires. Or, pour qu'il en soit ainsi, il faut que les facteurs $p\sin\alpha$ et $p'\sin\alpha'$ de $\tang\varphi$ et de $\tang\varphi'$ soient nuls ; comme ni $p$ ni $p'$ ne sont nuls, il faut avoir :

$$\sin\alpha = 0 \quad \sin\alpha' = 0 \qquad \text{d'où:} \qquad \alpha = 0 \quad \alpha' = 0$$

Les *pressions exercées par un fluide en équilibre sont normales aux surfaces pressées.*

En faisant dans l'équation (5) $\alpha = 0$ $\alpha' = 0$, elle se réduit à :

$$p - p' + hd = 0$$

ou

$$p' - p = hd \tag{10}$$

C'est la relation fondamentale de l'hydrostatique. Elle montre que la pression par unité de surface, dans un fluide pesant, croît avec la profondeur, puisque $p'$ est plus grand que $p$, et, en outre, que *la différence ($p' - p$) des pressions par unité de surface en deux points d'un fluide, en équilibre, est égale au poids d'un cylindre droit du fluide ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur la distance verticale $h$ des deux points considérés ;* en effet $h$ étant numériquement égal au volume d'un pareil cylindre, $hd$ est son poids [1].

[1] Cette démonstration ne suppose pas l'existence de liaisons entre les particules du fluide ; elle s'appuie directement sur la définition d'un fluide parfait, et montre, par là, que, plus le corps s'écarte de cet état, moins le théorème précédent lui est applicable ; il n'est nullement applicable, en particulier, aux corps solides.

En admettant que les pressions sont normales aux surfaces pressées, on peut démontrer d'une façon fort simple la relation qui existe entre les

Si nous multiplions par l'aire $s$ d'un élément de surface, les deux membres de la relation (10), elle devient :

$$(11) \qquad p's - ps = shd$$

Or $ps$ et $p's$ représentent les pressions totales sur des éléments

pressions par unité de surface. Voici cette démonstration, qui est devenue classique.

Soient A et A′ (fig. 43) deux points d'un fluide en équilibre ; faisons passer deux plans de direction quelconque par ces points. Soient $p$ et $p'$ les pressions par unité de surface en A et en A′ relatives à la direction de ces plans (pour ne pas supposer *a priori* que ces valeurs sont indépendantes de la direction de la surface pressée). Décrivons autour de A, et sur le plan passant par ce point, un élément de surface MN d'aire $s$, et circonscrivons à cet élément un cylindre ayant ses génératrices parallèles à AA′ ; il découpe sur le plan passant par A′ un élément M′N′, d'aire $s'$, qui sera la seconde base de ce cylindre. Si le fluide est en équilibre, nous pouvons écrire que la somme algébrique des projections sur un axe quelconque de toutes les forces qui agissent sur les différentes parties de ce cylindre est nulle. Faisons choix, comme axe de projection, de l'axe AA′ du cylindre. Les forces agissantes sont : — 1° les pressions QQ′Q″, etc., sur la surface latérale du cylindre qui, étant normales à cette surface, sont perpendiculaires à l'axe AA′, et, par conséquent, ont une projection nulle sur cet axe (c'est pour cela que nous avons fait choix de l'axe AA′ de préférence à tout autre); — 2° les pressions sur les bases du cylindre ; la pression sur la base A est $ps$ ; soit $\alpha$ l'angle que fait sa direction AN″ avec AA′; sa projection sur cet axe est $ps \cos \alpha$ ; la pression sur la base A′ est $p's'$ ; soit $\alpha'$ l'angle que fait sa direction A′N‴ avec la direction AA′ ; sa projection est $p's' \cos \alpha'$ ($\alpha'$ étant obtus, cette projection est négative) ; — 3° les actions de la pesanteur, dont la somme des projections sur l'axe est égale à la projection du poids P du cylindre leur résultante ; si $\omega$ est l'angle que fait la verticale

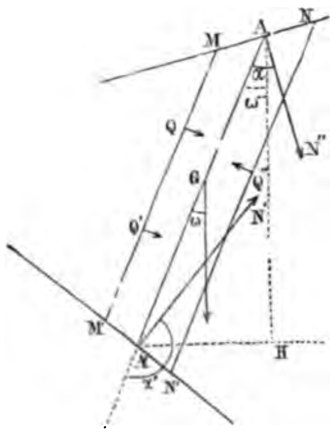


Fig. 43.

de même aire $s$ placés l'un en A l'autre en A', et $shd$ représente le poids d'un cylindre droit ayant $s$ pour base et $h$ pour hauteur; la relation (11) s'énonce ainsi :

*La différence des pressions supportées par deux éléments*

avec AA', cette projection est $P\cos\omega$ ; — 4° les forces intérieures agissant entre les différentes parties comprises dans le cylindre ; mais ces forces sont deux à deux égales et directement opposées, or, la projection sur un axe quelconque de deux forces égales et directement opposées (fig. 44), sont égales, en valeur absolue, et de signes contraires ; la somme algébrique des projections de toutes les forces intérieures est donc nulle.

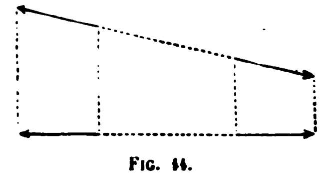


FIG. 44.

Par conséquent, en égalant à zéro la somme algébrique des projections de toutes les forces agissant sur le cylindre on a :

$$(1) \qquad ps\cos\alpha + p's'\cos\alpha' + P\cos\omega = 0$$

Or, en désignant par $l$ la longueur A' et par $\sigma$ la section droite du cylindre, son volume est $\sigma l$ ; et, si $d$ est le poids spécifique absolu du fluide, on a :

$$(2) \qquad P = \sigma l d$$

D'autre part, $\alpha$ étant l'angle aigu que forme la normale à la base A avec l'axe du cylindre AA' (normale au plan de la section droite), on a :

$$(3) \qquad s\cos\alpha = \sigma$$

et, $\alpha'$ étant l'angle obtus que forme la normale à la base A' avec l'axe AA', on a :

$$(4) \qquad s'\cos\alpha' = -\sigma$$

d'où, en remplaçant $s\cos\alpha$, $s'\cos\alpha'$ et P par leurs valeurs dans l'équation (1), elle devient :

$$(5) \qquad p\sigma - p'\sigma + \sigma l d\cos\omega = 0$$

et, en divisant les deux membres par $\sigma$, qui n'est pas nul :

$$(6) \qquad p - p' + dl\cos\omega = 0$$

*de surface égaux entre eux, placés dans un même fluide en équilibre, est égale au poids d'un cylindre droit du fluide ayant pour base l'aire commune aux deux éléments et pour hauteur la distance verticale qui les sépare.*

Nous allons déduire des conséquences importantes de cette relation fondamentale.

**5. 1re CONSÉQUENCE.** — *La valeur de la pression supportée par un élément de surface est indépendante de sa direction.*

Si l'élément placé en A' tourne autour de l'un de ses points, la direction de la pression qu'il supporte, étant toujours normale à la surface de l'élément, change avec la direction de celui-ci ; mais, si l'élément ne varie pas de grandeur, la pression conserve la même valeur; car cette valeur $p's$ est, d'après l'équation (11), donnée par la relation

$$p's = ps + shd$$

et le second membre de cette égalité est indépendant de la direction de l'élément A'.

**6. 2e CONSÉQUENCE.** — *Deux éléments de surface égaux entre eux, placés sur un même plan horizontal dans un même fluide en équilibre, supportent la même pression.*

En effet, la distance verticale $h$ de ces éléments étant nulle, la formule (11) devient :

$$p's - ps = 0 \qquad \text{ou} \qquad p's = ps \qquad (p = p')$$

Or, [illegible] est précisément la valeur de la distance verticale AH des deux éléments A et A', puisque dans le triangle rectangle AHA' on a :

$$AH = AA' \cos\alpha$$

[illegible] AH : $h =$ [illegible]

En remplaçant dans (8), on trouve la formule fondamentale

$$p' - p - hd = 0 \qquad \text{ou} \qquad p' - p = hd$$



Ceci est vrai, du reste, même quand l'élément n'est pas horizontal (fig. 45).

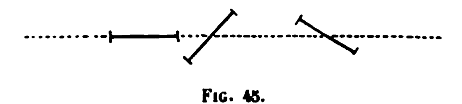


FIG. 45.

La pression par unité de surface ayant la même valeur $p$ dans toute l'étendue d'un plan horizontal situé dans un fluide en équilibre, la pression y est uniforme. Si donc on appelle P, P′, P″ les pressions totales supportées par des aires quelconques S, S′, S″ placées sur ce plan, on a :

$$\frac{P}{S} = \frac{P'}{S'} = \frac{P''}{S''} = \cdots = p$$

*Les pressions sont proportionnelles aux aires des surfaces pressées.*

**7. 3e CONSÉQUENCE.** — *Deux éléments de surface égaux entre eux qui supportent exactement la même pression dans un fluide pesant en équilibre sont placés sur un même plan horizontal.*

Car, ayant :

$$p's = ps$$

l'équation (11) donne $shd = 0$ ; et comme ni $s$ ni $d$ ne sont nuls, il faut avoir $h = 0$.

**8. 4e CONSÉQUENCE. — PRINCIPE DE PASCAL.** — Pascal, dans son traité *de l'équilibre des liqueurs*, a posé le principe suivant, qui a longtemps servi de base à toute l'hydrostatique.

« Si un vaisseau plein d'eau, clos de toutes parts, a deux ouvertures dont l'une soit centuple de l'autre, en mettant à chacune un piston qui lui soit juste, un homme, poussant le petit piston, égalera la force de cent hommes qui pousseront celui qui

est cent fois plus large, et en surmontera quatre-vingt-dix-neuf. Quelque proportion qu'aient ces ouvertures, et quelque direction qu'aient les pistons, si les forces qu'on met sur ces pistons sont comme les ouvertures, elles seront en équilibre. »

Ce principe serait parfaitement exact si le fluide n'était pas soumis à l'action de la pesanteur.

En effet, dans ce cas, le poids de l'unité de volume $d$ étant nul, la formule fondamentale (10) se réduirait à

$$p' - p = 0 \quad \text{ou} \quad p = p'$$

La pression étant uniforme dans le fluide, on aurait, en appelant P, P′, P″... les pressions exercées sur des aires planes quelconques S, S′, S″

$$\frac{P}{S} = \frac{P'}{S'} = \frac{P''}{S''} = \cdots = p$$

Les pressions *seraient proportionnelles aux surfaces pressées*. En réalité, un fluide est toujours pesant, et le principe de Pascal n'est jamais applicable en toute rigueur, si ce n'est pour des aires planes placées sur le même plan horizontal, comme nous l'avons vu § 6. Des surfaces de même étendue placées sur des plans horizontaux différents supportent des pressions inégales, dont la différence est égale au poids d'un cylindre droit du fluide ayant pour base l'aire commune aux deux surfaces et pour hauteur la différence des niveaux (§ 4). Mais, si cette différence de pression est très faible par rapport aux pressions totales supportées par les surfaces, on peut la négliger, et appliquer sans grande erreur le principe de Pascal. C'est ce qui a lieu pour les gaz, à cause de leur faible densité ; c'est aussi ce qui a lieu dans une presse hydraulique en fonction, à cause des énormes pressions qui y sont développées.

**9. PRESSE HYDRAULIQUE.** — Conçu par Pascal, cet appareil est une application directe du principe qui porte son nom, et

son bon fonctionnement en est la démonstration expérimentale.

Il se compose de deux corps de pompe, de diamètres très différents, fermés par des pistons, l'un large, l'autre de petite surface. Les deux corps de pompe communiquent entre eux par un canal, et tout l'appareil est plein d'eau.

Supposons que le large piston ait une surface 1000 fois plus grande que celle du petit. Si nous poussons celui-ci avec une force de 1 kilogramme, cette pression se transmettra dans tout le liquide, et, quand l'équilibre aura lieu, l'eau pressant avec une force de 1 kilogramme le petit piston, pressera le large piston avec une force de 1000 kilogrammes, en vertu du principe de Pascal. Il aura donc fallu pousser celui-ci avec une force de 1000 kilogrammes pour produire l'équilibre ; et, si la force qui tend à enfoncer le large piston est moindre, il obéira à la pression de l'eau et s'élèvera.

Ainsi, la presse hydraulique donne le moyen de vaincre une force considérable, avec une force faible.

Pendant longtemps cet appareil, qui aujourd'hui rend tant de services à l'industrie, est resté à l'état de conception théorique. Un obstacle s'opposait à sa réalisation pratique : sous les fortes pressions l'eau fuyait entre la paroi du corps de pompe et celle du piston ; si, pour éviter ces fuites, on faisait ce piston très juste, le frottement considérable qui en résultait empêchait l'appareil de fonctionner. Par un artifice, que nous allons indiquer Bramah [1] est parvenu à remédier complètement à cet inconvénient. Voici la description de la presse hydraulique, telle qu'elle est construite aujourd'hui (fig. 46).

Dans le large corps de pompe se trouve un piston plongeur P qui ne touche pas les parois de celui-ci. Il porte à sa partie supérieure une plate-forme A, vis-à-vis de laquelle se trouve un plateau B fixé au socle de l'appareil par quatre fortes colonnes de fer CC'. C'est entre ces deux plateaux qu'est placé l'objet à comprimer.

La partie supérieure du corps de pompe présente une rigole

(1) Joseph Bramah, mécanicien anglais, né en 1749, mort en 1814.

circulaire dans laquelle est logé un *cuir embouti* EE′ formant un anneau, dont la section (fig. 47) est un U renversé. Ce

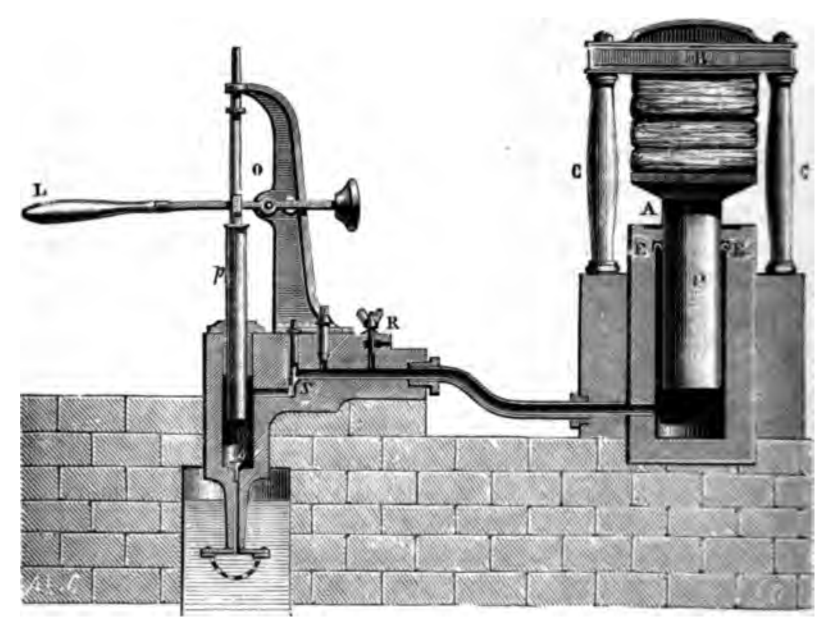



Fig. 46.

cuir souple et bien graissé appuie d'une part contre le piston, de l'autre contre la partie latérale et la partie supérieure de la rigole.

Fig. 47.

Quand la pression de l'eau devient forte, ce cuir est écrasé par elle, et, s'appliquant fortement contre le piston et contre les parois de la rigole, il ferme la partie supérieure du corps de pompe, d'autant plus complètement que la pression est plus forte, et, par conséquent, que l'eau a plus de tendance à fuir. Pourtant, grâce à sa souplesse, ce cuir n'apporte aucun obstacle au mouvement du piston.

Le petit corps de pompe contient aussi un piston plongeur *p*; celui-ci étant de petit diamètre, et les fuites ayant moins d'im-

portance dans ce corps de pompe, l'artifice du cuir embouti est inutile; ce piston traverse simplement une boîte à cuir, qui clôt d'une façon suffisante le petit corps de pompe à sa partie supérieure.

L'effort exercé par la main de l'opérateur est transmis à la tête du petit piston par l'intermédiaire d'un levier LO dont l'axe de rotation O est très près de la tête de ce piston. Il en résulte que cet effort est déjà multiplié par le rapport du grand bras de levier au petit.

Quand le petit piston s'abaisse, il refoule un certain volume d'eau dans le grand corps de pompe, et le gros piston se soulève de façon à faire place à l'eau introduite. D'après cela, la quantité dont s'élève le gros piston est à celle dont s'est abaissé le petit, en raison inverse des sections des deux pistons. Comme le gros piston ne s'élève ainsi que d'une quantité très faible, il faut pouvoir injecter une nouvelle quantité d'eau dans le grand corps de pompe. Pour cela, il est nécessaire qu'une soupape S se trouve sur le canal de communication, permettant le passage de l'eau dans le grand corps de pompe, mais ne permettant pas le retour de cette eau quand on soulève le petit piston. Une seconde soupape, placée à la base du petit corps de pompe, y laisse pénétrer l'eau d'un réservoir quand on relève le petit piston, mais empêche le retour de l'eau dans le réservoir quand on abaisse ce piston. Comme on le voit, cette partie de l'appareil est une pompe foulante.

Enfin, à l'aide d'un robinet à vis R on peut donner une issue à l'eau comprimée dans le grand corps de pompe, ce qui permet de faire cesser la pression, quand on veut retirer les objets placés entre les plateaux.

La presse hydraulique est employée toutes les fois qu'on a besoin de faire agir une grande force, à condition que le point d'application de cette force ait peu à se déplacer.

En effet, le travail fourni par la pression de l'eau sur le gros piston n'est pas plus grand que celui qui est fourni par la main de l'opérateur ; il est même moindre à cause des frottements. Soient S et S′ les sections du gros et du petit piston, soit H la hauteur dont le premier s'élève quand le second s'abaisse de H′;

si $v$ est le volume de l'eau qui passe alors d'un corps de pompe dans l'autre, on a :

$$v = SH = S'H'$$

Soit $p$ la pression par unité de surface dans l'appareil; $pS$ est la pression totale sur la base du gros piston, et $pSH$ le travail qu'elle accomplit ; on a donc :

$$W = pSH = pv$$

le travail négatif W' accompli par la pression $pS'$ de l'eau sur la base du petit piston qui s'abaisse est $-pS'H'$; d'où :

$$W' = -pS'H' = -pv$$

on a donc :

$$W = -W' \text{ (1)}$$

Or, la main de l'opérateur doit accomplir ce travail W', et, en outre, le travail dû aux frottements.

On ne gagne donc rien en travail en se servant comme intermédiaire de la presse hydraulique : il en est de cet appareil comme de toutes les autres machines.

**10. 5° CONSÉQUENCE.** — *La surface de séparation d'un liquide et d'un autre fluide* (liquide ou gaz) *est un plan horizontal dans l'état d'équilibre.*

(1) Faisons remarquer que le petit calcul que nous venons de faire n'est qu'une vérification ; puisque, pour établir la relation fondamentale entre les pressions, nous nous sommes précisément appuyés sur ce que la somme algébrique des travaux des forces dans un petit déplacement des particules d'un fluide en équilibre est nulle, ce qui donne immédiatement, puisqu'on néglige ici les actions de la pesanteur, $W + W' = 0$, d'où : $W = -W'$.

Soit EE' (fig. 48) la surface de séparation ; menons dans le liquide inférieur un plan horizontal XY, et dans le fluide supérieur un autre plan horizontal UV ; appelons $h$ la distance de ces deux plans. Considérons sur XY un élément de surface A, et, dans la verticale passant par A, un élément B, sur la surface de séparation EE', et un élément C sur UV. Considérons en un second point quelconque de XY un autre élément de surface $A_1$, et, dans la verticale passant par $A_1$ un élément $B_1$ sur la surface de séparation EE', et un élément $C_1$ sur UV. Prenons ces six éléments A, B, C, $A_1$, $B_1$, $C_1$, de même aire $s$. Les éléments égaux C et $C_1$, placés sur un même plan horizontal dans un même fluide, supportent une même pression P. L'élément B, placé à une distance verticale $z$ au-dessous, supporte une pression qui est égale à $P + szd$, en appelant $d$ le poids spécifique absolu du fluide supérieur ; l'élément A, placé à une distance verticale $(h - z)$ au-dessous de B, supporte une pression égale à la précédente augmentée de $s(h - z)d'$, en appelant $d'$ le poids spécifique absolu du liquide inférieur ; c'est-à-dire :

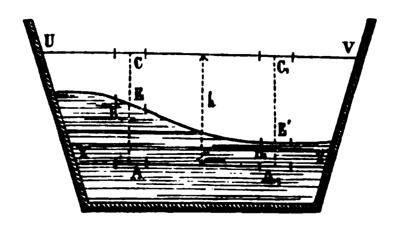


Fig. 48.

$$P + szd + s(h - z)d'$$

Pour les mêmes raisons, en désignant par $z_1$ la distance verticale $C_1B_1$, l'élément $A_1$ supporte la pression

$$P + sz_1d + s(h - z_1)d'$$

Comme les éléments A et $A_1$ sont placés sur un même plan horizontal dans un même liquide en équilibre, ils supportent la même pression ; d'où l'égalité :

$$P + szd + s(h - z)d' = P + sz_1d + s(h - z_1)d'$$

qui après réduction devient :

$$z(d - d') = z_1(d - d')$$

Si les densités des deux fluides sont différentes, $(d - d')$ n'est pas nul, et, en supprimant ce facteur commun, il vient :

$$z = z_1$$

Tous les points de la surface de séparation EE′ sont placés à une même distance verticale au-dessous du plan horizontal UV; par conséquent, la surface de séparation EE′ est un plan horizontal (1).

La surface libre d'un liquide est la surface de séparation entre ce liquide et l'air (ou un autre gaz). *La surface libre d'un liquide est un plan horizontal dans l'état d'équilibre.*

Au point de vue expérimental, le fait est facile à vérifier. La surface d'un liquide réfléchit la lumière en donnant des images virtuelles symétriques des objets : c'est donc un *plan*. Si l'on dispose un fil à plomb au-dessus du liquide (fig. 49) on voit l'image du fil exactement dans le prolongement du fil lui-même ; la direction du fil à plomb, c'est-à-dire la verticale est donc perpendiculaire à la surface plane réfléchissante : celle-ci est *horizontale*.

(1) Si l'on a $d - d' = 0$, c'est-à-dire si les poids spécifiques absolus et, par conséquent, les densités sont les mêmes, l'égalité ci-dessus peut être satisfaite sans avoir $z = z_1$. Les phénomènes hydrostatiques laissent alors la surface indéterminée. Mais les liquides sont soumis à des forces intérieures qui, à la surface de séparation de deux fluides, produisent les phénomènes dits de *capillarité*. Ces forces capillaires sont très faibles, et leur effet est généralement négligeable vis-à-vis des pressions. Pourtant, si l'on a $d = d'$, les pressions hydrostatiques s'équilibrant, quelle que soit la surface de séparation, les forces capillaires règlent la forme de cette surface. Dans le cas, par exemple, d'une goutte d'un liquide en suspension au milieu d'un autre liquide qui ne le dissout pas et qui a même densité que lui, la forme de la goutte est une sphère. On peut réaliser l'expérience avec une goutte d'huile dans un mélange en proportion convenable d'eau et d'alcool.

d, dans un flacon, on met des liquides, sans actions chi- ou dissolvantes les uns sur les autres, tels que du ɘ, de l'eau et de l'huile, ıides se superposent par le densité, le plus dense ı fond, et l'on peut cons- ue les surfaces de sépa- ɔont bien des plans hori- :.

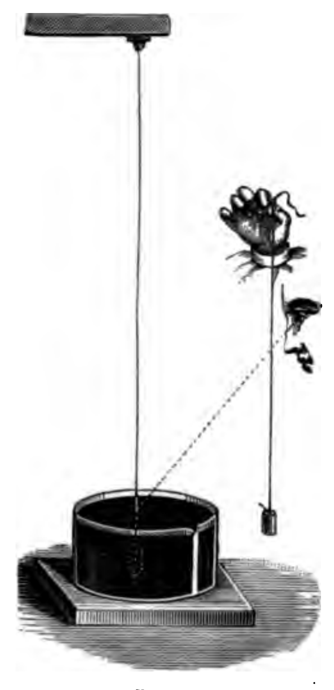


Fig. 49.

ıiveau à bulle d'air est ɔplication de l'horizonta- la surface libre d'un . Cet instrument sert à un plan horizontal, un axe ., ou, encore, à mesurer ɔles variations de l'angle ıit une direction avec ɔn. Il se compose d'un tube :e très légèrement courbé ɔ0), fermé à ses deux contenant un liquide très (alcool ou éther) et une 'air. Celle-ci occupe, dans 'équilibre, la partie supé- lu tube, et, la surface du étant un plan horizontal, e qui joint les deux extrémités de la bulle est horizon- elle que soit la position de l'instrument.

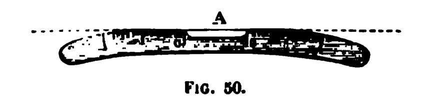



Fig. 50.

ıbe est placé dans une monture en laiton (fig. 51), ıe convexe tournée en haut (1); cette monture repose

courbure du tube est généralement trop faible pour qu'on puisse

elle-même sur le support de l'instrument par une charnière horizontale, située à l'une des extrémités, et par une vis placée à

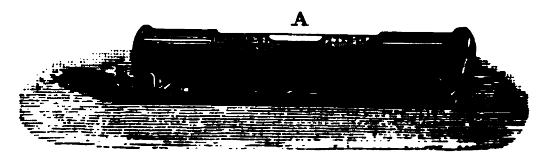



Fig. 51.

l'autre extrémité ; cette disposition permet de faire varier un peu l'inclinaison du tube par rapport au support, ce qui est utile pour le réglage.

Supposons que la bulle occupe dans le tube une position *ab* (fig. 52) ; la droite *ab* est horizontale. Inclinons maintenant le

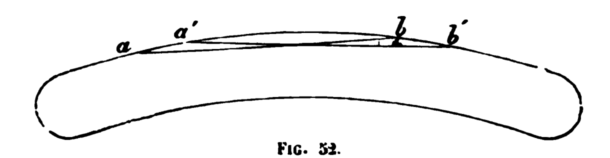



Fig. 52.

tube d'un angle $\alpha$ dans un plan vertical ; *ab* tournant du même angle fera cet angle $\alpha$ avec toute horizontale, et, par conséquent, avec la nouvelle position *a'b'* que prendra la bulle. Si la courbure de l'arc *aa'bb'* est sensiblement uniforme, en appelant R le rayon du cercle dont *aba'b'* fait partie, on a :

$$\alpha R = \frac{\text{arc}\, aa' + \text{arc}\, bb'}{2}$$

voir quel est le côté convexe ou quel est le côté concave. Mais, si le côté convexe est tourné en haut, la bulle pourra rester en équilibre stable au milieu du tube, ce qui est impossible si ce côté est tourné en bas. Cette propriété permet de distinguer aisément la partie convexe de la partie concave.

et comme arc $aa'$ = arc $bb'$, puisque les cordes $ab$ et $a'b'$ sont égales, on a :

$$\alpha R = \text{arc}\, aa' = \text{arc}\, bb'.$$

On voit que les longueurs dont se déplaceront les extrémités de la bulle pour de faibles inclinaisons, seront d'autant plus grandes que le rayon de courbure R sera plus considérable : les niveaux sensibles doivent avoir une courbure inappréciable à l'œil.

Quand on veut se servir de cet instrument pour mesurer de faibles variations de l'angle d'une direction avec l'horizon, il faut qu'il soit gradué. Si la courbure était parfaitement circulaire, il suffirait de tracer sur le tube des traits équidistants qui comprendraient entre eux des arcs de cercle égaux : l'inclinaison serait ainsi proportionnelle au nombre de divisions dont s'avancerait la bulle. Mais il est difficile de trouver des tubes parfaitement circulaires; pour avoir un instrument précis, il convient alors de le graduer empiriquement. On se sert dans ce but d'une planchette mobile autour d'une charnière horizontale placée à l'une de ses extrémités, et dont l'autre extrémité peut être soulevée de quantités très petites et connues à l'aide d'une vis micrométrique : la planchette s'incline d'un angle proportionnel à la fraction de tour dont on tourne la tête de la vis. On place le niveau sur cette planchette perpendiculairement à la charnière; après avoir amené la bulle à peu près au milieu du tube, on marque un trait à chacune de ses extrémités : ce seront les deux zéros. Puis, en agissant sur la vis de la planchette, on fait varier l'inclinaison du niveau de quantités égales, et l'on marque chaque fois par un trait le point où s'arrête l'extrémité de la bulle qui se trouve du côté du déplacement. On obtient ainsi une graduation à partir de l'un des deux zéros. En retournant le niveau bout pour bout, et en répétant les mêmes opérations, on obtient une seconde graduation partant de l'autre zéro [1].

[1] Quand on veut se servir du niveau à bulle d'air pour rendre un plan horizontal, le niveau doit être supporté par une petite planchette métallique permettant de le poser sur le plan (fig. 51).

11. 6$^{me}$ CONSÉQUENCE. — *La pression supportée par le fond plan et horizontal d'un vase est égale à la pression supportée*

On doit commencer par régler l'instrument de façon que la ligne des zéros AB (fig. 53) soit parallèle au plan de base de la planchette XY. Pour

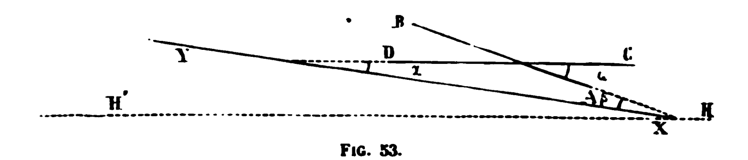


FIG. 53.

cela, on place le niveau sur un plan à peu près horizontal; la bulle prend une certaine position CD, et, généralement, n'est pas entre les deux zéros: elle s'est avancée de $n$ divisions du côté le plus élevé. Désignons par $\alpha$ l'angle que forme la base XY de la planchette avec l'horizon HH' ou la ligne CD, et par $\beta$ l'angle que forme la ligne AB des deux zéros avec la base XY. Dans le cas de la figure 53, où les deux angles sont comptés dans le même sens, on a, pour l'angle $\omega$ que forme la ligne horizontale CD avec AB :

$$\omega = \alpha + \beta$$

Cet angle $\omega$ est mesuré par le nombre $n$ de divisions dont s'est avancée la bulle.

Retournons le niveau bout pour bout. Dans ce cas l'inclinaison sur l'horizon HH' de la base XY de la planchette conserve la même valeur absolue $\alpha$, mais l'angle $\beta$ (fig. 54) que fait AB avec XY, est compté en sens in-

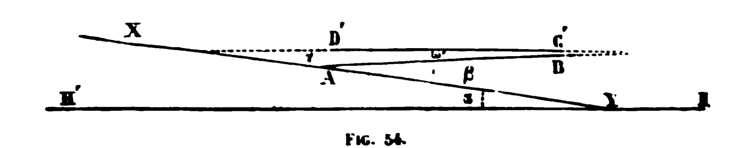


FIG. 54.

verse, ce qui fait que l'angle $\omega'$ que forme maintenant la nouvelle position C'D' de la bulle avec la ligne BA des zéros est donnée par

$$\omega' = \alpha - \beta,$$

($\omega'$ étant du signe de ($\alpha - \beta$) est négatif dans le cas de la figure 54.)

*par une surface de même étendue* S *que le fond, placée sur la surface libre, augmentée du poids d'un cylindre droit du liquide, ayant pour base le fond du vase, et pour hauteur la distance verticale h du fond à la surface libre.* C'est une conséquence immédiate de ce qui a été établi §§ 4 et 6.

Si la pression est nulle à la surface libre, la pression sur le fond se réduit au poids S$hd$ de ce cylindre. C'est la *pression due au liquide.* On voit qu'elle est indépendante de la quantité absolue

Si $\alpha$ est plus grand que $\beta$, et il est toujours facile de se mettre dans ce cas, la bulle s'est avancée du même côté par rapport à l'observateur, mais d'un nombre $n'$ de divisions qui, mesurant l'angle $\omega'$, est moindre que précédemment ; on tire des deux égalités ci-dessus :

$$\frac{\omega - \omega'}{2} = \beta$$

L'angle $\beta$ dont la ligne AB des zéros est inclinée sur la base XY de la planchette est ainsi mesuré par $\frac{n - n'}{2}$ divisions. Pour réduire cet angle à zéro, il suffit alors de tourner la vis, qui se trouve à l'une des extrémités du niveau, et qui permet de faire varier un peu l'inclinaison de AB par rapport à XY, de façon à faire avancer la bulle de $\frac{n - n'}{2}$ divisions; la ligne des zéros AB est ainsi rendue parallèle à XY. On s'assurera que ce réglage a été bien fait, en effectuant un nouveau retournement: la bulle doit s'avancer du même nombre de divisions par rapport à l'observateur.

Une fois que le niveau est réglé, pour rendre un plan horizontal, on dispose ce niveau parallèlement à la ligne RS qui joint deux des trois vis calantes R, S, T, qui servent à régler la direction du plan. On agit sur les vis S et R de façon à amener la bulle entre les deux zéros : la ligne RS qui joint les écrous des deux vis est alors horizontale. On tourne ensuite le niveau de 90°, de façon à le rendre perpendiculaire à la direction précédente RS, et l'on agit sur la troisième vis T de manière à amener la bulle entre les deux zéros. La ligne du plan TP perpendiculaire à la précédente RS est ainsi rendue horizontale; et, si la direction de RS n'a pas varié, le plan est devenu horizontal. Mais en agissant sur T, on peut avoir un peu modifié la position de RS; on recommence alors la première opération, et l'on ramène la bulle entre les deux zéros en tournant en sens inverse, et de quantités autant que possible égales, les vis R et S ; on revient de nouveau à la deuxième position, et ainsi, après quelques tâtonnements réguliers, on arrive à rendre les droites RS et TP horizontales à la fois : le plan est alors horizontal.

de liquide contenue dans le vase, et, par conséquent, du poids total de celui-ci.

Les deux vases A et A′, de formes différentes (fig. 55), ont

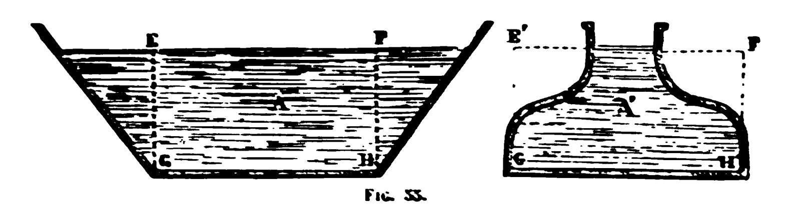


Fig. 55.

même surface de fond, et, si l'on y verse le même liquide à la même hauteur, les pressions dues à ce liquide sont les mêmes sur les deux fonds, étant représentées par les poids des cylindres égaux EFGH et E′F′G′H′.

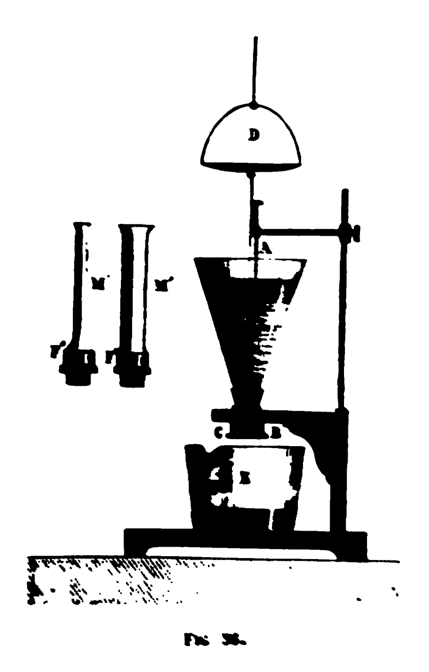



Fig. 56.

Cette loi peut se vérifier expérimentalement à l'aide d'un appareil dû à Pascal et qui a été modifié par Masson [1]. Sur un anneau en laiton B (fig. 56), dont le bord inférieur est dans un même plan horizontal, peuvent se visser des vases sans fond, de formes différentes M, M′, M″. Un obturateur C, formé d'une plaque de verre soutenue en son milieu par un fil qu'on attache au-dessous du plateau D d'une balance hydrostatique, constitue un fond mobile au vase vissé sur l'anneau. En mettant un certain poids, 300 grammes par

(1) Antoine-Philibert Masson, né en 1806, mort en 1860, fut professeur de physique au lycée Louis-le-Grand et à la Sorbonne.

exemple, dans l'autre plateau, cet obturateur est appliqué avec force contre la base de l'anneau. Ceci fait, on verse de l'eau dans le vase jusqu'à ce que la pression exercée par ce liquide fasse détacher l'obturateur, ce dont on s'aperçoit aux gouttes qui commencent à s'échapper. On marque alors le niveau de l'eau dans le vase à l'aide d'un index A, fixé au socle de l'appareil. La même expérience est recommencée après avoir vissé sur l'anneau B un vase de forme différente (M'' par exemple), et l'on voit que pour faire détacher l'obturateur, il faut verser de l'eau jusqu'à l'index A. Dans les deux cas, les vases avaient le même fond, et en versant le liquide à la même hauteur, on a obtenu la même pression, quoique le poids total du liquide contenu dans les vases fût très différent.

Un autre appareil dû à de Haldat [1] permet de vérifier plus

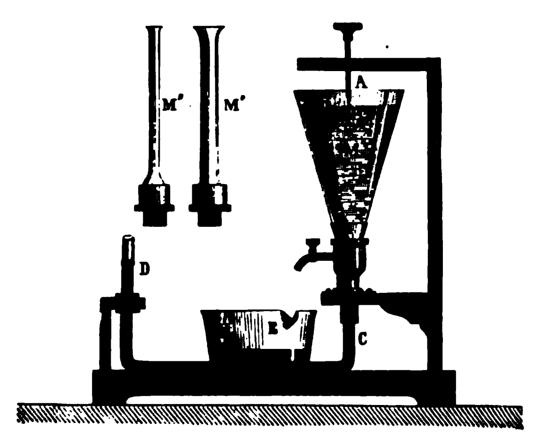



Fig. 57.

aisément la même loi. Il se compose d'un tube de verre deux fois recourbé (fig. 57) présentant deux branches verticales ouvertes. Sur l'une d'elles peuvent se visser des vases sans fond, de forme très différentes M, M', M''. Ce tube contient du mercure dont la surface forme, dans la branche C, un fond mobile au vase

(1) De Haldat du Lis, physicien français, né en 1769, mort à Nancy en 1852.

vissé sur l'anneau. On verse de l'eau dans le vase : le mercure, pressé en C, s'élève dans l'autre branche d'autant plus haut que la pression est plus forte ; on marque à l'aide d'une bague D, glissant le long de cette branche, le niveau où il s'arrête, quand l'eau affleure à un index A. La même expérience est répétée après avoir vissé sur l'anneau un autre vase (M'' par exemple), et, quand on a versé de l'eau jusqu'à l'index A, on constate que le mercure est remonté jusqu'à la bague D. La pression de l'eau sur le même fond, constitué par la surface du mercure en C, est donc la même dans les deux cas.

**12. 7me CONSÉQUENCE.** — *La résultante des pressions exercées par un liquide sur les parois du vase qui le renferme est une force unique verticale dirigée de haut en bas et égale au poids du liquide.*

Puisque nous ne considérons que les pressions exercées par le liquide, nous devons supposer nulle la pression à la surface libre. Dans ce cas, en un point situé à une distance verticale $h$ au-dessous de cette surface, la pression par unité de surface est $hd$.

Prenons trois axes rectangulaires OX, OY, OZ, ce dernier axe étant vertical (fig. 58), et cherchons la somme des projections sur chacun de ces trois axes de toutes les pressions exercées sur les divers éléments de la paroi interne du vase. Comme on le sait, ces sommes sont respectivement égales aux projections X, Y, Z sur les mêmes axes de la résultante des pressions.

Autour d'un point quelconque A de la paroi décrivons un élément de surface d'aire $s$. Appelons $p$ la pression par unité de surface en A ; la pression sur l'élément A est $ps$. Soient $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ les angles que fait la direction de cette pression (normale à la surface et dirigée vers l'extérieur du vase) avec les parties positives des trois axes des coordonnées ; les projections de la pression sur ces axes sont respectivement $ps\cos\alpha$, $ps\cos\beta$ et $ps\cos\gamma$. Par conséquent, X égalant la somme des projections des pressions sur l'axe OX, on a :

$$X = \sum ps\cos\alpha$$

et de même :

$$Y = \sum ps \cos \beta$$

$$Z = \sum ps \cos \gamma.$$

Il est aisé de voir que $X = Y = 0$. Décomposons, en effet, le volume du liquide en une infinité de cylindres à génératrices parallèles à l'axe OX, tels que $A_1 A_2$. Chacun d'eux découpe deux éléments de surface $A_1$ et $A_2$ sur les parois opposées du vase. Dans la somme $\sum ps \cos \alpha$, groupons les termes deux à deux, en associant ceux qui correspondent aux deux bases d'un même cylindre. Soient $s_1$ et $s_2$ pour l'un quelconque d'entre eux $A_1A_2$ les aires des deux bases, et $p$ la pression par unité de surface, qui est la même pour les deux bases du cylindre, puisqu'elles sont placées sur un même plan horizontal ; les pressions supportées par celles-ci sont alors $ps_1$ et $ps_2$. Appelons $\alpha_1$ et $\alpha_2$ les

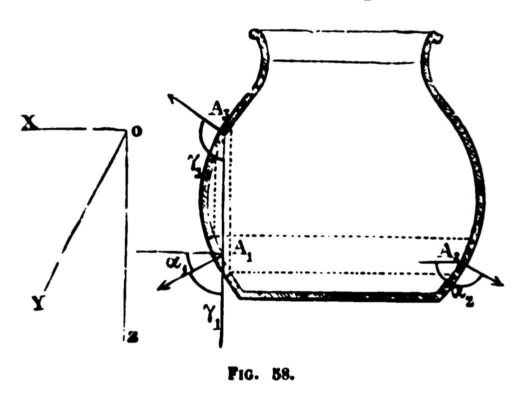



FIG. 58.

angles que forment les directions de ces pressions avec OX, si $\alpha_1$ est aigu, $\alpha_2$ est nécessairement obtus; on a pour la somme algébrique $a$ de ces deux projections :

$$a = ps_1 \cos \alpha_1 + ps_2 \cos \alpha_2$$

Du reste :

$$X = \sum a$$

Or, en désignant par $\sigma$ l'aire de la section droite du cylindre, on a :

$$\sigma = s_1 \cos \alpha_1 = - s_2 \cos \alpha_2$$

et, par conséquent :

$$a = p\sigma - p\sigma = 0$$

d'où :

$$X = \sum 0 = 0.$$

Pour les mêmes raisons $Y = 0$.

Les projections X et Y de la résultante sur les axes horizontaux OX et OY étant nulles, la résultante est verticale, et, se projetant en vraie grandeur sur l'axe OZ, sa valeur est donnée par :

$$Z = \sum ps \cos \gamma$$

Pour évaluer cette somme, décomposons la masse liquide par une infinité de cylindres à génératrices parallèles à OZ. Chacun d'eux découpera deux éléments de surface l'un sur la paroi du vase, l'autre sur cette paroi ou sur la surface, libre du liquide. Groupons les termes de $\sum ps \cos \gamma$ en associant ceux qui correspondent aux deux bases d'un même cylindre, quand celui-ci rencontre deux fois la paroi (comme en $A_1 A_3$), et laissons isolés

les termes qui correspondent à la base inférieure d'un cylindre rencontrant la surface libre du liquide. Soit un cylindre quelconque du premier cas; appelons $s_1$ et $s_3$ les aires de ses deux bases, $p_1$ et $p_3$ les pressions par unité de surface; $p_1s_1$ et $p_3s_3$ sont les pressions supportées par les bases. Soient $\gamma_1$ et $\gamma_3$ les angles que font ces pressions avec la partie positive de OZ; si $\gamma_1$ est aigu $\gamma_3$ est obtus. La somme algébrique $c$ des projections de ces deux pressions sur OZ est :

$$c = p_1s_1\cos\gamma_1 + p_3s_3\cos\gamma_3$$

Or, si l'on appelle $\sigma$ la section droite de ce cylindre on a :

$$\sigma = s_1\cos\gamma_1 = - s_3\cos\gamma_3$$

d'où :

$$c = p_1\sigma - p_3\sigma = \sigma(p_1 - p_3)$$

Mais, si $h$ est la hauteur du cylindre et $d$ le poids spécifique absolu du liquide, on a :

$$p_1 - p_3 = hd$$

d'où :

$$c = \sigma hd$$

$c$ est égal au poids du liquide renfermé dans ce cylindre.

Quant aux cylindres rencontrant la surface libre du liquide, on a pour la projection sur OZ de la pression exercée sur leur base :

$$ps\cos\gamma$$

et comme :

$$s \cos \gamma = \sigma$$

et que :

$$p = hd$$

$h$ étant la distance de la base inférieure du cylindre à la surface libre du liquide, on a :

$$ps \cos \gamma = \sigma hd$$

ce qui est encore égal au poids du liquide renfermé dans le cylindre. Ainsi $\sum ps \cos \gamma$, représentant la somme des poids du liquide renfermé dans chaque cylindre, est égal au poids total P du liquide contenu dans le vase.

Faisons remarquer encore que les composantes horizontales des pressions, se détruisant deux à deux, il n'y a pas de couple résultant à composantes horizontales, tendant à faire tourner le vase autour d'un axe vertical. En outre, dans chacun des cylindres verticaux considérés plus haut, la différence des composantes verticales des pressions sur les deux bases est une force verticale dirigée de *haut en bas* ; ces forces se composent en une résultante unique : il n'y a pas non plus de couple résultant à composantes verticales, tendant à faire tourner le vase autour d'un axe horizontal.

La résultante de toutes les pressions est donc une force *unique, verticale, dirigée de haut en bas et égale au poids du liquide contenu dans le vase.*

Cette analyse nous fait comprendre pourquoi une balance, qui obéit à la résultante des pressions exercées par le liquide sur les parois du vase, et transmise par elles au plateau, n'accuse que le poids du liquide et non la pression sur le fond du vase, qui en diffère toutes les fois que celui-ci n'est pas un cylindre vertical.

**CONSÉQUENCE. — PRINCIPE D'ARCHIMÈDE** (1). *Les pressions* *s par un fluide sur un corps qui y est immergé ont une* *nte unique, appelée* **poussée**. *La poussée est verticale, de bas en haut, égale au poids du fluide déplacé par le t appliquée au centre de gravité du volume de celui-ci.*

les éléments de la surface d'un corps immergé sont à des pressions normales à ces éléments (fig. 59). Un ement, calqué sur celui que ons fait au paragraphe précé- our trouver la résultante des ns exercées sur les parois d'un iontre que toutes ces pressions e résultante unique, verticale, de *bas en haut* et égale au u volume de fluide déplacé par s. Mais voici un autre raisonne- aucoup plus simple (2). Consi- une certaine masse d'un fluide ilibre, et supposons que ses s particules ne puissent plus les unes par rapport aux autres; areilles liaisons existaient réellement, elles ne sauraient l'équilibre. Cette masse est soumise alors à deux genres es : 1° aux actions de la pesanteur, qui peuvent être ées par une force unique *le poids*; 2° aux pressions s par le fluide qui l'entoure sur les divers éléments urface. Puisqu'il y a équilibre, il faut que ces pressions ne résultante égale et directement opposée au poids.

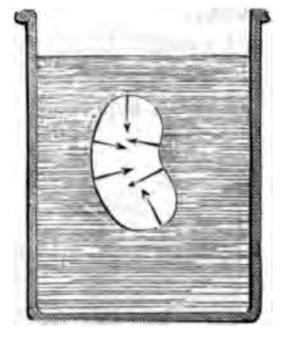


Fig. 59.

(1) bimède, né à Syracuse en 287 avant J.-C., fut tué lors de la prise ville en 212. Ce fut en cherchant à déceler la fraude d'un orfèvre, soupçonné d'avoir ajouté beaucoup d'argent à l'or qu'on lui avait ur fabriquer une couronne, qu'Archimède découvrit que la perte de poids que subit un corps immergé dans l'eau est égale au poids léplacée. Cette loi lui fournit un moyen de trouver la densité des de constater la fraude.

(2) e démonstration théorique est due à Simon Stévin, mathématicien ien flamand, mort en 1635. Il a établi expérimentalement la plupart de l'hydrostatique.

Cette résultante doit donc être une force verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du volume du fluide considéré et appliqué au centre de gravité de celui-ci. Si, maintenant, nous supposons la masse de fluide précédente remplacée par un corps de nature quelconque, mais ayant exactement même forme et même position, les pressions exercées sur sa paroi, ne dépendant que de la position et de l'étendue des surfaces, resteront les mêmes, et, par conséquent, auront même résultante.

La même démonstration s'applique au cas où le corps est plongé en partie dans un liquide et en partie dans un autre fluide qui lui est superposé (fig. 60). Prolongeons à l'intérieur du corps, suivant AB, le plan horizontal XY qui forme la surface libre du liquide. Le plan AB sépare le volume du corps en deux parties ACB et ADB. La poussée totale est la somme des poussées exercées séparément, par le liquide sur ACB, et par le second fluide sur ADB. Si V et $v$ sont les volumes des parties ACB et ADB, et si D et $d$ sont les poids spécifiques absolus des deux fluides, la poussée est égale à $VD + vd$.

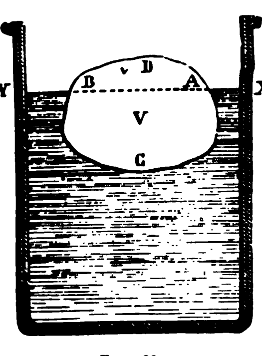



Fig. 60.

La démonstration expérimentale du principe d'Archimède se fait généralement dans les cours de la manière suivante. On suspend à la partie inférieure du plateau d'une balance hydrostatique (fig. 61) un vase cylindrique de laiton A, et, au-dessous, un cylindre plein B ayant un volume exactement égal à la capacité intérieure du cylindre A (on le fait voir, en montrant que B peut entrer dans A, et le remplit complètement). Ayant équilibré le système par une tare convenable placée dans l'autre plateau, on plonge le cylindre B dans un liquide. L'équilibre est rompu, et le fléau se relève du côté des cylindres; ce qui montre l'existence de la poussée. Mais on peut rétablir l'équilibre en remplissant complètement le vase A avec le liquide dans lequel est plongé le cylindre B; ce qui montre que la poussée

a la même valeur que le poids d'un volume de ce liquide égal au volume du cylindre immergé.




Fig. 61.

Voici une autre démonstration, qui a l'avantage d'être plus générale, s'appliquant à un corps de forme quelconque. Le corps B (fig. 62) est fixé par un fil au plateau P d'une balance hydrostatique, qui porte un vase K vide. Le tout est équilibré par une tare placée dans l'autre plateau. On immerge alors le corps dans un vase V rempli de liquide jusqu'à un trop-plein; le corps, en entrant, fait sortir du vase un volume de liquide égal au sien, et ce liquide s'écoule dans un vase K', de même poids que le vase K; en même temps l'équilibre est rompu. Or, pour le rétablir, il suffit

de remplacer le vase K par le vase K′ contenant le liquide qui s'est écoulé; ce qui montre bien que la poussée égale le poids du fluide déplacé (¹).

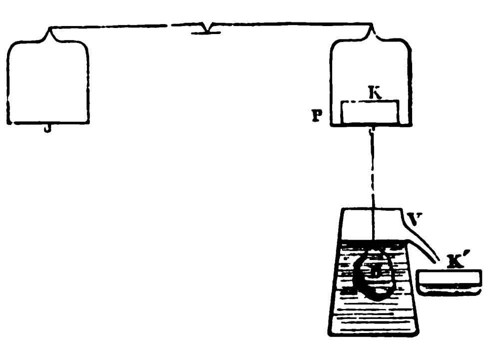



Fig. 62.

On démontre l'existence de la poussée produite par les gaz à l'aide d'un appareil appelé *baroscope*. Il se compose d'un fléau de balance, que nous supposerons à bras d'égales longueurs, aux extrémités duquel sont suspendues deux sphères de diamètres très inégaux A et B (fig. 63); mais la petite sphère B est pleine, la grosse sphère A est creuse, et leurs poids sont tels que dans l'air le fléau est horizontal. Si l'on place le baroscope sous la cloche d'une machine pneumatique, et que l'on fasse le vide autour, on voit le fléau s'incliner du côté de la grosse sphère. Ainsi, en réalité, la grosse sphère pèse plus que la petite; si, dans l'air, elles produisent le même effort aux extrémités du fléau, c'est que la grosse sphère, déplaçant un volume d'air plus considérable que la petite, est soumise à une poussée plus grande.




Fig. 63.

Examinons, maintenant, quelques conséquences du principe d'Archimède.

(1) Cette élégante démonstration est due à M. Boudréaux.

Quand le corps immergé est homogène, son centre de gravité coïncide avec le centre de gravité de son volume, d'après la définition même de ce dernier point. Le poids et la poussée sont toujours directement opposés, et la résultante de ces deux forces est égale à leur différence (1). Soient $d$ le poids spécifique absolu du fluide, D celui du corps, et $v$ son volume ; le poids de celui-ci étant égal à $v$D, et la poussée à $vd$, la résultante est $v(D - d)$.

Si D est plus grand que $d$, le corps abandonné à lui même au sein du fluide se dirige en bas. C'est le cas d'une pierre ou d'un morceau de fer placé dans l'eau ; c'est le cas de la plupart des corps placés dans l'air.

Si D égale $d$, la résultante des forces étant nulle, le corps peut rester immobile dans le fluide.

Si D est plus petit que $d$, la poussée l'emporte sur le poids, et le corps abandonné à lui-même monte verticalement. C'est le cas du bois ou du liège placé dans l'eau, du fer placé dans un bain de mercure, ou encore des gaz chauds qui s'échappent d'une cheminée et qui s'élèvent dans l'atmosphère.

Quand le corps est hétérogène (fig. 64), le centre de gravité $g$ peut ne pas coïncider avec le centre de gravité du volume G, c'est-à-dire avec le point d'application de la poussée. Si G et $g$ ne sont pas sur la même verticale, l'équilibre n'est pas possible, quand même la poussée serait égale au poids, puisque les deux forces ne sont pas directement opposées. Dans ce cas, le corps oscillera, et, à cause des frottements, finira par rester immobile, dans la position où les deux centres de gravité sont sur la même verticale. Si le poids et la poussée ne sont pas égaux, le corps, tout en oscillant, descendra ou montera dans le fluide.

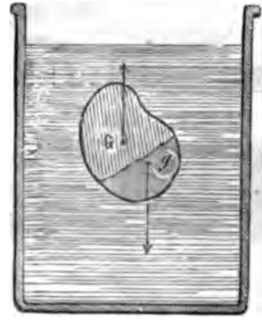


FIG. 64.

Faisons remarquer que le principe d'Archimède n'est par-

(1) C'est ce qui a fait énoncer souvent le principe d'Archimède sous la

faitement exact que si le corps et le fluide sont immobiles. Quand l'un ou l'autre sont en mouvement, il cesse d'être applicable en toute rigueur; mais, si les mouvements sont lents, l'erreur commise en en faisant usage est peu considérable.

**14. ACTION EXERCÉE PAR UN CORPS SUR LE FLUIDE QUI L'ENTOURE.** — En vertu du principe « *l'action égale la réaction* », un corps presse le fluide qui l'entoure avec des forces respectivement égales aux pressions exercées par le fluide sur le corps. Ces *contre-pressions*, ne différant des pressions que par le sens, ont une résultante qui ne diffère aussi de la poussée que par le sens. Par conséquent c'est une force verticale, dirigée de *haut en bas*, égale au poids du fluide déplacé et appliquée au centre de gravité du volume du corps (supposé relié invariablement au reste du fluide).

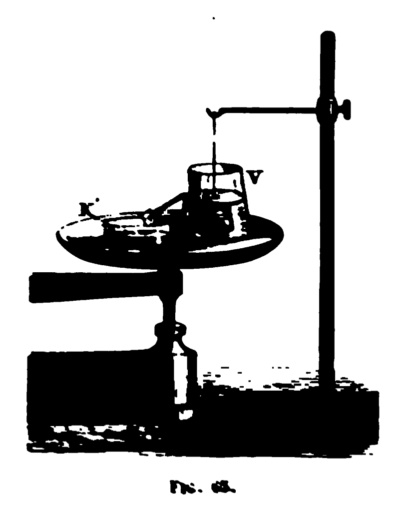



Fig. 65.

C'est ce que montre l'expérience suivante. Sur le plateau d'une balance de Roberval (fig. 65), on place le vase V de l'expérience qui a servi à vérifier le principe d'Archimède; on le remplit de liquide jusqu'au trop-plein, et, au-dessous du bec, on met sur le même plateau le vase K' vide. Après avoir établi l'équilibre, on immerge dans le vase V un corps quelconque, suspendu par un fil.

Aussitôt l'équilibre est rompu, et le plateau qui porte le vase s'abaisse; ce qui montre l'exis-

forme suivante : « *Un corps placé dans un fluide perd une partie de son poids égale au poids du fluide déplacé* ». Remarquons que la perte de poids n'est qu'apparente ; c'est pourquoi cet énoncé, trop peu général du reste, est incorrect.

tence de la contre-poussée. Or, un volume de liquide égal au volume du corps immergé a passé du vase V dans le vase K'. Si l'on enlève du plateau de la balance cette quantité de liquide, le fléau redevient horizontal; on voit ainsi que la contre-poussée égale le poids du fluide déplacé.

**15. CORPS FLOTTANTS.** — Quand le poids d'un corps immergé est moindre que celui du liquide déplacé, le corps abandonné à lui-même remonte vers la surface ; il sort en partie du liquide, ou même totalement, mais, s'il est plus lourd que le volume d'air déplacé, il retombe à la surface du liquide. Ne pouvant rester en équilibre, ni quand il est complètement entouré d'air, ni quand il est complètement immergé dans le liquide, il reste à la surface, en partie plongé dans celui-ci, et en partie en dehors : il flotte. Pour qu'un corps flotte en équilibre il faut que son poids P soit égal à la poussée exercée par les fluides ; si V est le volume de la partie immergée ACB (fig. 60), et $v$ celui de la partie ABD située en dehors du liquide, si D est le poids spécifique absolu de celui-ci, et $d$ celui de l'air, on a alors l'égalité :

$$P = VD + vd = VD\left(1 + \frac{vd}{VD}\right)$$

Comme le poids spécifique de l'air est très petit par rapport au poids spécifique des liquides, on néglige généralement le rapport $\frac{d}{D}$, et la formule devient $P = VD$.

**16. 9° CONSÉQUENCE. — VASES COMMUNIQUANTS.** — 1° CAS OU LE LIQUIDE EST LE MÊME DANS LES DEUX VASES. — Deux ou plusieurs vases communiquants, remplis d'un même liquide, forment un seul vase au point de vue du théorème fondamental (§ 4), qui est évidemment applicable quelle que soit la forme du vase. Toutes les conséquences que nous en avons tirées s'appliquent encore au cas actuel, et, en particulier, tous les éléments de la surface libre du liquide sont dans un même plan horizontal ; par

conséquent, le liquide doit s'élever au même niveau dans tous le
vases communiquants.

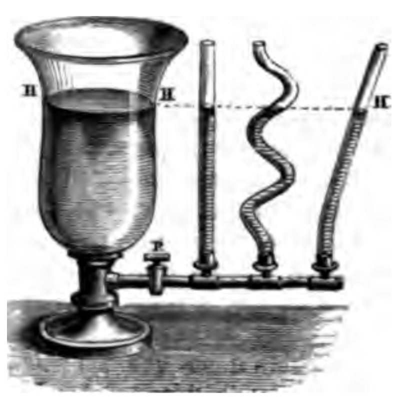



Fig. 66.

On peut le montrer ex
périmentalement à l'aid
de l'appareil représenté fi
gure 66.

Le niveau d'eau est un
application de ce princip
Il consiste en deux éprou
vettes en verre A et
(fig. 67), reliées entre ell
par un tube métallique. C
tube renferme de l'eau, q
s'élève à une certaine hau
teur dans chacune d
éprouvettes. Quelle q
soit l'inclinaison du tub
le plan passant par l
surfaces libres en A et en B est un plan horizontal. Si don
on dispose l'œil de façon à faire coïncider optiquement les sur
faces libres en A et en B, on a une ligne de visée horizonta
(fig. 68).

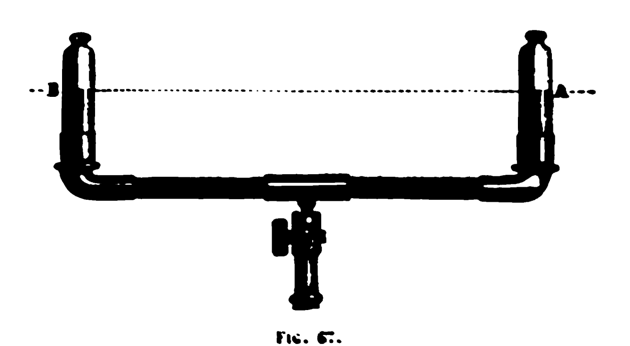



Fig. 67.

2° — Cas où les deux vases renferment des liquides différents
Le liquide le plus dense occupe alors le canal de communicatio
entre les deux vases, et s'élève seul dans l'un d'eux. L'autre

vase contient, au fond le liquide le plus dense, et au-dessus le liquide le plus léger, conformément au principe d'Archimède. Il



Fig. 68.

peut se faire, pourtant, si le canal de communication est capillaire, que la séparation entre les deux liquides ait lieu dans l'intérieur de celui-ci : chaque vase contient alors un liquide différent.

Soient (fig. 69) $h$ et $h'$ les hauteurs BF et CG de la surface libre

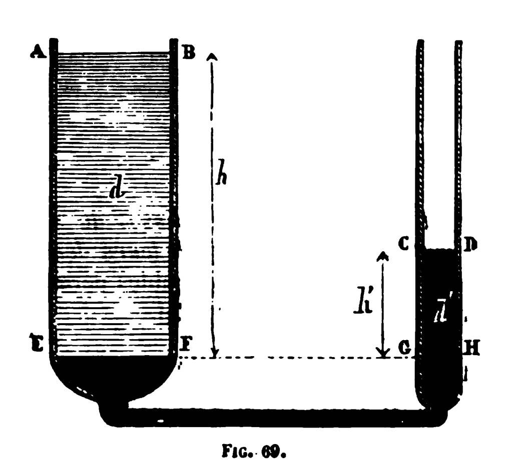


Fig. 69.

de chacun des liquides au-dessus du plan horizontal de séparation EFGH, et soient $d$ et $d'$ les poids spécifiques absolus de ces liquides. Admettons que la pression par unité de surface soit la même en AB et en CD, ce qui sera à très peu près exact si c'est l'atmosphère qui exerce cette pression, et désignons-la par P. L'unité de surface en EF supporte alors une pression égale à $P + hd$; l'unité de surface placée en GH supporte

la pression $P + h'd'$ ; et, comme ces deux surfaces égales sont placées sur un même plan horizontal dans un même liquide (le plus dense) elles supportent la même pression, puisqu'il y a équilibre ; d'où :

$$P + hd = P + h'd'$$

et, par conséquent :

$$\frac{h}{h'} = \frac{d'}{d}$$

Si $\delta$ et $\delta'$ représentent les densités de ces liquides, on a $\frac{d'}{d} = \frac{\delta'}{\delta}$, d'où.

$$\frac{h}{h'} = \frac{\delta'}{\delta}$$

*Les hauteurs des deux liquides au-dessus du plan horizontal de séparation sont en raison inverse de leurs densités.*

La connaissance des densités des liquides permet de vérifier expérimentalement la justesse de cette loi.

17. **DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ ABSOLUE DE L'EAU.** — Nous avons vu (L. II, Chap. V § 2) que, pour obtenir la densité des divers corps solides et liquides, il fallait connaître, outre leur poids spécifique relatif, la densité de l'eau pure à 4°, c'est-à-dire, la masse d'un centimètre cube de cette eau.

Le principe d'Archimède permet d'obtenir très exactement cette quantité.

Prenons un cylindre droit à base circulaire en laiton, bien travaillé, de façon à pouvoir connaître, par la mesure de son diamètre et de sa hauteur, son volume en centimètres cubes. Après l'avoir suspendu par un fil métallique, de volume négligeable, au-dessous du plateau d'une balance de précision, et l'avoir équilibré dans

l'air avec une tare placée dans l'autre bassin, plongeons-le dans de l'eau distillée, récemment bouillie, contenue dans un vase entouré de glace fondante. Attendons assez longtemps pour être sûr que l'eau et le cylindre soient à zéro; puis ajoutons des poids marqués dans le plateau qui surmonte le cylindre, pour compenser la poussée. En désignant par $p$ le poids réel de ceux-ci, ils produisent sur le plateau un effort égal à

$$p\left(1-\frac{\delta}{K}\right)$$

$\delta$ et K représentant les poids spécifiques relatifs de l'air et de la substance qui forme les poids. D'autre part, cet effort compense la différence des poussées exercées par l'eau et par l'air. Soit $V_0$ le volume connu du cylindre à 0° (1). La poussée exercée par l'eau est $V_0D_0$, en désignant par $D_0$ le poids spécifique absolu de l'eau à 0°; la poussée exercée par l'air sur le cylindre est $Vd$, en appelant $d$ le poids spécifique absolu de l'air, et V le volume du cylindre à la température $t$ de l'air : comme $V = V_0(1+\mu t)$ en appelant $\mu$ le coefficient de dilatation cubique du laiton, on a :

$$p\left(1-\frac{\delta}{K}\right)=V_0\left[D_0-d(1+\mu t)\right]$$

ou encore :

$$p\left(1-\frac{\delta}{K}\right)=V_0D_0\left[1-\frac{d}{D_0}(1+\mu t)\right]$$

(1) La mesure des dimensions linéaires du cylindre se fait à l'aide de la machine à diviser, à la température ambiante connue $t$ ; elle permet de calculer le volume $V_t$ du cylindre à cette température. On en déduit $V_0$ par la formule $V_0 = \frac{V_t}{1+\mu t}$, $\mu$ étant le coefficient de dilatation cubique connu du laiton.

Or, on peut remplacer le rapport $\frac{d}{D_0}$ par celui des poids spécifiques relatifs connus $\frac{\delta}{\Delta_0}$, et l'on a :

$$D_0 = \frac{p}{V_0} \frac{1 - \frac{\delta}{K}}{1 - \frac{\delta}{\Delta_0}(1 + \mu t)}$$

Si, dans cette formule, $p$ représente, au lieu du poids, la masse en grammes des poids marqués directement donnée par une lecture, $D_0$ représente la masse en grammes du centimètre cube d'eau (c'est-à-dire sa densité) à 0°.

Les expériences les plus récentes ont donné $D_0 = 0{,}999\,884$. Désignons maintenant par $V_0$ et $V_4$ et par $D_0$ et $D_4$ les volumes et les densités à 0° et à 4° d'une même masse d'eau ; on a :

$$V_0 D_0 = V_4 D_4 \qquad \text{d'où :} \qquad D_4 = D_0 \frac{V_0}{V_4}$$

L'étude de la dilatation de l'eau fait connaître le rapport $\frac{V_0}{V_4}$ et il a été trouvé égal à $\frac{1}{0{,}999\,871} = 1{,}000\,129$

On a donc, pour la densité $D_4$ de l'eau à 4° :

$$D_4 = 0{,}999\,884 \times 1{,}000\,129 = 1{,}000\,013$$

Il est très important dans cette détermination fondamentale, et qui doit comporter la plus grande précision possible, d'employer de l'eau partout à la même température. S'il n'en était pas ainsi, comme cela aurait lieu infailliblement si l'on se contentait de mettre de l'eau dans un vase entouré par l'air ambiant, il se produirait des courants liquides dans le vase ; car l'eau plus chaude

ou moins chaude que l'air ambiant, se refroidissant ou se réchauffant le long des parois, varierait de densité. Ces courants auraient pour effet d'augmenter ou de diminuer la poussée apparente du corps immergé, et introduiraient ainsi une grave cause d'erreur. On doit donc faire l'expérience, comme nous l'avons indiqué, dans de l'eau maintenue à 0° ; car c'est la seule température basse qu'on sache maintenir constante pendant longtemps[1].

**18. DÉTERMINATION DU VOLUME D'UN CORPS SOLIDE PAR LA MESURE DE LA POUSSÉE. — DÉTERMINATION DE SA DENSITÉ.**

Maintenant que $D_0$ est connu, répétons l'expérience précédente avec un corps solide quelconque au lieu du cylindre de laiton ; nous aurons, en employant les mêmes notations que ci-dessus :

$$p\left(1-\frac{\delta}{K}\right)=V_0D_0\left[1-\frac{\delta}{\Delta_0}(1+\mu t)\right]$$

d'où l'on peut tirer $V_0$ puisque toutes les autres quantités sont connues[2].

Il est clair que cette méthode est applicable, que le corps soit homogène ou hétérogène.

Si le corps est homogène, elle nous permet de connaitre sa densité $d_0$ à 0°, puisqu'il suffit de prendre, en outre, sa masse P par une pesée ($P = V_0 d_0$).

On pourrait obtenir la densité d'un liquide par une méthode analogue, en mesurant les poussées exercées sur un même corps

(1) La méthode que nous venons de décrire ne diffère que par des détails insignifiants de celle employée par Lefèvre-Gineau en 1799, dans la mesure (en unités arbitraires) de la masse d'un décimètre cube d'eau à 4°, pour établir le kilogramme-étalon. Comme c'est la millième partie de celui-ci que nous appelons le *gramme*, et que nous prenons aujourd'hui comme unité de masse, on voit que l'erreur qu'il a commise dans ses expériences n'est que de $\frac{13}{1\,000\,000}$.

(2) Si l'on ne tient pas à l'extrême précision de 6 ou 7 chiffres significatifs exacts, on peut négliger la quantité $\mu t$.

solide immergé successivement dans le liquide à 0° et dans l'eau à 0°. Mais cette méthode n'offre pas un grand intérêt, elle est moins précise et moins commode que celle du flacon décrite plus haut.

19. **ARÉOMÈTRES.** — On désigne sous ce nom, des flotteurs qui servent, soit à mesurer les densités d'une façon grossière, soit à donner, d'après sa densité, des indications sur le degré de concentration ou la richesse d'une liqueur.

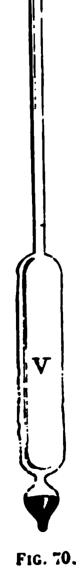


FIG. 70.

On peut les diviser en aréomètres à *volume constant* et en aréomètres à *poids constant.*

La première catégorie comprend l'aréomètre de *Nicholson* (1), qui sert à trouver la masse et la densité d'un corps solide, et l'aréomètre de *Fahrenheit* (2), qui permet de prendre la densité d'un liquide. Ces deux instruments offrent peu de précision, et leur emploi est très incommode; aussi sont-ils à peu près abandonnés aujourd'hui : nous ne les décrirons pas.

Les aréomètres à poids constant se composent d'un flotteur V en verre creux (fig. 70) surmonté d'une tige graduée bien cylindrique; ce flotteur est lesté, à sa partie inférieure, par une ampoule contenant du mercure ou des grains de plomb, pour que l'appareil puisse flotter verticalement.

Désignons par D le poids spécifique absolu du liquide dans lequel flotte l'instrument, par V le volume de la partie immergée, par P le poids de l'aréomètre; on a, en négligeant la poussée insignifiante exercée par l'air sur la portion de la tige qui sort du liquide :

$$P = VD$$

(1) William Nicholson, né à Londres en 1753, mort en 1815.
(2) Gabriel-Daniel Fahrenheit, né à Dantzick en 1686, mort en 1740.

Si le même instrument flotte dans un autre liquide de poids spécifique absolu D', et s'y enfonce d'un volume V', on a encore :

$$P = V'D'$$

D'où :

$$VD = V'D' \quad \text{ou} \quad \frac{D'}{D} = \frac{V}{V'}$$

*Les poids spécifiques, ou les densités, des deux liquides, sont en raison inverse des volumes immergés.*

Supposons la tige de l'instrument divisée en parties d'égal volume $u$, et désignons par $v$ le volume du flotteur jusqu'au zéro de la graduation. Dans deux liquides, de densités connues, D et D', il affleurera à deux divisions $n$ et $n'$, et l'on aura :

$$V = v + nu$$

$$V' = v + n'u$$

d'où :

$$\frac{D'}{D} = \frac{v + nu}{v + n'u} = \frac{1 + n\left(\frac{u}{v}\right)}{1 + n'\left(\frac{u}{v}\right)}$$

Le rapport $\frac{u}{v}$ peut être déterminé par cette relation. Si maintenant l'aréomètre s'enfonce à la division $n_1$ dans un autre liquide, la densité $D_1$ de celui-ci, sera donnée par :

$$\frac{D_1}{D} = \frac{1 + n\left(\frac{u}{v}\right)}{1 + n_1\left(\frac{u}{v}\right)} = \frac{(n' - n)\,D'}{(n' - n_1)\,D' + (n_1 - n)\,D}$$

ce qui permet de déterminer $D_1$. On pourra, par conséquent, inscrire devant chaque division $n_1$ de la tige, la valeur de la densité $D_1$ correspondante. L'instrument étant ainsi gradué, une simple lecture suffit pour faire connaître la densité du liquide dans lequel on le plonge.

Cet aréomètre s'appelle un *densimètre*; son emploi est fort commode, mais ce ne peut être un instrument de précision.

En effet, la manière dont il a été gradué suppose d'abord que la tige est cylindrique, ce qui est difficile à réaliser exactement [1]. Si l'on peut remédier à cet inconvénient, il en est d'autres qu'on ne peut éviter. L'instrument est soumis à l'influence des courants que produit une inégalité de température entre le liquide et l'air ambiant. De plus, outre la pesanteur et la poussée, il y a, même dans l'état d'équilibre du liquide, une autre force dont nous avons, jusqu'à présent, négligé l'effet; c'est l'adhérence entre le liquide et la tige à l'endroit où elle émerge. Cette adhérence a pour effet de faire enfoncer la tige un peu plus que ne l'indiquent les lois de l'hydrostatique; or elle dépend de la nature du liquide, et il peut se faire, dès lors, que l'instrument plonge de quantités inégales dans deux liquides différents de même densité.

Ce sont ces raisons qui ont fait abandonner l'emploi des densimètres dans les recherches précises.

**20. Aréomètres à graduation arbitraire.** — On emploie très fréquemment dans l'industrie des aréomètres à échelle arbitraire, qui permettent de reconnaître si un sirop, un acide, une dissolution saline ou un alcool du commerce a le degré de concentration voulu.

Ces instruments sont connus sous les noms de *pèse-acides* ou *pèse-sels*, quand ils servent pour les liquides plus denses que l'eau, et de *pèse-alcool* ou *pèse-éther* quand ils servent pour les liquides plus légers.

Le *pèse-acide de Beaumé* est un aréomètre gradué de la ma—

(1) Si la tige n'est pas cylindrique, on peut arriver encore à graduer exactement l'instrument par des procédés qu'il nous semble sans grand intérêt de décrire, les densimètres étant presque sans usage aujourd'hui.

nière suivante : on leste l'instrument de façon qu'il enfonce presque complètement dans l'eau pure; on marque 0 au point d'affleurement. Puis on le plonge dans une dissolution de sel marin contenant 15 grammes de sel pour 85 grammes d'eau ; l'instrument s'enfonce moins dans ce liquide plus dense ; on marque 15 au nouveau point d'affleurement. L'intervalle entre 0 et 15 est divisé en quinze parties égales, et cette graduation en degrés est prolongée jusqu'au bas de la tige.

L'acide sulfurique concentré doit marquer 66° au pèse-acide Beaumé. Si l'instrument s'enfonce dans un acide sulfurique jusqu'à 60°, on voit, par là, qu'il n'a pas le degré de concentration auquel il doit être livré au commerce.

Le *pèse-alcool de Beaumé* est gradué d'une manière analogue. On leste l'instrument de façon que le point d'affleurement se trouve au bas de la tige dans une dissolution contenant 10 grammes de sel marin pour 90 grammes d'eau ; on marque 0 en ce point. L'instrument est placé ensuite dans l'eau pure, où il s'enfonce davantage ; on marque 10 au nouveau point d'affleurement. On divise l'intervalle compris entre 0 et 10 en dix degrés égaux, et cette graduation est prolongée jusqu'au haut de la tige.

Dans l'alcool absolu, cet instrument enfonce jusqu'à la division 47; mais si l'alcool renferme de l'eau, il est plus dense, et le point d'affleurement est moins élevé.

**21. ALCOOMÈTRE CENTÉSIMAL DE GAY-LUSSAC** (1). — Dans l'industrie des eaux-de-vie, on a besoin continuellement de connaître la richesse en alcool pur d'un mélange d'alcool et d'eau. Gay-Lussac a imaginé dans ce but un aréomètre qui, par une simple lecture, fait connaître cette richesse en centièmes.

Si le mélange d'eau et d'alcool conservait un volume égal à la somme des volumes des liquides séparés, le calcul de la densité d'un mélange en proportions connues se ferait sans difficulté; car $v$ et $v'$ étant les volumes d'eau et d'alcool mélangés, $d$ et $d'$, les

(1) Louis-Joseph Gay-Lussac, physicien et chimiste français, né en 1778 à Saint-Léonard (Haute-Vienne), mort en 1850.

densités de ces liquides, on aurait, en appelant $\delta$ la densité du mélange

$$(v + v')\delta = vd + v'd' \quad \text{d'où: } \delta = \frac{vd + v'd'}{v + v'}$$

Comme, d'autre part, il est facile de marquer à l'avance sur la tige d'un aréomètre les points d'affleurement pour des liquides de densités données, quand on a marqué ces points dans deux liquides de densités connues (§ 19), il suffirait de prendre les points d'affleurement de l'alcoomètre dans l'eau pure puis dans l'alcool absolu, pour pouvoir graduer sa tige rationnellement.

Mais malheureusement le volume d'un mélange d'eau et d'alcool est toujours plus petit que la somme des volumes des deux liquides, et la contraction dépend des proportions. C'est ce qui a obligé Gay-Lussac à recourir au moyen empirique de graduation que voici.

Après avoir lesté l'appareil de façon que son point d'affleurement dans l'eau pure fût au bas de la tige, il marqua 0 en ce point; puis il marqua successivement 5, 10, 15... 90, 95 et 100 aux points d'affleurement dans différents liquides, composés respectivement de :

| | |
|---|---|
| eau 95 | alcool 5 |
| eau 90 | alcool 10 |
| eau 85 | alcool 15 |
| . . . . . . | . . . . . . |
| eau 10 | alcool 90 |
| eau 5 | alcool 95 |
| eau 0 | alcool 100 |

Ces divisions, correspondant à des richesses régulièrement croissantes, n'étaient pas équidistantes (1) : elles étaient plus

(1) Ce fait ne tient nullement à la contraction qui se produit en mélangeant l'eau et l'alcool; contraction qui, du reste, est assez faible. En la supposant

rapprochées vers le bas que vers le haut de la tige. Chaque intervalle fut alors partagé en 5 parties égales; la tige se trouva ainsi divisée en 100 degrés. Si un pareil instrument est maintenant plongé dans un alcool, et qu'il marque 90°, on est certain que cet alcool a même densité que le mélange formé d'eau 10 et alcool pur 90, et, par conséquent qu'il renferme 90 p. 0/0 d'alcool pur. Si l'alcoomètre marque dans un alcool 87°, sa composition est intermédiaire entre celle des liquides à 85 0/0 et à 90 0/0 d'alcool qui ont servi à étalonner l'instrument, et le liquide contient à très peu près 87 0/0 d'alcool pur.

Ce travail, un peu long, ayant été fait une fois pour toutes, on peut, maintenant, graduer tous les alcoomètres par comparaison avec l'alcoomètre centésimal étalon. Pour cela, on détermine les points d'affleurement de l'alcoomètre à graduer dans l'eau pure et dans l'alcool absolu, c'est-à-dire les points 0 et 100 ; puis l'on divise cet intervalle en parties respectivement proportionnelles aux degrés de l'alcoomètre étalon. Nous allons voir que, quelle que soit la dimension ou la forme de l'instrument, il donnera les mêmes indications que l'alcoomètre étalon lui-même.

Remarquons que, si la température d'un alcool vient à s'élever, sa densité diminue, et l'aréomètre s'y enfonçant davantage, fera croire à une richesse trop grande.

Gay-Lussac a étalonné son appareil avec des liquides à la température de 15°; c'est donc pour cette température seulement que les indications de son alcoomètre sont exactes. Pourtant on n'est pas astreint à n'opérer qu'à 15°, car une table de correction, dressée par Gay-Lussac, permet, étant connues l'indication de l'instrument et la température du liquide, d'en déduire sa richesse en alcool.

22. **Comparabilité des aréomètres de même type.** — Nous avons vu que les aréomètres appartenant à un même type (par exemple tous les alcoomètres centésimaux), étaient gradués en

nulle, et en graduant rationnellement l'instrument, comme cela serait possible, dans le cas où cette supposition serait exacte, on trouverait encore des degrés non équidistants.

prenant deux points d'affleurement $a_1$ et $a_2$ (fig. 71) dans deux liquides déterminés $A_1$ et $A_2$ (eau pure, alcool pur, pour les alcoomètres centésimaux), puis en divisant l'intervalle compris entre les deux points $a_1$ et $a_2$ en parties respectivement proportionnelles pour chaque instrument. Il résulte nécessairement de ce mode de graduation, quelle que soit la forme de l'instrument, que sa tige soit longue ou courte, mince ou large, que tous les aréomètres de même type doivent donner la même indication dans un même liquide A. En effet, désignons par $d$ le poids spécifique absolu de ce liquide A, par $d_1$ et $d_2$ ceux des liquides $A_1$ et $A_2$, par V le volume de l'instrument jusqu'en $a_1$, par $l_2$ la distance $a_1a_2$, par $l$ la distance $a_1a$ et par $s$ la section de la tige. En écrivant que, pour un même instrument flottant en équilibre, le poids du liquide déplacé est toujours le même (puisqu'il est égal au poids de l'instrument), on a :

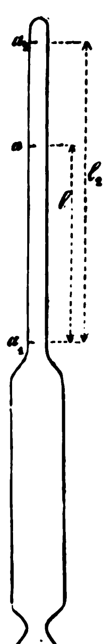


FIG. 71.

$$Vd_1 = (V + sl_2)d_2$$

$$Vd_1 = (V + sl)d$$

On peut éliminer entre ces deux égalités le rapport $\frac{s}{V}$, et il vient :

$$\frac{s}{V} = \frac{d_1 - d_2}{l_2 d_2} = \frac{d_1 - d}{ld}$$

d'où:

$$\frac{l}{l_2} = \frac{(d_1 - d)\, d_2}{(d_1 - d_2)\, d}$$

Ainsi, quelle que soit la forme de l'instrument, le rapport des longueurs de tige immergées dans les liquides A et $A_2$ est le même, puisqu'il ne dépend que des rapports des poids spécifiques $d$, $d_1, d_2$. Par conséquent, dans le même liquide A, les divers instruments, gradués proportionnellement les uns aux autres, doivent affleurer à la même division.

# CHAPITRE II

## PROPRIETÉS DES GAZ — FORCE ÉLASTIQUE

**1. PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DES GAZ.** — Les gaz distinguent des liquides par plusieurs caractères.

1° — Ils sont doués *d'expansibilité* : si petite que soit quantité d'un gaz introduite dans un vase, il en remplit l'espace, au lieu d'en occuper seulement le fond, comme le rait un liquide. Les gaz tendent toujours à prendre un vol plus considérable, et exercent des pressions sur les parois vases qui les renferment.

On met ce fait en évidence par l'expérience suivante. vessie complètement close, et ne fermant qu'une petite quantité d' est placée sous la cloche d'une chine pneumatique (fig. 72). En r llant l'air contenu dans la cloche, diminue la pression exercée par air sur la paroi extérieure de la ves les pressions produites par le gaz i rieur sont alors rendues manifes car on voit la vessie se gonfler de en plus, à mesure que l'air extérieu raréfie davantage.

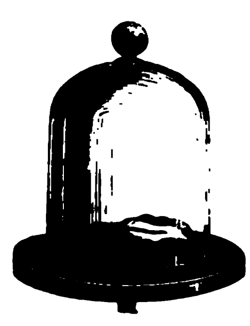


FIG. 72.

2° — Les gaz sont *très compre bles*. On peut le montrer à l'aide du petit appareil connu le nom de *briquet à air*. Il se compose (fig. 73) d'un

cylindrique en cristal, à parois épaisses, fermé à l'une de ses extrémités, et contenant un piston qui emprisonne une certaine masse d'air. Vient-on à appuyer sur la tête du piston, celui-ci s'enfonce dans le tube, et, par conséquent, le volume de l'air diminue. Si l'on cesse d'agir sur la tête du piston, l'air comprimé repousse celui-ci, et il reprend sa première position : les gaz sont *parfaitement élastiques.*



FIG. 73.

Si le tube était rempli par un liquide, on ne pourrait pas enfoncer le piston, les liquides étant à peine compressibles.

On peut encore mettre en évidence la grande compressibilité des gaz, en faisant rentrer l'air dans la cloche, où se trouve la vessie gonflée de l'expérience rapportée ci-dessus. On voit la vessie s'affaisser ; le volume de l'air qu'elle contient diminue, par conséquent, sous l'effet des pressions exercées par l'air extérieur.

3° — *En comprimant un gaz, il se produit de la chaleur.* Si l'on place un petit morceau d'amadou sur le piston du briquet à air, et qu'on enfonce brusquement celui-ci, le morceau d'amadou prend feu. De là le nom de *briquet à air* donné à l'instrument.

Réciproquement, *un gaz en se détendant se refroidit* : si, après avoir comprimé de l'air dans un ballon, on ouvre largement celui-ci, le gaz s'échappe en partie, par conséquent, augmente de volume, et un thermomètre sensible placé dans le vase indique un abaissement de température.

4° — Le poids spécifique d'un gaz est *extrêmement faible.*

Pendant longtemps même on a cru que les gaz ne pesaient pas, ou même avaient une tendance à s'élever. Aristote admit sans démonstration expérimentale que les gaz étaient pesants (1).

(1) Aristote (né en 384, av. J.-C., à Stagyre en Macédoine, mort à Chalcis en Eubée, en 322) raconte qu'ayant rempli d'air une vessie, il la trouva plus pesante que vide. Remarquons que, s'il introduisait un litre d'air dans la vessie, le poids de celle-ci était bien augmenté du poids de ce litre d'air ; mais, comme elle déplaçait un litre d'air extérieur en plus, la poussée provenant

Galilée le prouva en refoulant, à l'aide d'une pompe, de l'air d
une sphère à parois rigides : elle devint plus pesante.

L'expérience suivante, due à Otto de Guéricke (1), est c
qu'on répète le plus habit
lement dans les cours. A
avoir raréfié l'air d'un bal
au moyen de la machine pn
matique, on suspend celui-
l'extrémité du fléau d'une
lance (fig. 74), et l'on éta
l'équilibre à l'aide d'une ta
En ouvrant le robinet du b
lon, l'air extérieur y rent
avec un sifflement, et l'on v
aussitôt le fléau s'incliner
ce côté; ce qui prouve que l'
introduit est pesant.

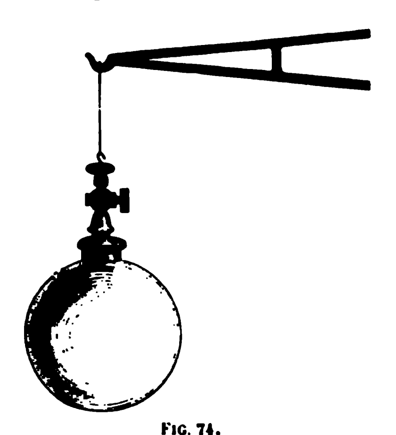


FIG. 74.

**2. FORCE ÉLASTIQUE D'UN GAZ.** — La pression qu'exerce un g
sur les parois du vase qui le renferme, ou sur la surface des cor
qui y sont plongés, en vertu de son expansibilité, est propo
tionnelle à l'aire de la surface pressée ; mais, pour une mê
étendue de surface, cette pression dépend des conditio
physiques dans lesquelles se trouve le gaz (densité, temp
rature).

On appelle *force élastique* d'un gaz la pression qu'il exer
par unité de surface ; c'est de la valeur de cette grandeur q
dépendent ses effets mécaniques. Le mécanicien, chargé
conduire un moteur à vapeur, sait que la machine est prête
fonctionner quand la force élastique de la vapeur d'eau dans
chaudière a atteint une certaine valeur ; il sait que, pour u
autre valeur plus considérable, la chaudière ferait explosion.

de celui-ci était augmentée de la même quantité : le poids apparent
cette vessie, le seul qui pouvait être constaté à l'aide de la balance, dev
rester le même.

L'assertion d'Aristote est donc inexacte.

(1) Otto de Guéricke, né à Magdebourg en 1602, mort en 1686.

La valeur numérique d'une force élastique déterminée, dépend du choix de l'unité de surface et de l'unité de force. Dans le système C.G.S., l'unité de surface étant le centimètre carré, et l'unité de force étant la dyne, la force élastique a pour valeur le nombre de dynes qui représente l'effort exercé par le gaz sur un centimètre carré de la surface pressée.

Il n'y a, du reste, aucun inconvénient à étendre la notion de *force élastique* à un liquide comprimé : *la force élastique d'un fluide quelconque est la pression qu'il exerce sur l'unité de surface.*

**3. MESURE DE LA FORCE ÉLASTIQUE D'UN GAZ. — BAROMÈTRE.** — Le *baromètre* est l'instrument par excellence pour mesurer la force élastique d'un gaz, ou même d'un liquide; c'est le seul instrument, employé dans ce but, qui se suffise à lui-même.

Il se compose (fig. 75) d'un tube de verre, fermé à son extrémité supérieure, plongeant par l'extrémité inférieure ouverte dans un liquide, qui, le plus souvent, est le mercure. La partie supérieure du tube (*chambre barométrique*) est vide de toute matière pondérable, et le liquide s'élève dans ce tube à une hauteur dépendant de la valeur de la force élastique du fluide qui presse sa surface libre dans la cuvette. La hauteur du liquide soulevé permet de mesurer cette force élastique.

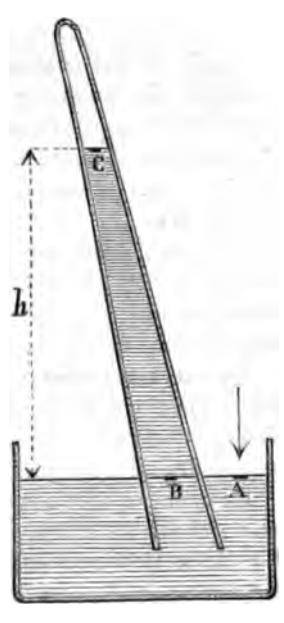


Fig. 75.

Pour le montrer, prenons sur la surface libre du liquide de la cuvette un élément A d'aire $s$. Si $p$ représente la force élastique du fluide qui presse la surface du liquide, $ps$ est la pression supportée par l'élément A. Prenons un élément B de même étendue que le précédent sur le même plan horizontal, mais à l'intérieur du tube, et un autre élément C, encore de même aire $s$, sur la

surface libre du liquide dans le tube. La différence des pressions supportées par C et par B est égale à *shd*, d'après les lois de l'hydrostatique, en appelant *h* la *distance verticale* entre les surfaces libres dans le tube et dans la cuvette, et en appelant *d* le poids spécifique absolu du liquide. Mais comme C n'est pas pressé, puisque le vide existe dans la chambre barométrique, la pression totale que supporte B est *shd*. Or cette pression est la même que celle supportée par A, puisque A et B sont des surfaces égales placées sur un même plan horizontal dans un même liquide en équilibre ; d'où :

$$(1) \qquad ps = shd \quad \text{ou} \quad p = hd$$

*La force élastique (p) d'un gaz est égale au poids d'un cylindre droit de liquide ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur (h), la distance verticale qui sépare les niveaux du liquide dans le tube et dans la cuvette.* C'est cette distance que, pour abréger, nous appellerons *la hauteur du liquide dans le baromètre.*

Par conséquent, la pression exercée par un gaz sur une surface est la même que celle que produirait une couche de liquide s'élevant au-dessus de la surface pressée à la hauteur de ce liquide dans un baromètre entouré par le gaz.

Faisons remarquer que cette hauteur *h* est proportionnelle à la force élastique *p* du gaz ; il en résulte qu'on peut remplacer le rapport de deux forces élastiques par le rapport des hauteurs d'un même liquide qui leur font équilibre à un même endroit.

La manière dont nous venons de mesurer la force élastique du gaz qui presse sur la cuvette du baromètre montre pourquoi le liquide se tient en équilibre à une certaine hauteur dans le tube. Le niveau du liquide dans celui-ci ne pourrait être sur le plan de la surface libre dans la cuvette, que si la force élastique du gaz était nulle. D'un autre côté, le liquide ne peut rester en équilibre en remplissant complètement le tube, que si la hauteur de celui-ci est inférieure ou au plus égale à la hauteur *h* donnée par la relation (1).

l la hauteur du tube est inférieure à $h$, le liquide le rem-
èrement, et il presse d'autant plus fortement son extré-
érieure que la différence entre la hauteur du tube et $h$
considérable.

voyons aussi que, si l'on vient à faire varier l'inclinaison
e barométrique suffi-
t long pour que le liqui-
tteigne point le sommet,
e verticale $h$ doit rester
, quand la force élas-
gaz $p$ reste la même

la forme du tube baro-
ne peut avoir aucune
sur la hauteur $h$ à la-
y élève le liquide (fig.

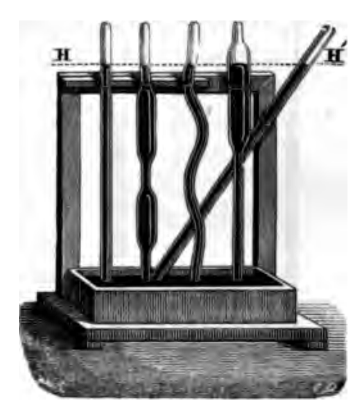


FIG. 76.

x baromètres contenant
des différents, de poids
es absolus $d$ et $d'$, ont
vettes placées dans le
az de force élastique $p$, les hauteurs $h$ et $h'$ des deux
sont données par la relation :

$$p = hd = h'd'$$

$$\frac{h}{h'} = \frac{d'}{d} = \frac{\delta'}{\delta}$$

étant les densités des liquides : *les hauteurs sont en
verse des densités.*

ercure étant le plus dense des liquides connus, est
i exige le tube barométrique le moins long. En outre,
t des autres liquides émettent des vapeurs dès la
ure ordinaire, et, si on les employait, la chambre
ique contiendrait un gaz ayant une certaine force élas-

tique, au lieu d'être vide. C'est pour ces deux raisons sert presque exclusivement du mercure dans la conf baromètres (1).

Le baromètre que nous venons de décrire s'appelle *à cuvette*. On emploie aus mètre à siphon (S, fig. 7 diffère du précédent qu'e le tube barométrique, au plonger dans une cuvette, s à sa partie inférieure et s par une branche ouverte qui cette cuvette.

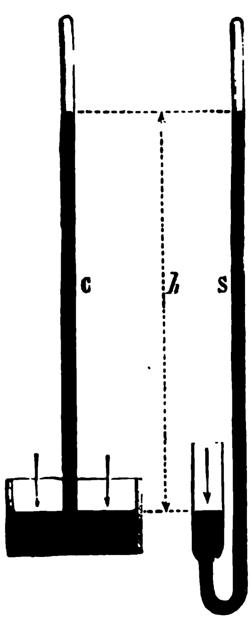


FIG. 77

Il est évident que la diff niveau entre le mercure de l ouverte et le mercure de l fermée est égale à la haut métrique *h*, d'un baromètre C, mesurant la même force

**4. PRESSION ATMOSPHÉRI** L'atmosphère s'élève au-d sol à une grande hauteur. ches d'air supérieures, pesa couches inférieures, les con par conséquent, l'air de cel avoir une force élastique no appelle *pression atmosph* force élastique de l'air libi

Nous ne nous apercevons pas habituellement de l'exi cette force élastique, parce que les pressions qui s'exe la surface d'un objet placé dans l'air, ayant lieu en s'équilibrent à peu près : leur résultante étant, comme égale au poids très faible de l'air déplacé. Ainsi, une

(1) L'acide sulfurique monohydraté et la glycérine, qui n'émet vapeurs à la température ordinaire, peuvent aussi servir pour co baromètres destinés à mesurer de faibles forces élastiques.

papier est pressée sur une de ses faces autant que sur la face opposée. Pour mettre en évidence la pression exercée sur l'une d'elles, il faudrait annuler ou diminuer celle qui a lieu sur l'autre. C'est ce qu'a fait Otto de Guéricke dans l'expérience du *crève-vessie*.

Une peau de vessie, ou une feuille de fort papier, ferme complètement la partie supérieure d'un manchon en verre à bord inférieur plan et rodé à l'émeri (C, fig. 78). Ce manchon est placé sur la platine de la machine pneumatique; on raréfie l'air contenu à son intérieur, et, par là, on diminue sa force élastique. On voit alors la membrane devenir concave, puis crever avec bruit, sous l'effort de la pression de l'air extérieur.

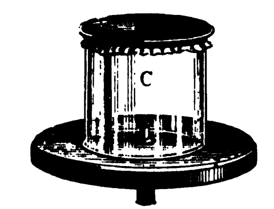
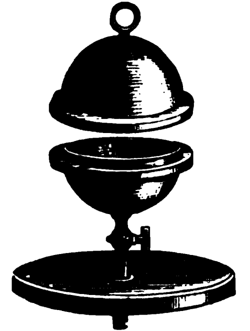


FIG. 78.

Par la célèbre expérience des *hémisphères de Magdebourg*, du nom de la ville natale d'Otto de Guéricke, cet ingénieux physicien montra mieux encore la grande valeur de la pression atmosphérique.

Deux hémisphères creuses en cuivre peuvent former une boite sphérique, en s'adaptant l'une sur l'autre (fig. 79); un cuir gras, interposé entre leurs bords, rend la fermeture hermétique. Dans l'une des hémisphères débouche un canal, pouvant être fermé à l'aide d'un robinet, et qui permet de faire le vide dans l'intérieur de la sphère. Quand l'air contenu dans celle-ci est très raréfié, il faut un effort considérable pour séparer les deux hémisphères, qui sont appliquées l'une contre l'autre par la pression de l'air extérieur. La force qui est nécessaire alors pour les séparer est, du reste, proportionnelle à la surface d'un grand cercle de la sphère ([1]).


FIG. 79.

([1]) Soit A fig. 80) une surface courbe, limitée par une base plane BC;

Dans une expérience restée célèbre, deux hémisphères de grand diamètre ne purent être séparées par vingt chevaux, dix tirant de chaque côté en sens inverse.

supposons-là pressée par un gaz. Considérons le volume ABC. La résultante des pressions sur sa surface est égale au poids très faible du gaz déplacé. Si nous négligeons ce poids, cette résultante est nulle; par conséquent, la résultante des pressions exercées sur la surface courbe A est égale, et de sens contraire, à la résultante des pressions exercées sur sa base plane BC.

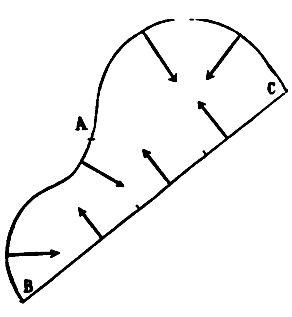



FIG. 80.

On voit, par là, que la résultante des pressions exercées sur une hémisphère est normale à sa base, et égale à la pression qui serait exercée sur une surface plane de même aire que le plan diamétral de base de l'hémisphère.

Soient R le rayon extérieur des hémisphères et H la hauteur du mercure qui fait équilibre à la pression atmosphérique; la résultante des pressions extérieures sur une hémisphère est $\pi R^2 H d$, $d$ étant le poids spécifique absolu du mercure.

Si $r$ est le rayon de la sphère intérieure, et $h$ la hauteur de la colonne de mercure qui fait équilibre à la force élastique de l'air qui y est contenu, la résultante des pressions intérieures sur l'hémisphère est $\pi r^2 h d$. La résultante F des pressions tant intérieures qu'extérieures est donc donnée par

$$F = \pi R^2 H d - \pi r^2 h d$$

Telle est la force avec laquelle il faudra tirer chacune des hémisphères pour les séparer.

Supposons $H = 76$ cent., $d = 13{,}6$ grammes-poids, $\pi R^2 = 100$ cent. carrés (1 décimètre carré); supposons, en outre, que l'air intérieur soit assez raréfié pour que $h$ soit négligeable, on a :

$$F = 100 \times 76 \times 13{,}6 = 103360 \text{ grammes-poids}$$

Soit encore 103 kilogrammes-poids. C'est une force considérable.

Quand on a fait rentrer l'air extérieur dans la sphère, on a $h = H$; d'où

$$F = \pi H d (R^2 - r^2)$$

il faut encore un certain effort pour séparer les deux hémisphères, mais il est d'autant plus petit que R et $r$ sont plus voisins.

Quand on laisse rentrer l'air à l'intérieur, en ouvrant le robinet, la résultante des pressions étant à peu près égale à l'intérieur et à l'extérieur de chaque hémisphère, on peut séparer celles-ci sans grand effort.

**5. MESURE DE LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.** — La valeur de la pression atmosphérique s'obtient au moyen d'un baromètre dont la cuvette est exposée à l'air libre. On trouve que la hauteur du mercure dans le tube est en moyenne de 76 centimètres. Par conséquent, en vertu de la formule $p = hd$, dans laquelle il faut faire :

$$d = 13{,}596 \text{ grammes-poids (si le mercure est à } 0^{\circ}),$$

ou

$d = 13{,}596 \times 980{,}96 = 13337$ dynes (si, en outre, le baromètre est à Paris), on a :

$$p = 76 \times 13{,}596 = 1033{,}3 \text{ grammes-poids par cent. carré}$$

ou

$$p = 76 \times 13337 = 1013622 \text{ dynes par cent. carré.}$$

Ainsi, la pression atmosphérique exerce par décimètre carré une force égale au poids de 103,33 kilogrammes; on s'explique, par la grandeur de ce nombre, le résultat des expériences du crève-vessie et des hémisphères de Magdebourg.

Du reste, la pression atmosphérique varie continuellement. La hauteur du baromètre peut descendre à Paris jusque vers 73 cent. et monter jusqu'à 78, et même parfois ces limites sont un peu dépassées. En outre, quand on s'élève en altitude, la pression atmosphérique diminue.

La hauteur moyenne du baromètre à Briançon (1300$^{m}$) est 65 cent.; sur le sommet du mont Blanc (4816$^{m}$) elle n'est que 42 cent.

**6. HISTOIRE DU BAROMÈTRE.** — Galilée fut informé, un jour, par un fontainier, que l'eau refusait constamment de s'élever, dans le tuyau d'une pompe aspirante à une hauteur de plus de 18 brasses (32 pieds ou $10^m,30$) au-dessus du niveau de l'eau dans la citerne où elle était puisée.

Galilée attribua ce phénomène à ce que la colonne d'eau, tirée par sa partie supérieure, finissait par se rompre sous son propre poids, comme le ferait une corde très longue. Il en conclut que, dans le tuyau d'une pompe aspirante, les colonnes liquides se rompraient d'autant plus vite que leur densité serait plus grande, et que le mercure, le plus dense des liquides, ne s'élèverait qu'à une faible hauteur.

Torricelli (1), en réfléchissant à ce phénomène, comprit que le vide devait exister au-dessus de l'eau, dans le tuyau d'aspiration (2). Guidé par les idées de Galilée, il pensa qu'on pourrait obtenir le vide au-dessus du mercure avec une hauteur de liquide beaucoup moindre qu'avec l'eau.

Il communiqua sa pensée à son élève Viviani (3), qui fit l'expérience suivante (1643, un an après la mort de Galilée). Il prit un tube de verre d'environ un mètre de longueur, fermé par un bout; il le remplit de mercure, puis, l'ayant bouché avec le doigt, il le retourna en plongeant l'extrémité dans une cuvette pleine de ce liquide. Ayant retiré le doigt, il vit le mercure quitter le sommet du tube, s'abaisser et se maintenir en équilibre à une hauteur de 28 pouces environ au-dessus du niveau de la cuvette, laissant le vide au-dessus de lui: il avait construit le premier baromètre.

Torricelli répéta cette expérience, qu'il avait prévue, la publi[illegible] et c'est pour cela, qu'à juste titre, elle porte son nom.

Elle fut connue en France par une lettre de Michel-Ange Ric[illegible]

(1) Evangelista Torricelli, né à Faenza en 1608, mort en 1647, succ[illegible] à Galilée dans la chaire de mathématiques à Florence.

(2) Il était généralement admis, du temps de Torricelli, que *la nat[illegible] avait horreur du vide*, suivant l'opinion d'Aristote. Pascal eut beaucou[illegible] lutter contre cette croyance.

(3) Vincent Viviani, né à Florence en 1622, mort en 1703, fut profess[illegible] de mathématiques à Florence, et associé de l'Académie des sciences [illegible] Paris.

élève de Torricelli, au père Mersenne [1]. Pascal, qui vivait alors à Rouen, la répéta, construisit des baromètres avec des liquides différents, et constata qu'ils s'élevaient dans les tubes en raison inverse de leurs densités, quelle que fut l'inclinaison ou la forme de ceux-ci.

Dès 1644, Torricelli pensa que c'était le poids de l'air qui maintenait le mercure en équilibre dans le tube. Pascal, qui eut connaissance de cette idée, la trouva « tout à fait belle », comme il le raconte lui-même, et résolut de la soumettre au contrôle de l'expérience. Si le poids de l'air est la cause qui maintient le mercure soulevé, en s'élevant dans l'atmosphère, la colonne d'air, diminuant de hauteur, doit moins peser sur le mercure de la cuvette, et la colonne mercurielle doit monter moins haut dans le tube. Il pria son beau-frère Périer, qui habitait Clermont-Ferrand, de répéter l'expérience *du vide* au sommet du Puy-de-Dôme, montagne haute de 500 toises environ. Ce fut le 19 septembre 1648 (un an après la mort de Torricelli), que fut faite cette célèbre expérience. Périer trouva que la colonne mercurielle était moins élevée au sommet de la montagne qu'à la base : la différence était de 3 pouces 1 ligne 1/2. Pascal répéta ensuite lui-même l'expérience sur la tour Saint-Jacques-la-Boucherie, à Paris, haute de 25 toises environ, et trouva une diminution de 2 lignes, dans la hauteur du mercure.

Devant des preuves aussi concluantes, on ne put plus douter que le poids de l'air ou, plus directement, la pression exercée par lui à la surface du liquide de la cuvette fût la cause qui maintenait le mercure soulevé dans le tube de Torricelli.

7. **CONSTRUCTION DU BAROMÈTRE.** — Un baromètre, pour satisfaire aux conditions nécessaires à une bonne mesure de la force élastique du gaz, doit :

1° Contenir du mercure pur, pour que la densité du liquide soit bien connue.

2° Avoir une chambre barométrique vide de tout gaz ou vapeur, pour que la pression soit nulle à la surface du mercure dans le tube.

(1) Marin Mersenne, religieux de l'ordre des Minimes, né à Oizé (Marne,) en 1588, mort à Paris en 1648.

La première condition est aisément réalisée : on emploie du mercure neuf, qu'on prend seulement la précaution de filtrer à travers un orifice très étroit, pour retenir les poussières qui flottent à sa surface.

La seconde condition est plus difficile à remplir. Le mercure n'est pas sec généralement ; le verre, condensant l'humidité de l'air, se couvre d'une mince couche d'eau très difficile à faire disparaître entièrement. Quand on construit le baromètre comme le faisait Torricelli, cette eau s'évapore en partie dans la chambre barométrique.

Pour remédier à cet inconvénient et avoir du mercure sec dans un tube rendu sec, on emploie aujourd'hui l'un des trois procédés suivants.

1° Pour les tubes étroits (6 à 10$^{mm}$ de diamètre, tubes de Fortin, par exemple), on dessèche par l'ébullition du mercure en tube clos, le vide existant au-dessus du liquide. On commence par nettoyer le tube en le lavant successivement à l'acide azotique, à l'acide sulfurique, à l'eau et à l'alcool. On l'essuie ensuite soigneusement avec un linge sec(1). Après l'avoir fermé par un bout, on l'étrangle à l'autre extrémité, de façon à transformer la partie supérieure en une sorte d'entonnoir ; on le remplit alors complètement de mercure neuf filtré, jusqu'au-dessus de l'étranglement. On effile la partie supérieure de l'entonnoir, on fait le vide à l'aide d'une machine pneumatique, dans l'espace privé de mercure A (fig. 81), et l'on ferme à la lampe. Le tube, ainsi préparé, est placé sur une grille légèrement inclinée, et l'on chauffe avec quelques charbons d'abord la partie inférieure B du tube. Les vapeurs mercurielles vont se condenser dans les couches supérieures, qui s'échauffent par la chaleur de liquéfaction, et la très petite quantité d'eau qui reste dans le tube se dégage sous forme de vapeur dans la chambre A. On déplace ensuite les charbons de façon à faire bouillir successivement le mercure dans toutes les parties du tube jusqu'à l'extrémité supérieure. L'opération terminée, on donne un trait de lime sur la partie étranglée, on la casse en ce

(1) Il vaut encore mieux prendre des tubes qui ont été fermés aux deux bouts au moment de leur fabrication. Ils sont alors parfaitement propres et secs.

point, on met le doigt sur la goutelette de mercure qui fait saillie, et l'on retourne le tube dans la cuvette, qui doit contenir du mercure bien sec.




FIG. 81.

2° (Tube large de 15 à 25$^{mm}$, tube de baromètre normal). L'ébullition est très difficile à effectuer sans briser le tube, quand celui-ci est large. Aussi emploie-t-on, dans ce cas, un autre procédé. Le tube nettoyé et séché comme ci-dessus, est fermé et arrondi à un bout, rétréci à l'autre bout, auquel on soude une boule en verre B à deux tubulures (fig. 82). La tubulure inférieure T est effilée très finement et fermée à la lampe, la supérieure est mise en communication avec une pompe à mercure, qui fait un

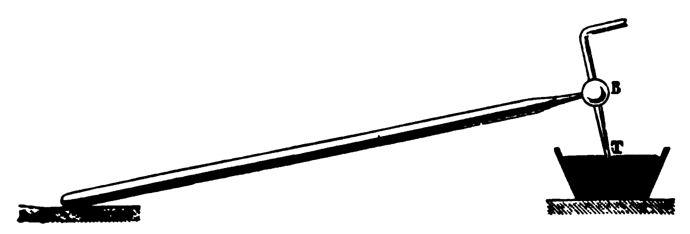



FIG. 82.

vide presque parfait dans le tube. La pointe effilée est placée alors dans un vase en fer plein de mercure chauffé un peu au delà de 100°, et l'on brise avec une pince l'extrémité de cette

pointe. Le mercure monte très lentement, à cause de la finesse du canal capillaire, dans le tube, préalablement chauffé, et le remplit petit à petit (le remplissage dure plus d'une heure); la très petite quantité d'eau qui mouille encore le verre se vaporise au contact du mercure chaud, et vient se loger dans la boule. Le tube est ainsi séché parfaitement et rempli de mercure sec. On achève l'opération comme dans le cas précédent.

3° Enfin, on emploie parfois pour les tubes larges ou fins le mode de remplissage suivant. Le tube effilé et ouvert à ses deux bouts est placé verticalement, son extrémité inférieure plongeant dans la cuvette du baromètre, qui doit contenir du mercure froid, mais bien sec (1). L'extrémité supérieure est mise en communication avec une trompe de Sprengel, qui fait le vide très lentement, mais avec une perfection telle que la chambre barométrique est encore mieux purgée d'air ou de vapeur que par les deux méthodes précédentes.

L'opération terminée (elle peut durer huit à quinze jours), l'extrémité supérieure est fermée à la lampe.

Ce dernier procédé, outre sa lenteur, a encore l'inconvénient de donner des tubes barométriques très fragiles et non transportables. Si le mercure vient à frapper l'extrémité supérieure effilée et non arrondie comme dans les autres baromètres, celle-ci est brisée presque infailliblement.

**8. DÉPRESSION CAPILLAIRE.** — Quand on compare les indications de plusieurs baromètres construits avec soin, et dont les tubes sont de calibres différents, on remarque que ceux dont le diamètre est supérieur à 18 ou 20$^{mm}$, donnent exactement la même indication; mais ceux d'un moindre calibre contiennent une colonne mercurielle un peu moins haute. La différence entre les hauteurs du mercure dans un baromètre large et dans un baromètre étroit est d'autant plus grande, du reste, que le diamètre de ce dernier est plus faible. Cette différence porte le nom de

(1) On dessèche parfaitement le mercure à froid, en le filtrant 10 à 12 fois dans des cornets de papier à filtre percés d'une ouverture très fine à la partie inférieure. — C'est à l'obligeance de MM. Alvergniat que nous devons les détails pratiques, rapportés ci-dessus, sur la construction des baromètres.

*dépression capillaire.* En voici la valeur moyenne pour des tubes de différents calibres :

| Diamètre du tube. en centimètres | Dépression capillaire. en centimètres |
|---|---|
| 0,2 | 0,45 |
| 0,4 | 0,21 |
| 0,6 | 0,12 |
| 0,8 | 0,07 |
| 1,0 | 0,04 |
| 1,2 | 0,03 |
| 1,4 | 0,02 |
| 1,6 | 0,01 |
| 2,0 | 0,00 |

Si l'on observe la surface du mercure dans un tube étroit, on voit que cette surface est convexe, et que la courbure est, en général, d'autant plus grande que le diamètre est plus étroit. Dans les tubes larges la surface est plane, si ce n'est sur les bords, où elle se courbe. Ce sont là des phénomènes dits *capillaires.* Or il est démontré que, quand un liquide et un autre fluide sont séparés par une surface plane (1), il n'y a aucun changement brusque dans les pressions en traversant la surface de séparation; mais il n'en est plus de même quand, par une cause quelconque, la surface est courbe: *en passant du côté convexe au côté concave de la surface de séparation, il y a une brusque augmentation dans la valeur de la pression par unité de surface.* Cette augmentation est d'autant plus grande que la courbure est plus forte, et sa valeur dépend aussi de la nature des deux fluides en contact (2).

(1) Comme le veulent les lois de l'hydrostatique, dans lesquelles nous avons négligé les phénomènes capillaires.

(2) En désignant par R et par R' les deux rayons de courbure principaux de la surface, et par A une constante (*constante capillaire*), dépendant de la nature des deux fluides en contact, la brusque augmentation de force élastique $p$ qui se produit, en passant du côté convexe au côté concave, est donnée par la formule :

$$p = A \frac{1}{R}\left( + \frac{1}{R'}\right)$$

Il résulte de là, qu'un élément de surface placé immédiatement au-dessous de la surface libre du mercure dans la chambre barométrique ne supporte aucune pression si la surface est plane (comme nous l'avons admis dans la théorie du baromètre). Au contraire, il supporte une pression finie si la surface est convexe, cette pression étant d'autant plus grande que la courbure est plus forte; la colonne mercurielle doit alors être moins élevée dans ce tube de la hauteur de mercure qui produirait précisément cette pression sur l'élément considéré. Il est clair que pour avoir la hauteur véritable de la colonne mercurielle faisant équilibre à la force élastique du gaz qui presse la cuvette, il faut ajouter à la hauteur lue la valeur de la dépression capillaire. C'est ce qu'on appelle faire la *correction de capillarité.*

Si le verre et le mercure étaient parfaitement propres, et s'il n'y avait aucune adhérence entre eux, la courbure de la surface qui termine la colonne mercurielle conserverait toujours la même valeur, et, dès lors, la dépression capillaire serait une quantité constante pour un même baromètre. Mais il n'en n'est pas tout à fait ainsi; quand le mercure monte dans le tube, l'adhérence entre le liquide et le verre occasionne un retard entre les bords du ménisque et le centre, qui s'élève davantage au-dessus des bords : la courbure et, par suite, la dépression capillaire deviennent plus grandes. Quand le mercure baisse, au contraire, le ménisque s'applatit, et la dépression diminue de valeur.

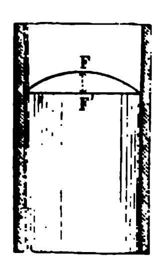


FIG. 83.

La connaissance du diamètre des tubes, et la mesure de la flèche FF′ du ménisque (fig. 83), permettent de connaître la courbure de celui-ci, et, par suite, la valeur de la dépression capillaire, d'après une formule établie par Laplace (voir la note 2 de la page précédente), ou par l'emploi d'une table à double entrée calculée à l'aide de cette formule. Malheureusement, la mesure de la flèche

Si la surface de séparation est sphérique, comme cela a lieu à peu près dans les tubes barométriques étroits, on a R = R′, et la formule devient :

$$p = \frac{2A}{R}$$

nisque est généralement très difficile, et cette valeur étant nnue, la correction capillaire est incertaine.

résumé, les baromètres de haute précision doivent être arges pour que la dépression capillaire soit insignifiante. aux baromètres étroits, le mieux pour faire la correction ire est d'amener le ménisque, par quelhocs sur le tube, à prendre sa forme e avant de faire la lecture, et d'y ajoue constante déterminée par la compade l'instrument avec un baromètre à tube.



FIG. 84.

**AROMÈTRE NORMAL.** — C'est l'instruype, le plus simple et le plus parfait de g. 84).

compose d'un large tube de $20^{mm}$ inau moins, pour ne pas avoir à effece correction de capillarité. Ce tube, son extrémité inférieure, plonge dans vette. La hauteur du mercure est reà l'aide d'un cathétomètre (1), ce qui e de rendre le tube parfaitement verComme il ne serait pas commode de niveau du mercure de la cuvette, on le procédé suivant. Une vis verticale *v* tée par un écrou *m*, fixé aux parois de tte; cette vis est terminée en pointe à extrémité. En la tournant dans le sens ible, on amène la pointe inférieure à affleurer à la sur mercure, ce qui peut se faire avec une grande préci-

(1) cathétomètre est un instrument qui permet de mesurer avec une précision des distances verticales inférieures à un mètre. Il consiste lement en une lunette astronomique, pourvue d'un réticule, et dont ique est exactement horizontal, quand l'instrument est réglé. Il est du reste, de faire tourner la lunette autour d'un axe vertical ; équent, son axe optique est mobile dans un plan horizontal. Cette eut se déplacer le long d'une regle graduée verticale, et se fixe à la

sion. En effet, tant que la pointe ne touche pas le mercure, on voit une certaine distance entre l'extrémité de celle-ci et son image fournie par la réflexion de la lumière sur la surface plane du liquide; cette distance est le double de celle qui existe entre la pointe et le mercure: on abaisse la vis jusqu'à l'annuler. Si l'on vient du reste à dépasser le point d'affleurement, si la pointe plonge dans le mercure, on en est averti immédiatement par la formation d'un bourrelet circulaire nettement visible, dû à la dépression du mercure autour de la pointe. Cette opération faite, on détermine, à l'aide du cathétomètre, la distance verticale entre le niveau du mercure dans le tube et la pointe supérieure de la vis; en y ajoutant la distance des deux pointes, mesurée une fois pour toutes, on a la hauteur barométrique.

Comme il est nécessaire de prendre la température du mercure pour connaitre sa densité, un thermomètre est placé à côté du tube barométrique; son réservoir plonge dans une éprouvette, d'un diamètre égal à celui du tube, contenant du mercure qui, soumis aux mêmes influences, prend la même température que la colonne barométrique.

Il est clair que le baromètre normal est un instrument de laboratoire ; il ne peut être emporté en voyage. Comme on peut mesurer une altitude à l'aide d'observations barométriques, il est nécessaire d'avoir pour cet usage des instruments transportables. C'est dans ce but qu'ont été construits le baromètre de Fortin et celui de Gay-Lussac.

**10. BAROMÈTRE DE FORTIN.** — Il se compose d'un tube de faible calibre (8 à 10$^{mm}$ de diamètre intérieur), pour ne pas contenir un poids de mercure trop considérable. Ce tube est protégé dans toute sa longueur par une gaine en laiton (fig. 86 et 87), qui présente deux fenêtres longitudinales opposées, pour laisser voir la colonne mercurielle. Cette gaine porte une graduation en milli-

hauteur voulue sur celle-ci. On vise successivement avec la lunette les deux points dont on veut mesurer la distance verticale, et, que ces deux points soient ou non dans un même plan vertical, la hauteur dont il a fallu déplacer la lunette sur la règle graduée donne exactement la distance cherchée.

dont le zéro correspond à l'extrémité d'une pointe d'ivoire
5) fixée à la partie supérieure de la cuvette.

ırseur, pourvu d'un vernier au $\frac{1}{10}$ ou au $\frac{1}{20}$, mobile à l'ai-
n bouton B (fig. 87), permet de
la position de l'extrémité S de la
mercurielle. Les bords inférieurs de
antérieure et de la partie postérieu-
e curseur sont dans un même plan
iculaire à l'axe du tube.

-ci est effilé dans le bas et plonge
ıe cuvette complètement close (fig.
ıt le fond est mobile, et peut s'élever
isser, à volonté; de cette façon, on
ire affleurer le niveau du mercure à
ıité d'une pointe d'ivoire A à laquelle
ond le zéro de l'échelle graduée.

uvette possède une paroi latérale,
e à sa partie supérieure D, en buis
artie inférieure MM; son fond est
é par une peau de chamois souple;
elle est fermée par un disque de
C percé d'une ouverture centrale
au passage du tube. Pour empêcher,
transport, le mercure de la cuvette
r par cette ouverture, une peau de
est fixée, d'une part sur le pourtour
erture, d'autre part sur un étrangle-
ue présente le tube en ce point.
eau est criblée naturellement d'ou-
; très petites, trop fines pour laisser
le mercure (à moins qu'il ne soit
nt comprimé) mais assez larges pour
librement passer l'air; il en résulte
gaz qui surmonte le mercure de la cuvette a toujours
ne force élastique que l'atmosphère environnante. La
inférieure de la cuvette est protégée par un cylindre
on HGEF; le fond en est percé d'une ouverture

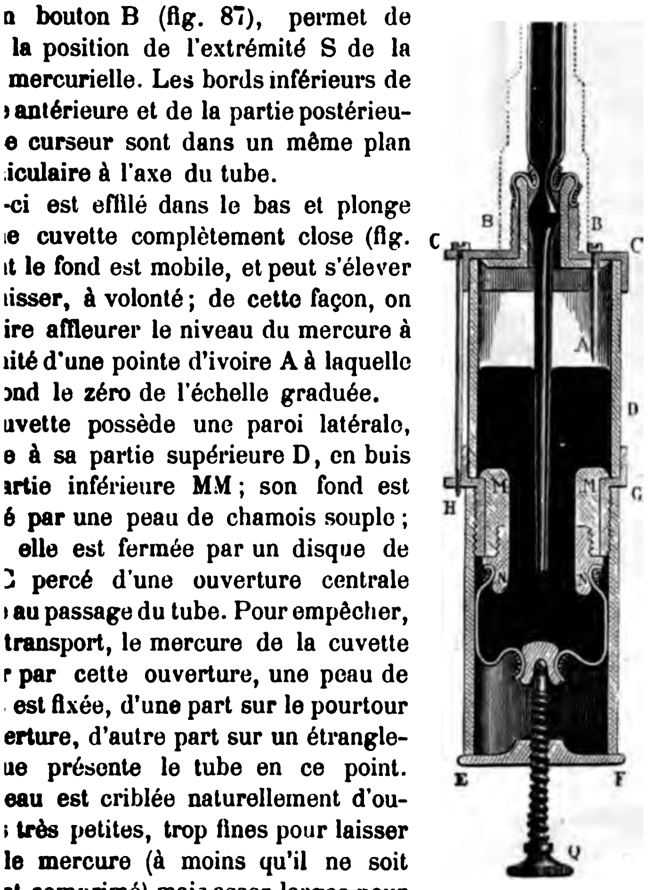


Fig. 85.

taraudée, qui constitue l'écrou d'une vis Q dont la pa rieure supporte le milieu d de chamois formant le for de la cuvette. En tourna dans le sens convenable, remonter ou descendre l du mercure.



Fig. 86.

Un thermomètre placé le tube (fig. 86), et dont le rés protégé par une gaîne de lait la température du baromètre

Pour faire l'observation, cessaire que l'échelle gra verticale. L'instrument éta près de révolution, son cent vité est situé sur l'axe, et cause du poids du mercure vette; il suffit, dès lors, de l dre par un point de l'axe celui-ci se mette de lui mê cal, et qu'il en soit de mên chelle, qui lui est parallèle. on peut employer deux moyer simple consiste à suspendr ment à l'aide d'un cordon pas un anneau, qu'il porte à sa p périeure. Mais, comme en pagne on n'a pas toujours le nécessaire à ce mode de su on emploie le plus habit un trépied qui porte l'instru une suspension dite à *la C* celle-ci lui permet de prend les positions possibles autour de son axe, comme le suspension précédent.

(1) La suspension à la Cardan, qui est employée aussi pour le

Voici maintenant comment on observe l'instrument. On amène d'abord le niveau du mercure à affleurer à l'extrémité de la pointe d'ivoire, en tournant la vis dans le sens convenable ; puis, après avoir donné quelques légers chocs sur le tube, pour que le ménisque prenne sa forme normale, on amène le plan passant par les bords inférieurs de la partie antérieure et de la partie postérieure du curseur à être tangent à ce ménisque, ce dont on juge en plaçant l'œil de façon à voir coïncider ces deux bords avec le sommet de celui-ci. On n'a plus qu'à faire la lecture de la position du vernier, et à noter la température, pour avoir la densité du mercure et pour faire la correction due à la dilatation de l'échelle. Il faudra ajouter au nombre lu la correction capillaire, qui ici n'est pas négligeable. En la déterminant par la comparaison du Fortin avec un baromètre normal, on a l'avantage de corriger en même temps la petite erreur provenant de ce que l'extrémité de la pointe d'ivoire peut ne pas correspondre exactement au zéro de l'échelle.


Fig. 87.

Quand on veut transporter l'instrument, il faut d'abord le remplir complètement de mercure ; sans cela, par suite des oscillations de la colonne mercurielle

marine, consiste à rendre l'instrument mobile autour d'un premier axe YY (fig. 88), dont les tourillons sont portés par un anneau mobile lui-même autour d'un second axe XX perpendiculaire au premier, et qui le rencontre géométriquement sur l'axe de révolution de l'instrument. Celui-ci peut ainsi tourner, soit autour de YY, soit autour de XX. D'après cela, les mouvements qu'il peut exécuter sont les mêmes que s'il était suspendu par le point d'entrecroisement O des deux axes de rotation ; car, si nous considérons un point quelconque A de l'instrument et la sphère passant par ce point et ayant O pour centre, le point A peut toujours passer de sa position actuelle à une autre posi-

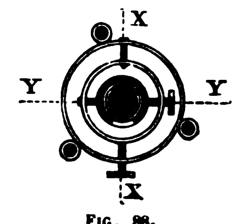


Fig. 88.

produites par les secousses du transport, celle-ci viendrait cho- quer et briser l'extrémité du tube. Pour remplir l'instrument d[illegible] mercure, il suffit de tourner la vis de façon à faire monter l[illegible] liquide dans la cuvette ; l'air qui est au-dessus s'en va par le[illegible] pores de la peau de chamois, et le mercure monte d'une égal[illegible] quantité dans le tube barométrique. Quand l'air a complètemen[illegible] disparu de la cuvette, et que le mercure est arrivé au contact d[illegible] la peau de chamois, en continuant à tourner la vis dans le mêm[illegible] sens, on comprime ce liquide qui s'élève alors jusqu'au haut d[illegible] tube. On en est averti au léger choc qui se produit.

Cette opération faite, on retourne l'instrument, et on peut [illegible]e transporter sans danger dans cette position renversée [1].

Le baromètre de Fortin est excellent. Comme il ne n[illegible] cessite pas l'emploi d'un cathétomètre, on s'en sert même da[illegible]s les laboratoires ou dans les observatoires météorologiques ; seul[illegible] ment, il est préférable, pour cet usage, d'employer un tube d'[illegible]n calibre un peu plus fort, afin de rendre moindre la correction c[illegible] pillaire.

**11. BAROMÈTRE DE GAY-LUSSAC.** — C'est un baromètre à siph[illegible]n (fig. 89) dont les deux branches A et C, ont le même diamèt[illegible]e, et sont placées dans le prolongement l'une de l'autre, et[illegible]t raccordées par un tube très fin ST convenablement courbé. [illegible] branche à air est fermée à sa partie supérieure F, et prése[illegible]e une petite ouverture latérale O pour que la pression extérie[illegible]re se transmette à l'intérieur ; cette ouverture est trop fine p[illegible]r permettre au mercure de passer, s'il n'est pas fortement compri[illegible]é.

tion quelconque prise sur cette sphère par une rotation autour de XX su[illegible]ie d'une rotation autour de YY.

[1] Il serait mauvais de transporter l'instrument dans la position de l[illegible]b- servation, même quand il est plein de mercure, car, à cause de l'élasticit[illegible] de la peau de chamois, qui forme le fond de la cuvette, dans une forte secou[illegible]se, la [illegible] pourrait quitter l'extrémité du tube et venir la [illegible] ri- ser [illegible] a frappant.

Un [illegible] qui peuvent se [illegible] le baromètre et le trépied dém[illegible]le permet [illegible]

Une gaîne en laiton protège tout le tube et présente des fenêtres longitudinales en haut et en bas pour laisser voir les deux niveaux du mercure C et A. Le long des branches se trouvent deux graduations en millimètres qui partent d'un même zéro. Des curseurs portant vernier et semblables à celui du Fortin permettent de relever la hauteur de chacun des deux niveaux au-dessus du zéro commun des graduations. La différence des lectures donne, par conséquent, la hauteur barométrique quand les échelles sont verticales, ce qui s'obtient en suspendant l'instrument par un anneau placé à sa partie supérieure. Enfin un thermomètre, protégé par la gaîne de laiton, fait connaître la température.



Fig. 89.

Gay-Lussac espérait qu'avec cet instrument on n'aurait pas à effectuer de correction de capillarité, la dépression capillaire, qu'il faudrait ajouter en haut et en bas, ayant la même valeur, et disparaissant dans la différence. Mais ce dernier point n'est pas tout à fait exact. La dépression capillaire, pour un tube de même diamètre, n'a pas exactement la même valeur, suivant que le vide ou l'air existe au-dessus du mercure. En outre, le mercure de la branche inférieure finit par s'oxyder au contact de l'air, ce qui change complètement la valeur de la dépression capillaire. Comme on le voit, la correction de capillarité n'est pas négligeable dans cet instrument, et malheureusement elle est fort incertaine. En outre, la nécessité de faire deux lectures au lieu d'une, ce qui double l'erreur possible, et la grande fragilité du baromètre de Gay-Lussac le rendent inférieur à celui de Fortin. Pourtant, à cause de sa plus grande légèreté, il lui est quelquefois préféré en voyage.

Lorsque, après une observation, on veut transporter l'instrument, on le retourne dans le sens des flèches marquées sur la figure 89; le mercure gagne le haut de la chambre barométrique C, et le tube se trouve plein (fig. 90). Quant au mercure de la cuvette, il tombe dans le cul-de-sac qu'elle présente en F, la séparation se faisant dans le tube capillaire S.

Pour remettre l'instrument en observation, il suffit de le

retourner. Il pourrait arriver que, cette opération étant effectuée sans précaution, une bulle d'air vint à pénétrer dans le tube de communication, et de là dans la chambre barométrique. Afin de remédier à cet inconvénient, Bunten a perfectionné l'instrument de la façon suivante : la branche supérieure s'effile en T (fig. 91), et se termine par une partie capillaire, qui pénètre dans un renflement B, clos à sa partie supérieure ; celui-ci se prolonge inférieurement par le tube de raccord des deux branches S. Si, pendant le retournement, une bulle d'air vient à pénétrer dans ce tube elle glisse le long des parois et ne peut pénétrer par la pointe très fine et centrale. Cette bulle d'air vient alors se loger dans le cul-de-sac du renflement B, et sa présence ne peut en rien nuire à l'exactitude de l'instrument, puisque la colonne mercurielle n'est pas interrompue entre les deux branches.

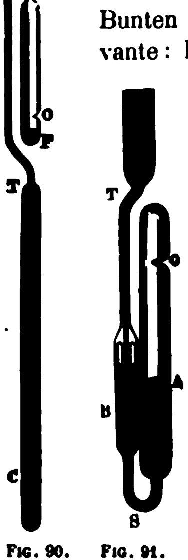


Fig. 90. Fig. 91.

**12. Baromètres de forme plus simple. —** Outre ces instruments de précision, on emploie dans les appartements des baromètres soit à cuvette, soit à siphon d'une construction plus simple. Ces baromètres ont surtout le défaut d'avoir une échelle fixe, dont le zéro correspond au niveau moyen du mercure dans la cuvette. Or, si la pression augmente, le niveau monte dans le tube et, par conséquent, descend dans la cuvette : ce niveau cesse d'être au zéro de la graduation s'il y était précédemment. L'erreur est faible quand la surface de la cuvette est grande par rapport à la section du tube ; aussi les baromètres dits *à cuvette* sont-ils moins inexacts que les baromètres dits *à siphon*, dont la branche ouverte (cuvette) a une section qui souvent n'est pas de beaucoup supérieure à celle du tube.

Pourtant un baromètre à échelle et à cuvette fixes fort employé dans les observatoires météorologiques, et connu sous le nom de *baromètre Tonnelot*, permet d'obtenir des résultats

exacts. Dans cet instrument, qui rappelle par sa forme le baromètre de Fortin, la surface libre du mercure dans la cuvette est juste cent fois plus grande que dans le tube barométrique ; de cette façon, quand le mercure monte de $n$ millimètres dans le tube, il descend de $\frac{n}{100}$ de millimètre dans la cuvette, et *vice-versâ*. Quand l'extrémité de la colonne mercurielle est devant la division 760, le niveau du mercure dans la cuvette est juste au zéro de la graduation. D'après cela, si dans une observation on trouve que la colonne mercurielle s'arrête devant la division $760 \pm n$, il n'y a qu'à corriger la lecture de $\pm \frac{n}{100}$ de millimètre, pour avoir le nombre exact.

13. **BAROMÈTRES MÉTALLIQUES.** — Sous ce nom on comprend des baromètres sans liquide, dont le principe repose sur l'élasticité des métaux solides.

Le baromètre imaginé par M. Vidi (baromètre *anéroïde*) se compose (fig. 92) d'une boîte B circulaire plate, en métal. Sa face




FIG. 92.

supérieure est formée par une mince feuille de maillechort, gondolée de façon à présenter des reliefs et des creux circulaires et concentriques. L'air a été très raréfié dans l'intérieur de cette boîte à l'aide d'une machine pneumatique. Il en résulte que la face supérieure, mince et élastique, est déprimée par la pression atmosphérique, comme la membrane dans l'expérience du crève-

vessie; le centre de la face est donc plus enfoncé qu'il ne le serait si la pression atmosphérique n'agissait pas, et sa position change suivant la valeur de celle-ci. Les déplacements qu'éprouve ce centre, par suite des variations de la pression atmosphérique sont, du reste, très faibles; mais, par une disposition mécanique ingénieuse (1), elles se transmettent très amplifiées à une aiguille AA mobile sur un cadran (non représenté sur la figure). Celle-ci prend ainsi une position déterminée pour chaque valeur de la pression atmosphérique. L'instrument est gradué par comparaison avec un baromètre à mercure. Du reste, on trouve que, dans les limites où varie la pression atmosphérique, la marche de l'aiguille est proportionnelle à la variation de pression ; ceci permet de graduer l'instrument à l'aide de deux comparaisons seulement, faites, pour plus d'exactitude, à des pressions aussi différentes que possible.



M

Fig. 93.

M. Bourdon a imaginé un autre baromètre métallique d'une forme toute différente. L'organe essentiel de l'instrument est un tube (*b* F *b'*, fig. 93) en laiton mince, dont la section est elliptique M, et dont l'axe a une courbure circulaire. Ce tube est clos à ses deux extrémités, et l'air est très raréfié à son intérieur. Quand la pression atmosphérique augmente, le tube s'applatit davantage, le grand axe de la section elliptique s'allonge, le petit axe se raccourcit ; il en résulte que la courbure du tube augmente, et que la distance des extrémités *b* et *b'* devient moindre. Un effet inverse se produit quand la pression atmosphérique diminue; ce tube, en

(1) Une tige fixée au centre agit sur la lame-ressort R qui, par l'intermédiaire des leviers amplificateurs L et K, et de l'axe de rotation XX, transmet le mouvement à l'extrémité E du levier ME. A celle-ci est fixée une chaîne C, qui s'enroule sur l'axe de rotation portant l'aiguille A. Un ressort antagoniste Z maintient la chaîne tendue.

vertu de son élasticité, se rapproche de la forme plus renflée qu'il aurait si la pression était nulle ; la courbure de l'axe diminue et les extrémités *b* et *b'* s'écartent. Ces mouvements sont transmis par deux tiges, articulées à leurs extrémités, à une portion de roue dentée qui engrène avec un pignon. Celui-ci porte une aiguille qui se meut sur un cadran. Cet instrument se gradue aussi par comparaison, et la marche de l'aiguille est proportionnelle à la variation de pression.

Ces deux baromètres, d'une forme élégante et d'un faible poids (1) ont l'inconvénient de tous les instruments de mesure fondés sur l'élasticité des métaux. Celle-ci varie avec le temps sous différentes influences. Il en résulte que les indications, même quand elles sont exactes au moment où l'on vient de graduer l'instrument, cessent généralement de l'être au bout d'un certain temps. Ce ne sont à aucun titre des instruments de précision ; mais, pour l'usage qu'on en fait dans les appartements, ils sont bien suffisants ; aussi sont-ils fort employés.

**14. MANOMÈTRES.** — On donne le nom de *manomètre* à tout instrument destiné à mesurer la force élastique des gaz. D'après cette définition, le baromètre est un manomètre. C'est même le seul qui se suffise à lui-même, car tous les autres manomètres nécessitent l'emploi direct ou indirect d'un baromètre pour donner la force élastique du gaz. Quoique ce dernier instrument soit suffisant pour cet usage, la difficulté d'avoir un tube assez long pour mesurer les pressions élevées, ou celle de faire communiquer la cuvette avec l'enceinte contenant le gaz dont on veut mesurer la force élastique, a fait employer d'autres appareils. Nous allons décrire, dans ce chapitre, le *manomètre à air libre* et le *manomètre barométrique*, dont la connaissance est indispensable pour comprendre les vérifications expérimentales de la loi de Mariotte. Nous complèterons l'étude des manomètres après l'exposé de cette loi.

(1) On construit des baromètres anéroïdes de la grosseur d'une montre, qui seraient extrêmement utiles pour relever les altitudes, s'ils étaient plus exacts.

**15. MANOMÈTRE A AIR LIBRE.** — Cet instrument s
(fig. 94) d'un tube de verre présentant deux branches
ou à peu près, communiquant ent
contenant un liquide qui, le plus
lement, est du mercure. L'une de
A est en communication avec l'en
fermant le gaz dont on veut mesur
élastique, l'autre B avec l'atmospl
branche étant ouverte à sa partie s



FIG. 94.

Soit P la force élastique du gaz
sur le liquide de la branche ferm
pression atmosphérique. Un éléme
situé sur la surface libre du liqu
supporte une pression égale à P
ment de même aire *s*, situé sur la
liquide en B, supporte une press
troisième élément, de même aire
précédents, et situé dans la branc
le plan horizontal AC, passant pa
du liquide dans la branche fermé
une pression égale à $ps + shd$,
distance *verticale* des niveaux A
*d* est le poids spécifique absolu
contenu dans le manomètre. Or, l
en A et en C étant placés sur un
horizontal, dans un même fluide
et ayant des aires égales, supporte
pression; d'où :

$$Ps = ps + shd \qquad \text{ou} \qquad P = p + hd$$

Pour avoir *p*, il faut consulter un baromètre; soient H
barométrique et D le poids spécifique absolu du mer
romètre; on a :

$$p = HD$$

d'où :

$$P = HD + hd$$

Si, ce qui est le cas habituel, le manomètre renferme du mercure à la même température et, par conséquent, de même densité que le mercure du baromètre, on a :

$$d = D$$

et

$$P = (H + h)D$$

Supposons que la cuvette d'un baromètre à tube suffisamment long, soit placée dans l'enceinte renfermant le gaz de force élastique P, et soit H' la hauteur du mercure dans ce baromètre ; on aurait :

$$P = H'D$$

et, par conséquent :

$$H'D = (H + h)D \quad \text{ou} \quad H' = H + h$$

C'est-à-dire qu'en *ajoutant à la hauteur h du mercure dans le manomètre, la hauteur* H *du mercure dans un baromètre, mesurant la pression atmosphérique, on a la hauteur* H' *de la colonne mercurielle qui ferait équilibre à la force élastique du gaz.*

Nous avons supposé, dans ce qui précède, que le niveau du mercure en B était plus élevé que le niveau en A. S'il était plus bas, il est clair qu'il faudrait retrancher de H la différence de niveau pour avoir la hauteur H' de la colonne mercurielle qui ferait équilibre à la force élastique du gaz. En d'autres termes, dans la formule $H' = H + h$, on doit considérer $h$ comme une quantité positive, si le niveau du mercure dans la branche ouverte est plus

élevé que dans la branche fermée, et comme une quantité négative dans le cas contraire.

Quand le niveau du mercure est sur le même plan horizontal dans les deux branches ($h = 0$ et $H' = H$), la force élastique du gaz égale la pression atmosphérique du moment.



Fig. 95.

Dans les manomètres à air libre grossiers, la différence de niveau $h$ est mesurée par une échelle graduée tracée sur la planchette qui supporte le tube; cette échelle doit être verticale. Ces instruments présentent en général le même inconvénient que les baromètres à échelle fixe : lorsque le mercure s'élève dans le tube B, il s'abaisse dans la cuvette A, et cesse d'être au zéro de la graduation s'il y était précédemment. Cet inconvénient est d'autant plus sensible que le rapport entre les section des tubes A et B est moins grand.

Dans les recherches précises, la différence de niveau doit être relevée au cathétomètre.

Regnault a employé souvent dans ses expériences un manomètre à air libre représenté figure 95, dont les deux branches sont d'un même diamètre, assez considérable ($20^{mm}$) pour ne pas avoir à effectuer de corrections capillaires. Une tubulure, située à la partie inférieure, permet de faire écouler le mercure de l'une ou de l'autre branche ou des deux à la fois, à l'aide d'un robinet à trois voies (représenté en coupe dans la figure 96). Ce robinet tourné dans la position (1) fait communiquer entre elles les deux branches; dans la position (2) ou dans la posi-

tion (3), l'une ou l'autre des deux branches communique avec la tubulure inférieure ; dans la position (4), les deux branches communiquent à la fois avec cette tubulure ; et enfin, tourné

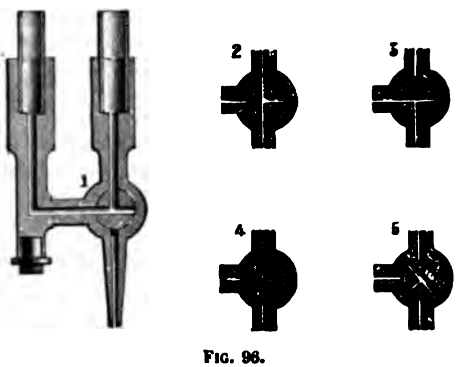


Fig. 96.

de 45° à partir de l'une quelconque de ces positions (5), les communications entre les trois branchements sont interrompues. Nous verrons plus loin la nécessité de ces diverses manœuvres.

Si la branche fermée a plus de 78 centimètres de hauteur, on peut évaluer les forces élastiques les plus faibles. Quant à la plus grande force élastique que peut mesurer l'instrument, elle ne dépend que de la hauteur de la branche ouverte.

Quoique, sous cette forme, le manomètre à air libre permette de trouver la valeur des forces élastiques inférieures à la pression atmosphérique, on lui préfère généralement pour cet usage le manomètre barométrique.

**MANOMÈTRE DIFFÉRENTIEL DE M. KRETZ.** — C'est un manomètre destiné à mesurer de très faibles différences de force élastique.

Il se compose (fig. 97) de deux vases cylindriques R et S de même section reliés par un tube en forme d'U, d'un faible diamètre. L'un des vases S, la branche correspondante et la partie inférieure de l'autre branche renferment un même liquide. L'autre vase R et la partie supérieure de la branche adjacente renferment un autre liquide d'une densité un peu moindre, et non miscible avec le premier. La partie supérieure de chacun des vases est mise en relation avec l'une des deux enceintes contenant les gaz dont on veut mesurer la différence de force élastique. C'est la position de la surface de

séparation des deux liquides dans la branche K qui donne la vale différence de force élastique.

Soient AB et CD les niveaux des liquides dans les deux v K leur surface de s soient $h$ et $h'$ les dis plan horizontal passa des niveaux AB et CD liquides, de poids spéci solus $d$ et $d'$, quand la f tique est la même en CD.

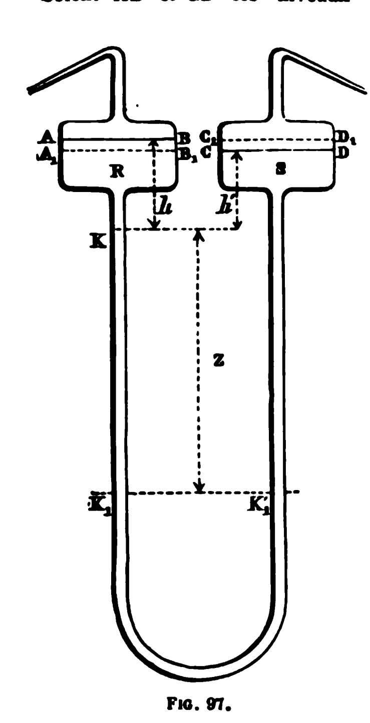


Fig. 97.

D'après la loi des v muniquants, on a :

$$(1) \qquad hd = h'd'$$

Supposons, maintena force élastique du gaz $(P + p)$ dans le vase dans le vase S. Le nivea jusqu'en $A_1B_1$ dans l vase et s'élève dans d'une même hauteur $x$ $C_1D_1$, puisque les vase ont la même section. temps, la surface de des deux liquides s'est d'une hauteur beauc grande $z$, et est venue e volumes $ABA_1B_1$ et l égaux, puisque le volum liquides n'a pas varié dans ce déplacement, on a :

$$(2) \qquad xS = zs$$

en appelant S la section commune des deux vases, et $s$ celle du tu

D'autre part la pression $\pi$ sur l'unité de surface en $K_1$ est donn

$$(3) \qquad \pi = P + p + (h - x + z)\,d$$

celle $\pi'$ sur l'unité de surface placée en $K'_1$ sur le même plan l est donnée par :

$$(4) \qquad \pi' = P + (h' + x + z)d'$$

et comme $x = x'$, puisque les deux surfaces égales sont placées sur le même plan horizontal dans un même liquide, on a :

$$(5)\qquad P + p + (h - x + z)\,d = P + (h' + x + z)\,d'$$

d'où :

$$(6)\qquad p = h\,d' - hd + z\,(d' - d) + x\,(d' + d)$$

en vertu de (1) et de (2) cette équation devient :

$$(7)\qquad p = z\left[d' - d + \frac{s}{S}(d' + d)\right]$$

La mesure de $z$ donne $p$ en valeur absolue si l'on connaît $d$ et $d'$ et le rapport $\frac{s}{S}$.

L'instrument est d'autant plus sensible que $z$ est plus grand pour une même valeur de $p$ ; il est donc d'autant plus sensible que le facteur $\left[(d' - d) + \frac{s}{S}(d' + d)\right]$ est plus petit. Or, les deux termes de cette somme étant positifs puisque l'on a $d' > d$, leur somme est d'autant plus faible que chacun des deux termes est plus voisin de zéro. Les conditions de sensibilité sont donc :

1° $d'$ très voisin de $d$ ;

2° S très grand par rapport à $s$.

La construction de l'appareil réalise la seconde condition.

Pour remplir la première, on se sert, comme liquide le plus léger d'alcool coloré en rouge par l'orseille, et, comme liquide le plus lourd, d'essence de térébenthine dont la densité n'est pas très différente. Il y aurait un inconvénient, du reste, à exagérer la sensibilité en prenant deux liquides de densités trop voisines : la surface de séparation, au lieu de se déplacer régulièrement, pour de petites variations continues de la pression, ne se déplacerait que par saccades, à cause des adhérences dont l'effet serait de même ordre de grandeur que ces faibles variations de pression.

16. **MANOMÈTRE BAROMÉTRIQUE.** — Il se compose simplement d'un tube RC (fig. 98) à peu près vertical, d'environ 80 cent. de longueur, communiquant, par sa partie supérieure R, avec l'enceinte contenant le gaz dont on veut mesurer la force élastique, et, par sa partie inférieure, avec le mercure d'une cuvette ouverte à l'air

libre. Si la force élastique du gaz renfermé dans l'enceinte est inférieure à la pression atmosphérique, le mercure s'élève dans le tube à une certaine hauteur CA.

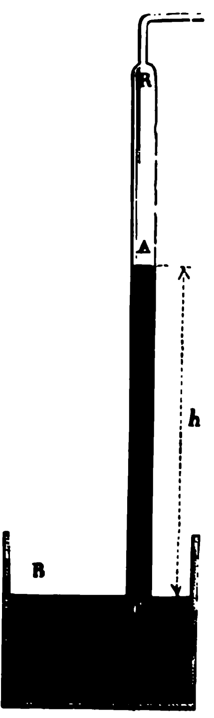


Fig. 98.

Soit $h$ la distance verticale entre les niveaux du mercure dans le tube et dans la cuvette. Soient P la force élastique du gaz et $p$ la pression atmosphérique. Un élément de surface d'aire $s$, placé sur le niveau A, supporte une pression $Ps$; un élément de même aire $s$, placé en C dans le tube, sur le plan horizontal de la surface libre du mercure dans la cuvette, supporte une pression $Ps + shD$, en appelant D, le poids spécifique absolu du mercure; mais un élément B de même aire $s$, situé sur la surface libre du mercure, supporte la même pression; or, cette pression, étant produite par l'atmosphère, est égale à $ps$, d'où :

$$ps = Ps + shD$$

ou

$$P = p - hD.$$

Pour avoir $p$, il faut consulter un baromètre; soit H la hauteur de la colonne mercurielle qui fait équilibre à la pression atmosphérique, on a :

$$p = HD$$

d'où :

$$P = HD - hD = (H - h)D$$

ongions la cuvette d'un baromètre dans l'enceinte gaz de force élastique P, le mercure s'élèverait à hauteur H', et l'on aurait :

$$P = H'D$$

$$H'D = (H - h)D$$

$$H' = H - h$$

*t la hauteur* H' *de la colonne qui ferait équilibre à la force gaz en retranchant de la hau- ercure qui fait équilibre à la mosphérique la hauteur h du s le manomètre barométrique.* ouvent, dans la cuvette même re barométrique plonge le tube tre normal (fig. 99) ; en relevant ètre la différence (H — *h*) entre du mercure dans le baromètre e niveau *a* dans le manomètre e, on a immédiatement la hau- colonne mercurielle qui ferait la force élastique du gaz.



FIG. 99.

tre du tube doit être au moins ur que la dépression capillaire lante.

r que l'emploi de cet instrument est limité à la déter- s forces élastiques inférieures à la pression atmosphé- tandis qu'il faut faire deux mesures (celle de H, et pour évaluer la force élastique à l'aide d'un manomè- e, il n'en faut faire qu'une (celle de H — *h*) quand on

emploie un manomètre barométrique ; c'est pourquoi ce derni instrument est préférable, quand il est possible de l'employer.

**17. CORRECTION DE TEMPÉRATURE.** — Les échelles qui serv à mesurer les hauteurs du mercure dans un baromètre ou dans manomètre (règle graduée du cathétomètre, échelle d'un baron tre de Fortin ou de Gay-Lussac) ne donnent d'indications exact que si leur température est 0°; car c'est à 0° que chacune des visions vaut $1^{mm}$. A une température $t$ chaque division va $1^{mm} \times (1+\lambda t)$, $\lambda$ étant le coefficient de dilatation linéaire de substance (généralement le laiton) qui forme l'échelle. Il en résu que si nous trouvons que la colonne mercurielle vaut $h$ divisions la règle, celle-ci étant à la température $t$, la véritable hauteur mercure H est $h(1+\lambda t)$; d'où :

$$H = h(1+\lambda t) \tag{1}$$

La correction consiste donc à multiplier par le binôme de latation linéaire la hauteur lue pour avoir la hauteur vraie.

**18. RÉDUCTION DES HAUTEURS BAROMÉTRIQUES OU MANO TRIQUES A 0°** — Dans un très grand nombre de cas, on n'a be que de connaître le rapport des forces élastiques des mas gazeuses qu'on étudie, rapport qui est égal à celui des colon de mercure qui leur font équilibre. De là vient l'usage d'ex mer une force élastique par cette hauteur. Il suffira du reste multiplier celle-ci par le poids spécifique absolu du mercure p avoir, en valeur absolue, la force élastique. Mais, la densité par conséquent, le poids spécifique absolu du mercure vari avec la température. Il convient dès lors de ramener par un c cul la hauteur du mercure à $t°$, qui fait équilibre à la force él tique du gaz considéré, à ce qu'elle serait à une autre tempé ture choisie la même pour toutes les comparaisons qu'on faire, et que, pour plus de simplicité, on est convenu de pren égale à 0°.

C'est ce qui s'appelle *réduire les hauteurs mercuri à 0°*.

Soit H la hauteur du mercure à $t°$ qui fait équilibre à la force élastique $p$ d'un gaz; si $D_t$ est le poids spécifique absolu du mercure à cette température, on a :

$$p = HD_t \tag{1}$$

Soient $H_0$ la hauteur du mercure à 0° qui ferait équilibre à la même force élastique $p$, et $D_0$ le poids spécifique absolu du mercure à 0°; on a :

$$p = H_0D_0 \tag{2}$$

d'où :

$$H_0D_0 = HD_t \qquad H_0 = H\frac{D_t}{D_0} \tag{3}$$

Or, on a, en appelant $\mu$ le coefficient de dilatation absolue du mercure :

$$\frac{D_t}{D_0} = \frac{1}{1+\mu t} \tag{4}$$

d'où, en remplaçant :

$$H_0 = \frac{H}{1+\mu t} \tag{5}$$

Il va sans dire que si l'on a à ajouter ou à retrancher les hauteurs de deux colonnes mercurielles à des températures différentes, comme cela arrive dans la mesure des forces élastiques par l'emploi simultané d'un manomètre et d'un baromètre, la réduction à 0° devra se faire séparément sur chacune des colonnes

d'après la température correspondante, avant de les ajouter ou de les retrancher ([1]).

**19. — RÉDUCTION DE LA HAUTEUR MERCURIELLE AU NIVEAU DE LA MER ET A LA LATITUDE DE 45°.** — Le poids spécifique absolu du mercure a 0° (poids de l'unité de volume) est proportionnel à l'intensité de la pesanteur. Il en résulte que la hauteur de la colonne mercurielle qui fait équilibre à une même force élastique est d'autant plus courte que l'intensité de la pesanteur est plus grande. Or, celle-ci varie avec la latitude et avec l'altitude; si donc on se contente, pour comparer les forces élastiques, de comparer les hauteurs barométriques relevées en divers points du globe, comme on le fait, en particulier, dans les études météo-

(1) Dans l'emploi des baromètres de Fortin et de Gay-Lussac, et même dans l'emploi du baromètre normal la température de l'échelle est sensiblement la même que celle de la colonne mercurielle. On peut alors faire à la fois la correction due a la température de l'échelle et la réduction à 0°. Remplaçons dans la formule (5) du § 18 la hauteur vraie H du mercure à $t^\circ$ par sa valeur tirée de la formule (1) du § 17; il vient :

$$H_0 = h \frac{1 + \lambda t}{1 + \mu t}$$

ou, en négligeant les produits très petits de $\mu$ par $\lambda$ :

$$H_0 = h \left[ 1 - (\mu - \lambda) t \right] \quad \text{ou encore} \quad H_0 = h - (\mu - \lambda) ht$$

quand l'échelle est en laiton $\lambda = 0{,}000\,018\,78$

du reste on a : $\mu = 0{,}000\,180\,02$

d'où : $\mu - \lambda = 0{,}000\,161\,24$

et par conséquent :

$$H_0 = h - 0{,}000\,161\,24\,ht$$

Il suffit donc de retrancher du nombre de divisions lu $h$ la qua[illegible] 0,000 161 24 $ht$. Des tables à double entrée, calculées d'après cette for[illegible] donnent ce terme correctif quand on connaît $h$ et $t$, ce qui réduit la cor[illegible] tion à une simple soustraction. On trouvera à la fin de la première p[illegible] de cet ouvrage une de ces tables.

rologiques, il est nécessaire de réduire ces hauteurs à ce qu'elles auraient été si le mercure avait eu le poidsspécifique absolu qu'il possède en un lieu déterminé, le même dans toutes les comparaisons qu'on a à faire. On est convenu deprendre pour cet endroit déterminé la latitude de 45° et l'altitude 0 (niveau de la mer).

Soit $H_0$ la hauteur du mercure à 0° qui, en un endroit où le poids spécifique absolu de ce mercure est $D_0$, fait équilibre à la force élastique $p$ d'un gaz; et soit $H_1$ la hauteur qui fait équilibre à la même force élastique $p$ à la latitude de 45° et au niveau de la mer, où le mercure a un poids spécifique absolu $D_1$, on a :

$$p = H_0 D_0 = H_1 D_1$$

d'où :

$$H_1 = H_0 \frac{D_0}{D_1}$$

Or, si $g$ est l'intensité de la pesanteur au premier endroit et G l'intensité de la pesanteur à la latitude de 45° et au niveau de la mer, puisque le poids d'un même corps est proportionnel à l'intensité de la pesanteur, on a :

$$\frac{D_0}{D_1} = \frac{g}{G}$$

d'où :

$$H_1 = H_0 \frac{g}{G} \text{ (1)}$$

(1) On a du reste (L. 2 Chap. III, § 13) :

$$\frac{g}{G} = 1 - 0{,}002\,552 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10} a$$

et, par conséquent :

$$H_1 = H_0 - 0{,}002\,552\, H_0 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10} aH_0$$

formule dans laquelle $\lambda$ est la latitude, et $a$ l'altitude en centimètres.

**20. UNITÉ SECONDAIRE DE FORCE ÉLASTIQUE.** — Nous avons vu § 2 que l'unité de force élastique dans le système C. G. S. est la *force élastique d'un gaz qui presse avec la force d'une dyne un centimètre carré de surface.*

Comme cette unité est très petite, pour la pratique on peut employer une unité secondaire valant $10^6$ unités absolues, c'est la force élastique d'un gaz qui exerce une force d'un million ($10^6$) de dynes par centimètre carré. Cette force élastique est à peu près la pression atmosphérique moyenne pour les diverses altitudes habitées, car c'est la pression exercée à Paris par une colonne de mercure à 0° haute de 74,978 cent. (en nombre rond 75 cent.); nous appellerons cette unité secondaire ($10^6$) *une atmosphère C. G. S.*, pour la distinguer de la force élastique qu'on désignait avant l'adoption du système C. G. S. sous le nom *d'une atmosphère* et qui est la pression exercée à Paris par une colonne de mercure à 0° de 76 cent. de hauteur.

C'est à cette unité qu'il convient dorénavant de rapporter les diverses constantes des gaz.

# CHAPITRE III

## LOI DE MARIOTTE

1. **ÉNONCÉ DE LA LOI DE MARIOTTE.** — Quand on diminue le volume d'une masse gazeuse, sa force élastique augmente : l'expérience du briquet à air le prouve. Le physicien anglais Boyle [1] en 1661, le physicien français Mariotte [2] en 1676, énoncèrent la loi de la compressibilité des gaz et la vérifièrent par l'expérience. Cette loi porte en France et dans la plupart des pays étrangers le nom de ce dernier physicien [3] ; en voici l'énoncé.

*A une même température, la force élastique d'une même masse gazeuse varie en raison inverse de son volume.*

Soit $V_1$ le volume d'une masse gazeuse dont la force élastique est $P_1$, et $V_2$ le volume de la même masse gazeuse à la même température, quand sa force élastique est $P_2$, la loi s'exprime par la relation :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \tag{1}$$

(1) Robert Boyle né à Lismore en Irlande en 1626, mort à Londres en 1691.

(2) L'abbé Edme Mariotte né en Bourgogne vers 1620, mort en 1684.

(3) Les Anglais l'appellent *loi de Boyle*.

Mariotte vérifia la loi dans le cas des pressions plus faibles et plus fortes que la pression atmosphérique ; Boyle, dans ce dernier cas seulement.

Comme le rapport $\frac{P_1}{P_2}$ des forces élastiques est le même que le rapport $\frac{H_1}{H_2}$ des hauteurs d'un même liquide qui leur font respectivement équilibre, on a :

$$(2) \qquad \frac{H_1}{H_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

De l'équation (1) on tire :

$$(3) \qquad P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = \ldots\ldots \text{ constante}$$

D'où cet autre énoncé de la loi de Mariotte :

*Le produit de la force élastique d'une masse gazeuse par son volume est une quantité constante pour une même température.*

Soit $k$ la valeur de cette constante :

$$(4) \qquad PV = k$$

Cette constante $k$ a une signification physique très simple. Faisons $P = 1$ dans la formule (4), il vient :

$$k = V$$

La constante $k$ représente donc le volume de la masse gazeuse quand elle possède l'unité de force élastique.

Ou bien, faisons dans (4) $V = 1$, il vient :

$$k = P$$

La constante $k$ représente aussi la force élastique de la masse gazeuse quand elle occupe l'unité de volume.

De même, l'équation (2) donne :

$$(5) \qquad H_1V_1 = H_2V_2 = H_3V_3 = \ldots\ldots \text{ constante.}$$

et cette constante représente le volume de la masse gazeuse sous la pression d'une colonne du liquide considéré ayant l'unité de hauteur, ou bien la hauteur de ce liquide qui fait équilibre à la force élastique du gaz quand il occupe l'unité de volume.

**2. DENSITÉ D'UN GAZ.** — Soient $p$ la masse d'une certaine quantité de gaz, $D_1$ sa densité et $V_1$ son volume, on a :

$$p = V_1D_1$$

d'après la définition de $D_1$.

Si la même masse $p$ prend un volume $V_2$, sa densité devient $D_2$, et l'on a :

$$p = V_1D_1 = V_2D_2$$

d'où :

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

Si la température est la même, la loi de Mariotte donne la relation :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{H_2}{H_1}$$

d'où :

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{H_2}{H_1}$$

*La densité d'un gaz, à une même température, varie comme sa force élastique (ou comme la pression qu'il supporte).*

Soit $a$ la masse de l'unité de volume d'un gaz à la température considérée et sous la pression de 1 cent. de mercure. A la même température et sous la pression de H cent. de mercure, on a pour la densité D de ce gaz :

$$\frac{D}{a} = \frac{H}{1}$$

d'où

$$D = aH$$

et, par conséquent, pour la masse $p$ d'un volume V de ce gaz :

$$p = aHV$$

3. **VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE LA LOI DE MARIOTTE.** — Mariotte a démontré l'exactitude de cette loi : 1° dans le cas des forces élastiques supérieures à la pression atmosphérique ; 2° dans le cas des forces élastiques inférieures à cette pression.

1° — Dans le premier cas, pour répéter sa démonstration, on se sert d'un tube de verre présentant deux branches verticales (fig. 100), l'une courte et fermée B, l'autre longue et ouverte A. Ce tube est supporté par une planchette verticale ; sur celle-ci se trouvent deux graduations en parties d'égale hauteur, partant d'un zéro commun, l'une le long de la grande branche, l'autre le long de la petite ; en outre, vis à vis de cette dernière, se trouve une graduation en parties d'égale capacité dont le zéro correspond à la partie supérieure de la branche.

On introduit dans le tube une quantité convenable de mercure pour qu'on puisse l'amener par tâtonnement à s'élever dans les deux branches jusqu'au zéro commun des premières graduations. On emprisonne ainsi dans la branche fermée un volume d'air

ıs la pression atmosphérique, puisque le mercure se
r le même plan horizontal dans
ɔranches ; soit H la hauteur de
ȷui fait équilibre à cette pres-

se ensuite du mercure par la
ouverte , ce qui fait monter
le mercure dans la branche
ısqu'à réduire à moitié le vo-
l'air qui y est contenu : on
ırs que la différence de niveau
lit entre les deux branches est
I. D'après ce que nous avons
pos du manomètre à air libre,
lastique du gaz emprisonné est
alors par une colonne de mer-
ə à H + H ou 2H. Ainsi l'expé-
ıntre que le volume étant réduit
la force élastique a doublé. En
e nouveau du mercure jusqu'à
ı volume de l'air au tiers de ce
primitivement, on trouve que
nce des niveaux du mercure
leux branches est 2H ; la force
du gaz est donc équilibrée par
r H + 2H ou 3H : elle est le
ce qu'elle était primitivement;
ı suite.

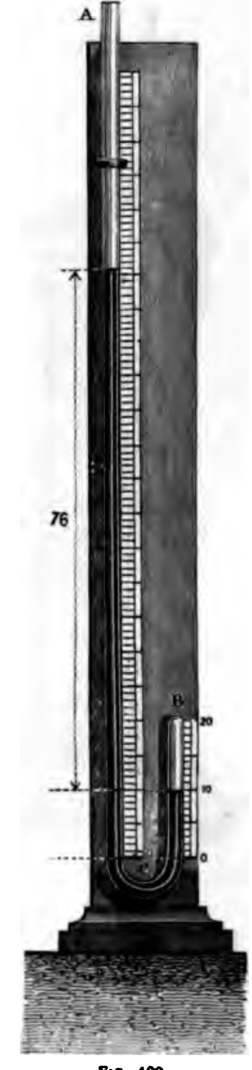


Fig. 100.

'our démontrer la loi dans le
forces élastiques inférieures à
l'atmosphère, on se sert d'un
ımétrique B (fig. 101) dans le-
introduit une certaine quantité
qu'on peut enfoncer complète-
s une cuvette profonde C. Ce
gradué en parties d'égale capa-
parties d'égale hauteur.
ınce d'abord le tube jusqu'à ce que le mercure soit au

même niveau à l'intérieur et à l'extérieur. L'air emprisonn[é] étant alors sous la pression atmosphé-rique H, on lit le volume qu'il occupe. On soulève ensuite le tube, ce qui aug-mente le volume de l'air, jusqu'à ce que ce volume ait doublé ; le niveau du mer-cure est alors plus élevé dans le tube qu[e] dans la cuvette, et l'on trouve que la diffé-rence de hauteur est égale à $\frac{H}{2}$. D'aprè[s] ce que nous avons vu, à propos du mano-mètre barométrique, la force élastique d[u] gaz est alors équilibrée par une colonn[e] de mercure égale à $\left(H - \frac{H}{2}\right)$ ou $\frac{H}{2}$.




Fig. 101.

Ainsi, le volume de l'air ayant doublé, s[a] force élastique est réduite à la moitié d[e] sa valeur primitive. Si l'on soulève d[e] nouveau le tube jusqu'à ce que le volum[e] de l'air ait triplé, on trouve que la hauteu[r] du mercure soulevé est plus grande, e[t] est égale à $\frac{2}{3}$ H : la force élastique d[u] gaz est donc équilibrée par une colonne d[e] mercure de hauteur $\left(H - \frac{2}{3} H\right)$ ou $\frac{H}{3}$.

Ainsi, le volume ayant triplé, la forc[e] élastique est réduite au tiers ; et ain[si] de suite : quand le volume est rendu $n$ foi[s] plus grand, on trouve que la hauteur d[u] mercure soulevé est $\frac{n-1}{n}$ H, ce q[ui] donne pour la colonne qui fait équilibre à [la] force élastique de l'air $\left(H - \frac{n-1}{n} H\right)$ ou $\frac{H}{n}$, conformément à la loi de Mariotte.

**4. EXPÉRIENCES DE DESPRETZ.** — Après Boyle et Mariotte, un grand nombre de physiciens refirent leurs expériences, et en général confirmèrent l'exactitude de la loi qu'ils avaient découverte. Aussi pendant longtemps fut-elle généralement admise comme parfaitement exacte, non-seulement pour l'air, mais encore pour les autres gaz.

En 1826, Œrsted [1] et Swendsen, après avoir reconnu que la loi s'applique bien à l'air et à plusieurs autres gaz, virent que l'acide sulfureux se comprimait plus que l'air dans les mêmes circonstances : la densité de l'air ayant augmenté dans le rapport 3,189, celle de l'acide sulfureux augmenta dans le rapport 3,319.

Vers la même époque, Despretz [2] fit une étude comparative plus complète de la compressibilité de divers gaz soumis aux mêmes pressions.

Voici la description de l'appareil fort simple qu'il employa.

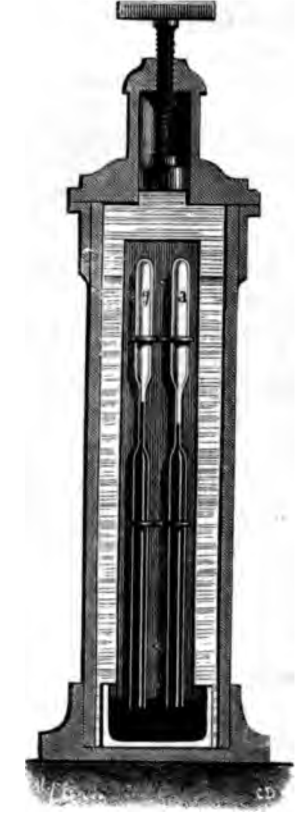


FIG. 102.

Deux éprouvettes (fig. 102) identiques entre elles, plongent dans une petite cuve à mercure. Elles renferment l'une *a* de l'air, l'autre *g* un gaz différent, de l'acide sulfureux, par exemple. Ces deux éprouvettes sont fixées à une même planchette, et le tout est placé au fond d'un tube de cristal à

(1) J.-Chr. Œrsted, né à Rudkjöbing (Danemark) en 1777, mort en 1851, fut professeur à l'Université de Copenhague.

(2) César Mansuète Despretz, physicien français né à Lessines (Hainaut) en 1792, mort le 15 mars 1863. Il fut professeur au lycée Henri IV et à la Sorbonne.

parois très épaisses et plein d'eau. On ferme le cylindre à l'aide d'un couvercle qui se visse sur une garniture métallique. Ce couvercle porte un corps de pompe contenant un piston, sur lequel on agit avec une vis. En enfonçant le piston, la pression augmente, et les gaz se comprimant, le mercure s'élève dans les deux éprouvettes. Les volumes des deux gaz, égaux sous la pression atmosphérique, restent encore égaux tout en devenant plus petits quand la pression commence à augmenter; car le mercure s'élève à la même hauteur dans les deux éprouvettes. Mais dès que la pression devient un peu grande, on voit le mercure monter plus haut dans l'une des éprouvettes (pour l'exemple choisi, dans celle qui contient l'acide sulfureux), indiquant que l'un des deux gaz est plus compressible que l'autre.

Despretz trouva ainsi que l'acide sulfureux, l'acide sulfhydrique, le cyanogène et l'ammoniaque se comprimaient plus que l'air. L'hydrogène se comprimait un peu moins sous de très fortes pressions.

Il résulte de ces expériences que, si l'air suit la loi de Mariotte, d'autres gaz ne la suivent pas exactement : car, si deux gaz obéissant à la loi de Mariotte ont des volumes égaux V sous une certaine pression, sous une pression $n$ fois plus grande les volumes doivent devenir chacun $\frac{V}{n}$, et, par conséquent rester égaux entre eux.

D'après cela il devenait probable que l'air lui même ne devait suivre qu'approximativement la loi de Mariotte.

**5. Expériences de Dulong et Arago.** — C'est pour éclaircir cette question que peu d'années après les expériences de Despretz, un remarquable travail fut fait par Dulong [1] et Arago [2] sur la vérification de la loi de Mariotte dans le cas de l'air soumis à de fortes pressions.

L'appareil qu'employèrent ces savants (fig. 103) n'était au

(1) Pierre-Louis Dulong, né à Rouen en 1785, mort à Paris en 1838.

(2) Dominique-François Arago, né à Estagel (Pyrénées-Orientales) en 1786, mort à Paris en 1853.

le tube de Mariotte mais avec des dimensions colossales. :he fermée FG contenant l'air était formée d'un tube de parois très épaisses ($6^{mm}$) ayant 2 mètres de haut sur

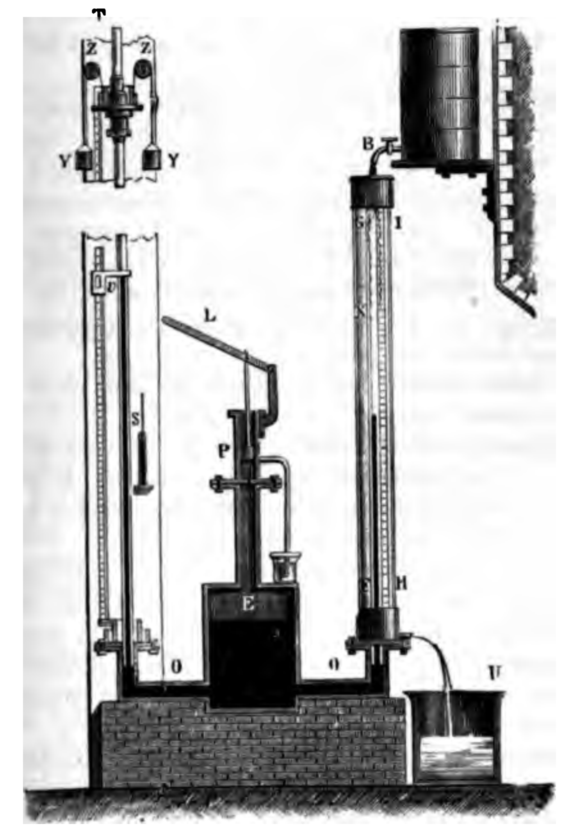



Fig. 103.

le diamètre intérieur ; il était entouré d'un manchon HI equel circulait constamment un courant d'eau froide pour nir l'air emprisonné à une température constante. La .e ouverte T avait une hauteur de 26 mètres ; elle était ı de 13 tubes en cristal de 2 mètres chacun. Cette longue

colonne était appuyée contre un madrier de sapin qui s'élevait à l'intérieur de la tour Clovis, située dans les bâtiments du lycée Henri IV. Chaque tube qui la composait était équilibré isolément par un système de poulie ZZ et de contre-poids YY, pour que la colonne ne fléchisse pas sous son propre poids: ces tubes étaient réunis entre eux par une virole à vis, et un cuir gras interposé empêchait toute fuite.

Des thermomètres S placés de distance en distance, et dont les réservoirs plongeaient dans des éprouvettes pleines de mercure et ayant même section que les tubes, servaient à donner la température des diverses parties de la colonne manométrique.

Comme on ne pouvait songer à verser le mercure par l'extrémité supérieure de la branche ouverte, un réservoir E contenant ce métal était situé sur le canal de communication OO entre les deux branches; une petite pompe P permettait d'injecter de l'eau à la surface du mercure pour le forcer à s'élever.

Les volumes de l'air étaient donnés par une règle verticale en cuivre placée contre la branche fermée.

Des règles graduées mobiles, munies d'un vernier r, et dont l'observateur au moment de la mesure appliquait le zéro à des repères fixés aux tubulures de jonction, permettaient de mesurer la hauteur du mercure dans la branche ouverte.

L'expérience se faisait d'une façon très simple: après avoir refoulé le mercure dans le tube FG au point voulu, on lisait le volume de l'air et la différence de niveau entre le mercure des deux branches; en y ajoutant la hauteur barométrique on avait la hauteur de la colonne mercurielle qui faisait équilibre à la force élastique du gaz.

Arago et Dulong poussèrent leurs expériences jusqu'à 26 atmosphères, et trouvèrent que l'air suit la loi de Mariotte jusqu'à cette pression élevée. Pourtant, en examinant les nombres qui résultent de leurs expériences, on peut remarquer qu'ils indiquent une compressibilité un peu plus grande que celle qu'exigerait cette loi. Mais les différences sont si faibles qu'elles peuvent être attribuées aux erreurs d'expérience.

Malheureusement la précision de cette méthode de mesure décroît quand la pression augmente. En effet soient V et V' les volumes de la masse gazeuse pour des forces élastiques H et H',

(supposons $H' > H$). Il faut voir si le rapport $\frac{V'}{V}$ est égal au rapport $\frac{H}{H'}$. Or l'erreur relative maximum qu'on peut commettre sur l'évaluation de $\frac{V'}{V}$ est, comme on le sait, égale à la somme des erreurs relatives maximum possibles dans la mesure de V et de V'. Quel que soit le volume de l'air, la plus grande erreur absolue que l'on peut commettre sur la lecture du volume est toujours la même (par exemple c'est $\frac{1}{10}$ de centimètre cube); mais le quotient de cette erreur absolue par le volume V', c'est-à-dire l'erreur relative, est d'autant plus grand que le volume V' de l'air est plus petit. Le rapport $\frac{V'}{V}$ est donc connu d'autant moins exactement, la vérification de la loi est d'autant moins précise, que la pression est plus élevée.

La disposition expérimentale présentait, en outre, un défaut. Sous les fortes pressions la petite pompe à eau fuyait. Quand on cessait de la faire fonctionner, la pression diminuait dans le réservoir E à cause de ces fuites, et les colonnes mercurielles, au lieu de rester fixes dans les deux branches, baissaient lentement, ce qui gênait beaucoup pour faire la mesure.

6. **EXPÉRIENCES DE POUILLET.** — A leur grand regret, Dulong et Arago n'avaient pu étudier la compressibilité des gaz aisément liquéfiables, qui, d'après les expériences de Despretz, devaient se comprimer plus que ne l'indique la loi de Mariotte.

Pour combler cette lacune, Pouillet [1] reprit les expériences de Despretz, avec un appareil qui lui permettait de comparer la compressibilité d'un gaz à celle de l'air jusqu'à 100 atmosphères; en voici la description.

Il se compose (fig. 104) de deux tubes en cristal G et F, à

[1] Claude-Servais-Mathias Pouillet, né à Cazance (Doubs) en 1761, mort le 15 juin 1868. Il fut maître de conférences à l'École Normale Supérieure et professeur au Conservatoire des Arts-et-Métiers.

parois épaisses, longs de 2 mètres environ, et qui communiquent par leur partie inférieure avec un réservoir en fer très résistant, contenant du mercure. Au-dessus de ce liquide se trouve de l'huile, qui baigne un piston plongeur C terminé par une vis A passant dans l'écrou B. Ce piston, qui peut être enfoncé plus ou moins dans le réservoir, en tournant la manette DD, permet de comprimer les fluides.




Fig. 104.

Les tubes G et F étant d'abord ouverts à la partie supérieure, on fait monter le mercure jusqu'en haut; après les avoir mis en communication avec les réservoirs renfermant l'un de l'air sec, l'autre le gaz à étudier, on relève le piston B: le mercure baisse dans les deux tubes, qui s'emplissent de gaz sous la pression atmosphérique. On ferme alors à la lampe l'extrémité des tubes, et l'appareil est disposé pour faire l'expérience. En enfonçant le piston on fait monter le mercure dans les tubes G et F; on réduit ainsi le volume des gaz qu'ils renferment, en les soumettant à une même pression.

Pouillet a trouvé les résultats suivants :

1° L'oxygène, l'azote, l'hydrogène, le bioxyde d'azote et l'oxyde de carbone se compriment comme l'air jusqu'à 100 atmosphères, et, par conséquent, obéissent à la loi de Mariotte aussi bien que ce dernier gaz.

2° L'acide sulfureux, l'ammoniaque, l'acide carbonique et le protoxyde d'azote se compriment plus que l'air (et par consé-

quent plus que ne l'indique la loi de Mariotte) dès que leur volume est réduit au $\frac{1}{3}$ ou au $\frac{1}{4}$ du volume primitif. (Tous ces gaz se liquéfiaient dans l'appareil en augmentant la pression).

3° Le protocarbure et le bicarbure d'hydrogène, quoique ne se liquéfiant pas, même sous la pression de 100 atmosphères à la température de l'expérience (8° à 10°), se compriment pourtant plus que l'air.

7. **EXPÉRIENCES DE REGNAULT.** — Regnault (1), convaincu par ses expériences sur la dilatation des gaz, qu'aucun d'eux n'obéit rigoureusement à la loi de Mariotte, résolut de reprendre l'étude directe de la loi de leur compressibilité. Plus heureux qu'Arago et Dulong, il eut le loisir d'étudier non seulement l'air, mais encore l'azote, l'hydrogène et l'acide carbonique.

Son appareil ressemblait beaucoup dans son ensemble à celui de ces physiciens ; mais la méthode employée était différente. Chaque expérience comprenait deux séries de mesures. On commençait par remplir la branche fermée du gaz à étudier sous une certaine pression (égale ou supérieure à la pression atmosphérique). Pour cela, cette branche présentait une ouverture à sa partie supérieure qui permettait la communication du tube avec le récipient renfermant le gaz ; cette communication pouvait être interceptée ensuite à l'aide d'un excellent robinet. Après avoir fermé celui-ci, on mesurait la force élastique. En refoulant du mercure dans les deux branches, on réduisait alors le volume du gaz dans un rapport connu, qui dans toutes les expériences était très voisin du rapport 1/2. On mesurait la nouvelle force élastique, et l'on avait ainsi toutes les données nécessaires à l'étude de la compressibilité du gaz pour ces deux forces élastiques. Dans l'expérience suivante, on remplissait le tube du même gaz sous une pression très voisine de celle qui existait à la fin de l'expérience précédente, puis on réduisait de même le volume à la moitié de sa valeur primitive

(1) Henri-Victor Regnault, physicien français, né à Aix-la-Chapelle, en 1810, mort le 19 janvier 1878. Il fut pendant 38 ans professeur au Collège de France.

et l'on mesurait la force élastique. On opérait ainsi jusqu'à ce qu'on eût atteint 30 atmosphères environ.

On voit que, quelque grande que soit la pression, les erreurs relatives commises sur les volumes sont toujours les mêmes; cette méthode se trouve donc à l'abri de la critique que l'on peut adresser à celle de Dulong et Arago.

**8. DESCRIPTION DE L'APPAREIL DE REGNAULT ET MARCHE D'UNE EXPÉRIENCE.** — Cet appareil était installé dans une tour peu élevée, construite par Savart derrière le Collège de France, à Paris.

La branche fermée JR (fig. 105) était formée d'un tube en cristal, de 3 mètres de long et d'un diamètre intérieur de $11^{mm}$. Ce tube portait, dans toute sa hauteur, une graduation en millimètres; par un jaugeage au mercure, on avait déterminé la capacité de chaque division avant de le mettre en place dans l'appareil. Il fut mastiqué ensuite sur un tube horizontal en fonte OO', sur lequel était ajustée aussi la branche manométrique ouverte CD. Ce tube de fonte OO' portait à l'une de ses extrémités le réservoir à mercure M surmonté de la pompe P, destinée à injecter de l'eau à la surface de celui-ci. La communication entre le réservoir et les deux tubes pouvait être interceptée, au moment de la mesure, par un gros robinet à levier L; on évitait ainsi l'inconvénient dû aux fuites de la pompe. Celle-ci était munie d'un robinet $r$, qui permettait de faire écouler l'eau pour diminuer la pression.

La branche fermée portait à son extrémité supérieure, comme nous l'avons déjà dit, un robinet R travaillé avec beaucoup de soin, pour ne laisser échapper aucune trace du gaz sous les fortes pressions qui devaient exister à l'intérieur de cette branche. De ce robinet partait un tube $cc$ qui faisait communiquer la branche JR avec un récipient W contenant le gaz étudié. Un système de plusieurs pompes à gaz $p$ et $p'$, mises en mouvement par une même manivelle puisait le gaz et le comprimait dans le récipient W, celui-ci était entouré d'eau froide, pour maintenir sa température constante. La branche fermée JR était aussi entourée d'un manchon HH dans lequel circulait constamment un courant d'eau froide, pendant l'expérience; la température de cette eau était donnée par un thermomètre très sensible.

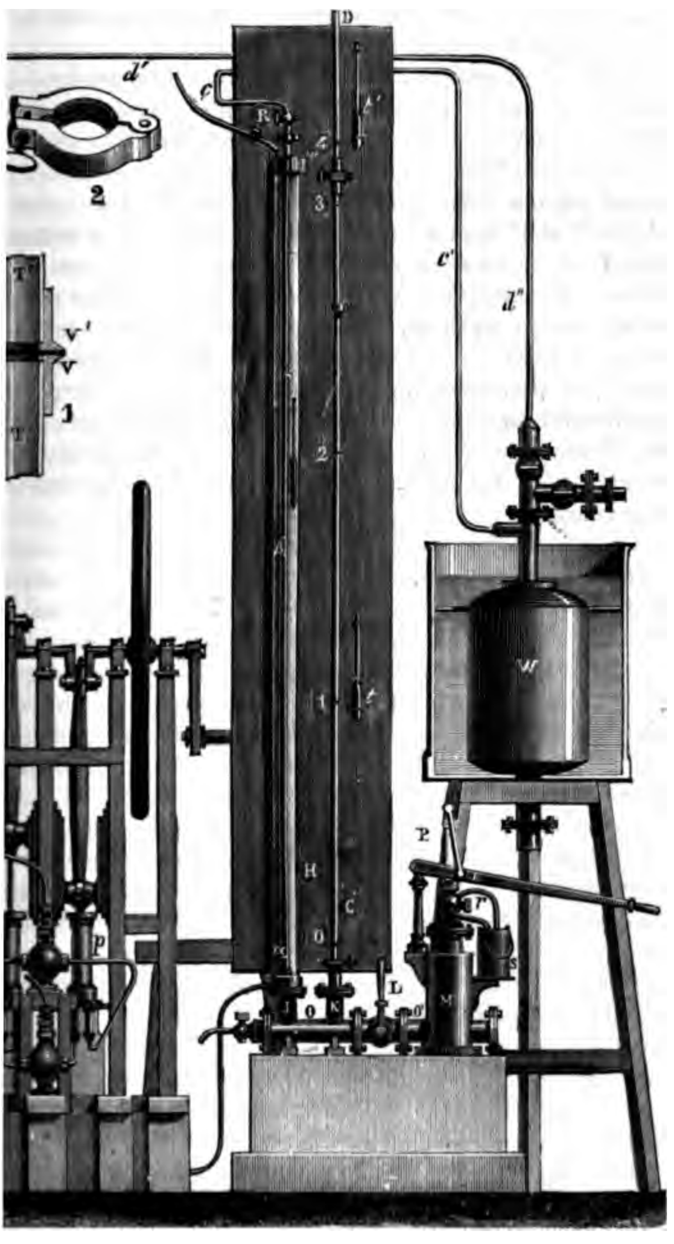



FIG. 105.

La branche ouverte CD était composée par une série de tubes de cristal de 3 mètres environ de longueur.

Pour les relier les uns aux autres, Regnault a employé un système fort commode. Chaque tube portait à ses extrémités une virole en fer V et V′ solidement mastiquée (représentées en 1); celle-ci s'évasait extérieurement en forme de tronc de cône et se terminait par une base plane. Aux extrémités de deux tubes à raccorder T et T′ ces bases planes se faisaient face, et étaient séparées l'une de l'autre par un cuir gras G. Celui-ci était fortement pressé entre les deux bases par un collier à charnière (représenté en 2), creusé intérieurement d'une gorge formant le moule interne du bord des deux viroles appuyées l'une contre l'autre. Une vis *v* permettait de serrer les deux parties du collier qui, embrassant les viroles, les pressaient fortement l'une contre l'autre. Toute fuite était rendue impossible par ce système de fermeture, que Regnault a appliqué depuis à plusieurs autres appareils.

La colonne formée par ces tubes était appuyée contre une forte planche en sapin, solidement fixée contre le mur de la tour. Mais celle-ci n'avait que 12m,50 de hauteur; aussi un mât de sapin, soutenu par des haubans, fut dressé sur la tour; il servait à supporter la partie supérieure de la branche ouverte, qui s'élevait ainsi jusqu'à 24 mètres au-dessus du sol. Les tubes n'étaient pas équilibrés par un système de contre-poids, comme dans l'appareil d'Arago et Dulong, mais chacun était fixé sur deux tasseaux en chêne par des brides en cuivre mince.

Tant que le niveau du mercure dans la branche ouverte ne dépassait pas le sommet de la tour, on relevait les hauteurs au cathétomètre. Pour cela, des tenons en fer fixés de distance en distance contre le mur, supportaient une plate forme destinée à porter le cathétomètre. Des traits très fins, 0, 1, 2, 3, etc., avaient été tracés à l'acide fluorhydrique sur les tubes, à environ 95 centimètres les uns des autres. Les tubes étant en place, la distance de ces traits avait été soigneusement mesurée au cathétomètre, et, dans chaque expérience, il suffisait de relever la hauteur du mercure au-dessus du trait immédiatement inférieur.

Pour la partie de la branche manométrique qui surmontait la



tour, l'emploi du cathétomètre n'était plus possible. On avait, à l'avance, divisé chacun des tubes en millimètres, et vérifié la graduation; ceux-ci étant en place, on avait mesuré avec un compas la distance qui séparait le dernier trait d'un tube du premier du tube suivant. La lecture de la hauteur du mercure se faisait directement, et l'erreur totale était, même pour les plus grandes hauteurs, inférieure à 1/2 millimètre.

Une chaise, mobile le long d'un chemin de fer vertical, et convenablement équilibrée, portait l'observateur. Celui-ci avait sous sa main une manivelle qui mettait en mouvement un pignon engrenant avec une crémaillère verticale : il pouvait ainsi s'élever ou s'abaisser lui-même le long du tube, et s'arrêter à la hauteur convenable pour régler le cathétomètre, ou faire la lecture.

Des thermomètres à gros réservoirs $tt'$, placés de distance en distance le long de la branche ouverte, donnaient la température du mercure.

Avant de commencer ses expériences, Regnault fit deux vérifications importantes. Il s'assura que le robinet R qui terminait la branche fermée ne laissait échapper aucune trace de gaz. Pour cela, il comprima de l'air dans cette branche sous la plus forte pression qu'il devait atteindre dans ses expériences. Le niveau du mercure, qui s'élevait jusqu'au haut de la branche ouverte, fut relevé au moment où l'on venait de fermer le robinet et, ensuite, vingt-quatre heures après. On trouva qu'il n'avait pas varié, ce qui montrait que le robinet R tenait parfaitement.

Sous les fortes pressions on pouvait craindre que la branche fermée n'augmentât un peu de capacité, à cause de l'élasticité du verre, ce qui aurait faussé la mesure des volumes gazeux. Afin de voir s'il en était ainsi, on mesura au cathétomètre la distance de deux traits éloignés tracés sur le tube, 1° quand à l'intérieur de celui-ci la pression était d'une atmosphère; 2° quand elle était de 30 atmosphères. On ne trouva aucune différence dans la distance; par conséquent les dimensions linéaires du tube n'ayant pas varié, sa capacité intérieure était restée la même.

Passons maintenant à la description d'une expérience. On commençait par comprimer le gaz bien desséché dans le récipient W sous une pression un peu plus forte que celle sous laquelle on voulait remplir la branche fermée; puis, ouvrant le ro-

binet R, le gaz s'introduisait dans cette branche [1]. On interceptait la communication quand le tube était plein jusqu'à un trait de repère $\alpha$, marqué au bas du tube. On notait alors : 1° la hauteur du mercure dans la branche ouverte ; 2° la température indiquée par les thermomètres placés le long de cette branche manométrique ; 3° la hauteur barométrique ; 4° la température de l'eau qui entourait la branche fermée.

Ensuite, en ouvrant le gros robinet L, fermé jusqu'alors, et en faisant jouer la pompe P, pour refouler le mercure, on réduisait le volume du gaz jusqu'à un second trait de repère $\beta$, divisant l'espace compris entre $\alpha$ et le robinet R en deux parties sensiblement égales et dans un rapport parfaitement connu. Après avoir fermé le robinet L, on procédait alors aux mêmes observations que ci-dessus.

**9. CORRECTIONS.**— Certaines corrections étaient nécessaires :

1° Il fallait faire les corrections de température pour l'échelle de laiton du cathétomètre, ou pour les échelles gravées sur le verre des tubes de la branche ouverte.

2° Il fallait réduire à zéro les hauteurs mercurielles.

Comme le mercure n'avait pas une température uniforme dans toute sa hauteur, on divisait la colonne en autant de tronçons de longueur $l_1, l_2, l_3, \ldots, l_n$ qu'il y avait de thermomètres donnant les températures moyennes $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$ de ces tronçons.

La hauteur $L_0$ de la colonne mercurielle qui à 0° aurait exercé la même pression que le mercure de la branche ouverte, était alors donnée par la formule :

$$L_0 = \frac{l_1}{1+\mu t_1} + \frac{l_2}{1+\mu t_2} + \frac{l_3}{1+\mu t_3} + \cdots + \frac{l_{n-1}}{1+\mu t_{n-1}} + \frac{l_n}{1+\mu t_n}$$

Du reste, rien n'empêchait de prendre $l_1 = l_2 = l_3 = \ldots = l_{n-1}$

(1) On avait pris la précaution de dessécher parfaitement la branche JR en y faisant le vide, et en y laissant rentrer de l'air un grand nombre de fois, tout en maintenant celle-ci à une température voisine de 45°.

(égal à la distance moyenne de deux thermomètres consécutifs), ce qui simplifiait un peu cette formule.

3° Il fallait ajouter à $L_0$ la hauteur H' du mercure qui à 0° faisait équilibre à la pression atmosphérique à *l'endroit où s'arrêtait le mercure dans la branche ouverte*. Or, on ne se donnait pas la peine de transporter en ce point le baromètre qui restait à poste fixe, au bas de la tour. La hauteur H qu'il indiquait était un peu plus forte que H', puisque la pression atmosphérique diminue quand on s'élève. Regnault s'est servi pour trouver H de la formule de Laplace, que nous établirons plus loin:

$$z = 18393 \log \frac{H}{H'}$$

dans laquelle, $z$ représente, en mètres, la distance entre la cuvette du baromètre et le sommet de la colonne mercurielle dans la branche ouverte [1].

4° Le mercure étant un peu compressible, Regnault a tenu compte de l'augmentation très faible que subissait la densité de ce liquide par suite de la pression, qui devenait considérable au bas

(1) Remarquons que pour trouver H' on aurait pu, puisque $z$ est très faible, considérer le poids spécifique absolu de l'air $\delta$ comme constant dans l'étendue de la hauteur $z$; dans ce cas, la différence de pression par unité de surface $p$ aurait été exprimée soit par

$$p = z\delta$$

soit par

$$p = (H - H')D$$

D étant le poids spécifique absolu du mercure; d'où:

$$z\delta = (H - H')D$$

formule dans laquelle D et $\delta$ peuvent représenter les poids spécifiques relatifs du mercure et de l'air, et où $z$, H et H' doivent être exprimés avec la même unité de longueur.

de la colonne manométrique, quand celle-ci atteignait 24 mètres de hauteur. La densité du mercure, pour une même température, allait, à cause de cette compressibilité, en croissant depuis le sommet de la colonne jusqu'au bas.

En appelant $l$ la hauteur vraie à 0° de la colonne du manomètre augmentée de la hauteur du mercure dans le baromètre, et L la hauteur qui produirait la même pression si la compressibilité du mercure était nulle, on avait :

$$L = l + 0{,}00000002315\, l^2 \quad (1)$$

(1) Voici comment on peut établir cette formule.

Supposons la colonne mercurielle de la branche ouverte à une même température 0° ; supposons en outre, qu'elle soit surmontée de la hauteur du mercure à 0° qui dans le baromètre fait équilibre à la pression atmosphérique, et que le vide existe au-dessus ; nous transformons ainsi l'appareil de mesure en un grand baromètre, et rien n'est changé aux pressions. Soit (fig. 106) $x$ la distance verticale SA d'une tranche A de mercure au sommet S de cette colonne barométrique. Prenons une seconde tranche A' située au-dessous de A à une distance $\Delta x$ très petite. Soit $p$ la pression par unité de surface en A, et $p + \Delta p$ en A'. Appelons D le poids spécifique absolu moyen du mercure entre A et A', on a :

$$(1) \qquad \Delta p = D \Delta x$$

ou

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = D$$

S

A

A'

Fig. 106.

comme D varie avec $x$ cette équation est d'autant plus exa[illegible] que $\Delta x$ est plus petit, et elle devient tout à fait exac[illegible] limite, quand les deux termes du rapport $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ tende[illegible] zéro : or $p$ étant une fonction de $x$, la limite de $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ [illegible] dérivée $p'_x$ de $p$ par rapport à $x$ ; on a donc, en toute rigueur :

$$(2) \qquad p'_x = D$$

$L$ et $l$ étant exprimés en centimètres. Pour la plus grande hauteur de mercure (24 mètres) qu'a atteint la colonne manométrique dans les expériences, on avait :

$$l = 2400^c$$

et le terme correctif pour cette valeur était égal à 0°,133. Ainsi la plus forte valeur de la correction n'atteignait pas 1mm, 5.

Soit $V_0$ et $D_0$ le volume et le poids spécifique absolu d'une masse de mercure sous une pression nulle, $V$ et $D$ les mêmes quantités pour la pression $p$, on a :

$$VD = V_0 D_0 \tag{3}$$

ou

$$\frac{D}{D_0} = \frac{V_0}{V}$$

D'autre part, en appelant $k$ la constante qui représente le coefficient de compressibilité du mercure, on a :

$$V = V_0 (1 - kp) \tag{4}$$

ou

$$\frac{V_0}{V} = \frac{1}{1 - kp}$$

et, par conséquent :

$$D = \frac{D_0}{1 - kp} \tag{5}$$

en remplaçant D par cette valeur dans (2) il vient .

$$p'_\infty = \frac{D_0}{1 - kp}$$

5° Entre les deux phases de l'expérience, la température du gaz contenu dans le tube JR pouvait varier un peu ; mais les variations avaient des valeurs tellement faibles que la correction était presqu'insignifiante. Elle s'effectuait du reste avec la plus grande facilité. Si V′ était le volume observé à la température $t'$,

ou

$$(6) \qquad p'_x(1 - kp) = D_0 \qquad\qquad p'_x - kpp'_x = D_0$$

En prenant la fonction primitive des deux membres, il vient :

$$(7) \qquad p - \frac{1}{2}kp^2 = D_0x + C$$

La constante C se détermine par la connaissance de la fonction $p$ dans un cas particulier. Or, pour $x = 0$, on a $p = 0$, d'où $C = 0$. Par conséquent, on a pour déterminer $p$ l'équation :

$$(8) \qquad kp^2 - 2p + 2D_0x = 0$$

qui étant résolue donne:

$$(9) \qquad p = \frac{1 - \sqrt{1 - 2kD_0x}}{k}$$

(Le signe + ne convenant pas devant le radical, puisque pour $x = 0$ on doit avoir $p = 0$)

Comme $k$ est extrêmement petit, on peut prendre pour $(1 - 2kD_0x)^{\frac{1}{2}}$ les premiers termes du développement, en négligeant les autres ; on a alors :

$$p = \frac{1}{k}\left[1 - \left(1 - kD_0x - \frac{1}{2}k^2D_0^2x^2 - \frac{1}{2}k^3D_0^3x^3 + \ldots..\right)\right]$$

ou

$$(10) \qquad p = D_0x + \frac{1}{2}kD_0^2x^2 + \frac{1}{2}k^2D_0^3x^3 + \ldots..$$

le volume V à la température $t$ très voisine de $t'$, pour la même force élastique, était donné par :

$$V = V' + V'\alpha(t - t') \qquad (\alpha = 0{,}00367)$$

Quoique la valeur de $\alpha$ varie un peu pour les différentes

Comme $k^2$, $k^3$,... sont absolument négligeables, les termes qui suivent les deux premiers peuvent être supprimés, et il reste :

$$(11) \qquad p = D_0 x + \frac{1}{2} k D_0^2 x^2$$

Pour $x = l$, on a :

$$(12) \qquad p = D_0 l + \frac{1}{2} k D_0^2 l^2$$

Si le mercure n'était pas compressible, sa hauteur L pour la même pression $p$ serait donnée par :

$$(13) \qquad p = D_0 L$$

d'où :

$$(14) \qquad D_0 L = D_0 l + \frac{1}{2} k D_0^2 l^2$$

ou enfin

$$(15) \qquad L = l + \frac{1}{2} k D_0 l$$

Regnault a trouvé que, pour une pression d'un mètre de mercure, la compression $\frac{V_0 - V}{V_0}$ de ce liquide est égale à 0,000 00463; or, on a dans ce cas, puisque nous avons pris le centimètre pour unité :

$$p = 100 \times D_0$$

pressions et pour les divers gaz, on pouvait, pour cette correction très petite, prendre la valeur constante 0,00367 qui était toujours suffisamment approchée.

**10. DISCUSSION ET RÉSULTATS.** — Soient $P_1$ et $V_1$ la force élastique et le volume du gaz dans la première phase de l'expérience, soient $P_2$ et $V_2$ les mêmes quantités quand on a réduit la masse gazeuse à environ la moitié de son volume. Si le gaz obéissait à la loi de Mariotte, on aurait :

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

ou

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1 = 0$$

C'est la valeur de l'expression $\left(\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1\right)$ que calculait Regnault, $\frac{P_1}{P_2}$ et $\frac{V_1}{V_2}$ étant donnés par ses expériences. Or il trouva que cette expression différait toujours de zéro. Appelons $\alpha$ sa valeur $\left(\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1 = \alpha\right)$.

d'où, en vertu de l'égalité (4) :

$$kD_0 100 = \frac{V_0 - V}{V_0} = 0{,}00000463$$

d'où :

$$\frac{1}{2} kD_0 = 0{,}00000002315$$

Cette valeur portée dans l'égalité (15) donne la formule indiquée ci-dessus. —

Il importe de savoir si $\alpha$ ne diffère de zéro que par suite des erreurs inévitables de l'expérience.

Or, on pouvait connaître aisément les erreurs maximum possibles dans l'évaluation des quantités $P_1$, $P_2$, $V_1$ et $V_2$ et en conclure l'erreur maximum possible de la valeur de $\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1$. On trouva que cette erreur maximum était toujours notablement inférieure à $\alpha$.

Il faut en conclure que *les gaz ne suivent pas exactement la loi de Mariotte.*

Pour tous les gaz, sauf l'hydrogène, $\alpha$ fut trouvé positif ($P_2$ étant plus grand que $P_1$).

On a donc :

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1 > 0$$

ou

$$P_1V_1 > P_2V_2$$

Si donc $P_2$ est juste le double de $P_1$, on a :

$$V_1 > 2V_2$$

ou

$$V_2 < \frac{V_1}{2}$$

c'est-à-dire que le volume du gaz est réduit, par une pression double, à un peu moins de la moitié de son volume primitif. *Les gaz, sauf l'hydrogène, se compriment un peu plus que ne l'indique la loi de Mariotte.*

Pour l'hydrogène α fut trouvé négatif. ***L'hydrogène se comprime un peu moins que ne l'indique la loi de Mariotte.***

En outre, Regnault trouva que α augmentait pour un même gaz avec la force élastique initiale $P_1$.

Enfin, α très faible pour l'air, l'hydrogène et l'azote, fut trouvé plus grand pour l'acide carbonique ; ce qui s'accorde avec les expériences comparatives de Despretz et de Pouillet.

Voici quelques nombres extraits du mémoire de Regnault(1).

Dans ce tableau $P_1$ est, en centimètres, la hauteur de la colonne de mercure à 0° qui, à Paris, fait équilibre à la force élastique du gaz remplissant le tube jusqu'au trait de repère inférieur, et $P_2$ est la hauteur qui fait équilibre à la force élastique du gaz quand son volume est réduit à moitié.

| Air | | Azote | | Acide carbonique | | Hydrogène | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | $\frac{P_1V_1}{P_2V_2}-1$ | $P_1$ | $\frac{P_1V_1}{P_2V_2}-1$ | $P_1$ | $\frac{P_1V_1}{P_2V_2}-1$ | $P_1$ | $\frac{P_1V_1}{P_2V_2}-1$ |
| 73,919 | +0,001 421 | 75,396 | +0,001 012 | 76,386 | +0,007 636 | » | » |
| 211,163 | 0,002 765 | 215,912 | 0,001 245 | 216,431 | 0,019 014 | » | » |
| 421,905 | 0,003 495 | 303,022 | 0,001 950 | 318,613 | 0,028 698 | 398,947 | −0,002 4[illegible] |
| 933,282 | 0,006 132 | 977,299 | 0,004 822 | 962,006 | 0,099 830 | 917,525 | 0,006 87[illegible] |
| » | » | » | » | » | » | 1036,188 | 0,007 6[illegible] |

On peut avoir, d'après les expériences de Regnault, le volum[illegible] V d'une masse gazeuse pour la force élastique P, quand on [illegible] connaît le volume $V_0$ pour une force élastique $P_0$, voisine de pression atmosphérique.

(1) Dans ce tableau, nous avons conservé, pour la valeur de α autant décimales que Regnault en a inscrites dans son mémoire ; mais, en compar[illegible] les nombres correspondant aux diverses expériences faites dans les [illegible] conditions, on voit qu'il ne pouvait répondre tout au plus que de l'exactit[illegible] des deux premiers chiffres significatifs.

Appelons $V_0, V_1, V_2, \dots V_n$ des volumes qui soient chacun la moitié des précédents, et $P_0, P_1, P_2, \dots P_n$ les forces élastiques correspondantes; V étant compris entre $V_n$ et $V_{n+1}$, écrivons l'identité :

$$\frac{P_0V_0}{P\ V} = \frac{P_0V_0}{P_1V_1} \cdot \frac{P_1V_1}{P_2V_2} \cdot \frac{P_2V_2}{P_3V_3} \cdots \frac{P_{n-1}V_{n-1}}{P_n\ \ V_n} \cdot \frac{P_n\ V_n}{P\ \ V}$$

Les forces élastiques $P_0, P_1, P_2, \dots P_{n-1}, P_n$ étant très voisines de celles qu'a observées successivement Regnault comme forces élastiques, initiales ou finales dans ses expériences, les rapports $\frac{P_0V_0}{P_1V_1}, \frac{P_1V_1}{P_2V_2} \dots$ sont donnés par ces expériences mêmes. Quant à la valeur du rapport $\frac{P_nV_n}{P\ V}$, on prendra une valeur intermédiaire entre les valeurs très rapprochées de $\frac{P_{n-1}\ V_{n-1}}{P_n\ \ V_n}$ et de $\frac{P_n\ V_n}{P_{n+1}V_{n+1}}$. Regnault a pu, d'après cela, représenter par une formule empirique la valeur du rapport $\frac{P_0V_0}{P\ V}$. Voici cette formule :

$$\frac{P\ V}{P_0V_0} = 1 + A\left(\frac{V_0}{V} - 1\right) + B\left(\frac{V_0}{V} - 1\right)^2$$

Dans cette formule, A et B représentent deux constantes. Comme P est plus grand que $P_0$, le rapport $\frac{P\ V}{P_0V_0}$ est plus petit que l'unité pour tous les gaz, sauf l'hydrogène ; aussi pour ce dernier gaz la constante A est positive, et, pour les autres, elle est négative.

Du reste, voici le signe et le logarithme de la valeur absolue de ces constantes, d'après le mémoire de Regnault :

| | LOGARITHME DE LA VALEUR ABSOLUE DE A | SIGNE DE A | LOGARITHME DE LA VALEUR ABSOLUE DE B | SIGNE DE B |
|---|---|---|---|---|
| Air atmosphérique | $\bar{3}$, 0435120 | — | $\bar{5}$, 2873751 | + |
| Azote | $\bar{4}$, 8389375 | — | $\bar{6}$, 8476020 | + |
| Acide carbonique. | $\bar{3}$, 9310399 | — | $\bar{6}$, 8624721 | — |
| Hydrogène | $\bar{4}$, 7381736 | + | $\bar{6}$, 9250787 | + |

Voici, enfin, quelques nombres calculés par Regnault, d'après la formule relative à l'air :

| $\frac{V_0}{V}$ | $\frac{P}{V}$ |
|---|---|
| 1 | 1,000 000 |
| 2 | 1,997 828 |
| 4 | 3,987 432 |
| 8 | 7,945 696 |
| 16 | 15,804 480 |

11. **EXPÉRIENCES DE M. CAILLETET.** — M. Cailletet a étudié la compressibilité des gaz sous de très fortes pressions. Dans ce but, il a employé divers appareils; voici la description de celui qui lui a servi dans ses dernières recherches.

Le gaz étudié était comprimé dans une éprouvette en verre A (fig 107) large environ de 2 cent. dans son tiers inférieur, beaucoup plus étroite dans ses deux tiers supérieurs, et qui, en bas, se rétrécissait et se recourbait comme le montre la figure. Après avoir été graduée et jaugée, cette éprouvette était dorée intérieurement dans un but que nous indiquerons plus loin. Pour la remplir, étant ouverte des deux bouts, et son extrémité inférieure recourbée plongeant dans le mercure, on la faisait traverser par un courant du gaz (azote), dont M. Cailletet

t étudier la compressibilité. On la plaçait ensuite dans un aboratoire en acier de 180 centimètres ıgueur et de 2,5 cent. de diamètre. Ce plein de mercure, était fermé à sa supérieure par un bouchon conique en ırré par un écrou E. Par sa partie infé-, il communiquait avec un tube d'acier le B, rempli de mercure, et qui servait ınomètre. Ce tube, long de 250 mètres ınroulé sur un gros treuil vertical formé ylindre en bois de 2 mètres de diamètre } d'une rainure héliçoïdale afin de loger ires.

r faire l'expérience, on descendait dans its très profond (plus de 500 mètres), } à la Butte-aux-Cailles, le tube-labo-, en déroulant le tube manométrique. tube-laboratoire était supporté par un cier, soigneusement gradué, et enroulé ı autre cylindre. C'est par la longueur déroulé qu'on mesurait la profondeur ıelle on descendait l'éprouvette.

e-ci était ainsi amenée à une distance , au-dessous de l'extrémité du tube ıétrique ouverte à l'air libre, ce qui connaître la pression à laquelle le ait soumis. Le mercure, en montant 'éprouvette, dissolvait la couche d'or au point où il s'arrêtait. On connais-ar là le volume minimum auquel le ait été réduit sous la pression maxi-



FIG. 107.

expériences faites sur l'azote concor-vec celles de Regnault pour les pres-peu élevées; c'est-à-dire que ce gaz ıprime plus que ne l'indique la loi de te. Mais M. Cailletet a trouvé que dans virons de la pression de 60 mètres de mercure, l'azote suit

la loi de Mariotte, et, que pour des pressions plus fortes il se comprime moins que ne l'indique cette loi.

La courbe (fig. 108) résume les expériences de M. Cailletet

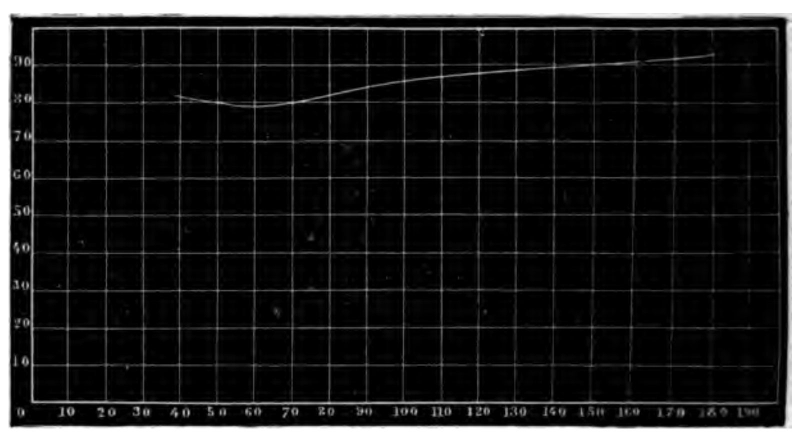



Fig. 108.

sur l'azote. Les ordonnées représentent le produit du volume de la masse gazeuse par la pression correspondante, et les abcisses représentent la hauteur (en mètres) de la colonne de mercure qui exerce la pression. On voit, à l'aspect de cette courbe, que le produit du volume par la force élastique du gaz commence par décroître ; puis, vers la pression de 60 mètres du mercure, passant par un minimum, il reste à peu près constant pour une petite variation de pression : le gaz suit alors la loi de Mariotte. Au delà le produit augmente avec la force élastique.

Ainsi, à partir de cette pression de 60 mètres de mercure, l'azote se comporte comme le fait l'hydrogène sous les pressions ordinaires.

Il est du reste présumable que pour tous les gaz soumis à de fortes pressions, il en est ainsi, quand la température ne permet pas la liquéfaction. En effet, si le gaz continuait à obéir à la loi de Mariotte, ou à une loi de compressibilité plus grande, son volume tendrait vers zéro quand la pression tend vers l'infini, ce qui paraît inadmissible.

12. INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE. — Quelques recherches directes de M. Amagat, exécutées de 100° à 320° et entre 1 et 2 atmosphères, ont montré que les gaz qui s'écartent notablement de la loi de Mariotte aux températures basses, s'en écartent de moins en moins quand la température s'élève. Les expériences de Regnault sur la dilatation des gaz, et sur la mesure de leurs densités à diverses températures et sous des pressions différentes, conduisent à la même conclusion. Ainsi l'acide carbonique dès 100° et l'acide sulfureux vers 200° ne s'écartent pas plus de la loi de Mariotte que l'air à la température ordinaire.

13. RÉSUMÉ DES CONNAISSANCES ACQUISES SUR LA COMPRESSIBILITÉ DES GAZ. — La loi de Mariotte n'est suivie exactement par aucun gaz; mais, plus la température est élevée, plus la véritable loi de compressibilité s'en rapproche : c'est donc une loi limite. Quand un gaz se trouve dans des conditions de température et de pression voisines de celles qui sont nécessaires à sa liquéfaction, il se comprime notablement plus que ne l'indique cette loi. Pour un gaz loin de son point de liquéfaction, comme l'azote, l'oxygène, l'hydrogène dans les circonstances ordinaires, la loi de compressibilité est si voisine de la loi de Mariotte, qu'il a fallu toute l'habileté expérimentale de Regnault pour mettre nettement en évidence le désaccord. C'est dire qu'on pourra toujours employer cette loi dans les applications qui ne nécessiteront pas une extrême précision.

# CHAPITRE IV

## MANOMÈTRES ET APPLICATIONS DE LA LOI DE MARIOTTE.

1. **MANOMÈTRE A AIR COMPRIMÉ.** — La loi de Mariotte nous permet de déduire du volume d'une masse gazeuse sa force élastique, quand celle-ci est connue pour un volume déterminé à la même température. Tel est le principe du manomètre à air comprimé.

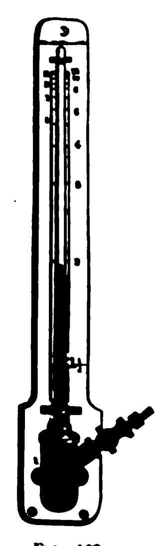


Fig. 109.

Cet instrument (fig. 109) se compose d'un tube vertical, fermé à sa partie supérieure, et plongeant par son extrémité inférieure ouverte dans une cuvette contenant du mercure ; celle-ci est close et communique par un conduit avec l'enceinte renfermant le gaz dont on veut mesurer la force élastique.

Le tube contient de l'air. Quand la force élastique du gaz qui surmonte le mercure de la cuvette est égale à la pression atmosphérique moyenne (76 cent.), on s'arrange pour que le mercure soit dans le tube au même niveau que dans la cuvette : l'air emprisonné se trouve alors sous la pression d'une atmosphère. Si la force élastique du gaz contenu dans la cuvette devient plus grande, le mercure monte dans le tube, l'air se comprime jusqu'à ce que sa force élastique, augmentée de la

duite par le mercure du tube, fasse équilibre à la ce élastique du gaz de la cuvette ; par conséquent, le ève d'autant plus haut que cette que est plus grande. L'instru- être gradué par comparaison nomètre à air libre : on marque hette qui supporte le tube (fig. r le tube lui-même, les points re s'arrête pour 2, 3, 4.... at- et l'instrument ainsi gradué peut n tour, à mesurer les forces Cette graduation, toute empiri- ntage de ne pas nécessiter un ique ou régulier pour construire Mais cet appareil était surtout ur mesurer les hautes pressions eût construit les grands mano- libre nécessaires à sa gradua- ue. Le tube était choisi alors rique que possible, et il était le calcul en se fondant sur la tte (1). C'est précisément pour loi est suivie par l'air avec une uffisante pour la justesse de tion, qu'Arago et Dulong d'abord, Regnault ensuite, leur grand travail de vérification. Dans les deux

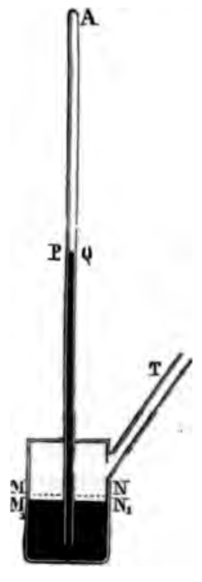


FIG. 110.

alcul.
teur PM (fig. 110) à laquelle s'élève le mercure dans le tube niveau primitif MN de ce liquide dans la cuvette ; soit $y$ la lont il s'est abaissé dans celle-ci au-dessous de MN. Si $s$ est be et S l'aire de la surface libre du mercure de la cuvette, on ue le volume de mercure qui s'est introduit dans le tube est est sorti de la cuvette :

$$sx = Sy$$

soit $l$ la hauteur AM du tube au-dessus du niveau MN, c'est-

cas, ce fut comme membres d'une commission chargée par le Gouvernement de l'étude des machines à vapeur : le manomètre à air comprimé était à peu près le seul instrument employé alors pour mesurer la force élastique de la vapeur d'eau des chaudières.

La sensibilité de cet appareil décroît à mesure que la force élastique augmente ; car la hauteur dont s'élève le mercure dans

à-dire, la hauteur occupée par l'air du tube quand sa force élastique est équilibrée par une hauteur mercurielle de 76 cent. (= H) : $sl$ est alors le volume de cette masse d'air. Celui-ci se trouve réduit à $s(l-x)$, quand le mercure s'élève à la hauteur $x$. Soit alors $n$H la hauteur de la colonne mercurielle qui ferait équilibre à la force élastique du gaz contenu dans la cuvette ; $n$ représente la force élastique de ce gaz en atmosphère. La hauteur qui ferait équilibre à la force élastique de l'air emprisonné dans le tube est, par conséquent, $n\mathrm{H} - (y + x)$. D'après la loi de Mariotte, on a :

$$(2) \qquad s(l - x)(n\mathrm{H} - y - x) = sl\mathrm{H}$$

ou, en simplifiant, en remplaçant $y$ par sa valeur tirée de (1) et en ordonnant par rapport à $x$ :

$$(3) \qquad x^2\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right) - x\left[\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right)l + n\mathrm{H}\right] + (n-1)l\mathrm{H} = 0$$

d'où enfin :

$$(4) \qquad x = \frac{\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right)l + n\mathrm{H} - \sqrt{\left[\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right)l + n\mathrm{H}\right]^2 - 4\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right)(n-1)l\mathrm{H}}}{2\left(1 + \frac{s}{\mathrm{S}}\right)}$$

Comme pour $n = 1$ on doit avoir $x = 0$, c'est le signe (—) et non le signe (+) qui convient devant le radical.

En faisant successivement $n$ égal à 1,5 , 2 , 2,5 , 3 etc., dans cette formule, on obtient les valeurs de $x$ correspondantes et, par conséquent, les points où il faut marquer 1,5 , 2 , 2,5, 3 , etc. sur le tube, pour que le manomètre soit gradué en atmosphères.

)ur un même accroissement de ique, diminue quand la valeur ı celle-ci devient plus consi-

ıloyant un tube conique (fig. ttĕnue, sans le faire dispa- èrement, cet inconvénient. ıomètre à air comprimé est mployé aujourd'hui. Ce n'est ıstrument de précision et, ıvention des manomètres mé- sa fragilité en a fait aban- ımploi pour les chaudières à

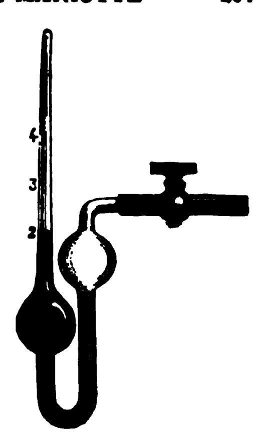



FIG. 111.

**)MÈTRE MÉTALLIQUE.** — Fondé sur le même principe rомètre métallique de M. Bourdon, cet instrument du ›nteur est partout employé maintenant pour la mesure ı élastique de la vapeur d'eau dans les chaudières. npose d'un tube métallique BA ılliptique enroulé comme l'indi- . 112. Une de ses extrémités A ; cette extrémité est mobile et ıiguille indicatrice; par l'autre qui est fixe, s'établit la com- ı entre l'intérieur du tube et renfermant le gaz dont on veut . force élastique. Quand celle-ci le tube se renfle et se déroule, ı'avance sur le cadran ; elle quand la pression diminue. nent se gradue par comparai- n monomètre à air libre (1): la ı l'aiguille est proportionnelle aux variations de force




FIG. 112.

s très fortes pressions, on gradue l'instrument en le mettant en on avec un réservoir résistant rempli d'eau comprimée par une ı foulante. La force élastique de cette eau est mesurée par une

élastique. Ajoutons que les critiques, que nous avons faites au sujet des baromètres métalliques, ne peuvent être reproduites pour cet instrument qui est beaucoup moins délicat, et, dès lors, moins sujet à varier dans ses indications.

3. **MANOMÈTRE A DÉTENTE DE REGNAULT.** — Cet appareil est destiné à mesurer de grandes forces élastiques. Il se compose (fig. 113) d'un récipient A formé d'un tube de laiton à parois épaisses, clos en bas, et pouvant communiquer par le haut, soit avec l'enceinte renfermant le gaz dont on veut mesurer la force élastique, soit avec le tube B. Un robinet à trois voies D permet d'établir l'une ou l'autre de ces communications. Le tube B, gradué en parties d'égale capacité, constitue la branche fermée d'un manomètre à air libre de Regnault, dont C est la branche ouverte. Un robinet à conduit coudé E permet, soit la communication de B avec le récipient A, soit la communication de B avec l'atmosphère par le tube G. Les trois tubes A, B, C sont contenus dans une cuve pleine d'eau, fermée en avant par une glace transparente.

Pour se servir de l'instrument, on commence par remplir le manomètre de mercure jusqu'au haut du tube B, celui-ci communiquant avec l'atmosphère par G. On établit ensuite la communication entre le récipient A et l'enceinte renfermant le gaz. Ce récipient se remplit alors d'un volume $v$ de gaz ayant la force élastique $x$ qu'il possède dans l'enceinte. On emprisonne cette masse gazeuse en tournant le robinet D; puis on fait communiquer

soupape de surface connue, qui est chargée de poids connus. Soit $s$ la surface de la soupape, en centimètres carrés, et P le poids en grammes, de la charge ; au moment où elle commence à être soulevée par la pression de l'eau, la force élastique H de cette eau, est, en atmosphères :

$$H = \frac{P}{s \times 1033} + 1$$

En particulier, c'est ainsi qu'on gradue les manometres qui servent à déterminer la force élastique dans les appareils de M. Cailletet pour comprimer et liquéfier les gaz.

c B. Le gaz contenu dans A se détend alors dans le tube B, ccupe un volume V indiqué par la graduation : $v + V$ est

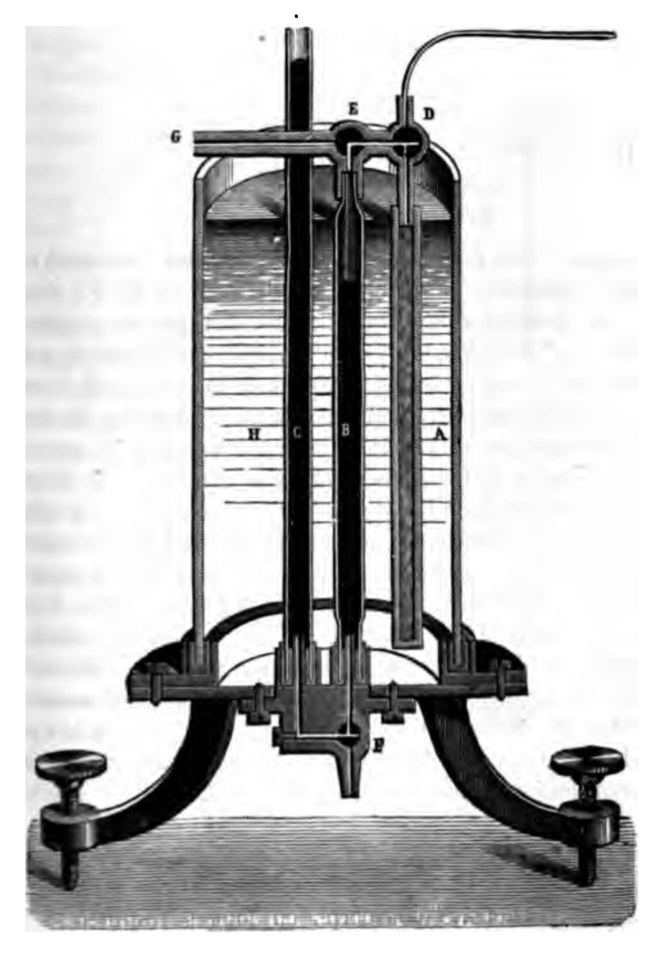



FIG. 113.

veau volume de la masse gazeuse, dont la force élastique H nnée immédiatement par le manomètre.

Or, la loi de Mariotte fournit la relation :

$$xv = H(V + v)$$

d'où :

$$(1) \qquad x = H\frac{V+v}{v}$$

Pour que cette équation fournisse $x$, il faut connaître $v$ et la capacité comprise entre chaque division de B. La détermination de cette dernière quantité se fait par un jaugeage au mercure : on fait écouler par la tubulure inférieure le mercure contenu entre deux divisions espacées de la branche B, le robinet à trois voies F étant convenablement tourné. La masse du mercure écoulé, divisée par sa densité, donne son volume, et, par conséquent, la valeur de la capacité comprise entre les deux divisions.

Pour connaître $v$, on fait une expérience semblable à celle qui a été indiquée ci-dessus, en emprisonnant dans A de l'air possédant une force élastique $x$ connue à l'avance, par exemple égale à la pression atmosphérique ; la mesure de H fait connaître $v$ d'après l'égalité (1). Quand l'air emprisonné dans A possède, comme dans l'exemple précédent, une force élastique égale ou inférieure à la pression atmosphérique, il faut, avant d'établir la communication entre A et B, avoir fait écouler presque complètement le mercure de la branche ouverte C, pour que le gaz puisse se détendre sous une pression inférieure à celle de l'atmosphère.

4. **VOLUMÉNOMÈTRE.** — Cet instrument, imaginé par Say (1797) et perfectionné par Regnault, sert à déterminer le volume et, par conséquent, la densité des corps en menus fragments. Il est employé surtout dans le cas de substances qui ne pourraient être immergées dans l'eau sans inconvénient [1].

(1) Le voluménomètre a été employé pour déterminer la densité de la poudre de guerre. On ne s'en sert plus aujourd'hui : son emploi repose en effet

fonctionnement repose sur le même principe que celui du
ıètre à détente.

ı compose (fig. 114)
ıanomètre à air libre
gnault, dont la bran-
ırmée P présente un
nent A à sa partie
əure. Cette branche
munique par un tube
n ballon B, destiné à
ir le corps dont on
éterminer le volume.
y introduire celui-ci,
on peut être détaché
ıpareil ; l'emploi d'un
à gorge C permet de
tre en place, et d'ob-
une fermeture par-
Enfin, on peut faire
ıniquer avec l'atmos-
l'intérieur du ballon,
' conséquent, la bran-
, en ouvrant un robi-

: faire une expé-
, on introduit le corps
e ballon, et l'on met
i en place ; puis
re le robinet R, et
ırse par la branche
ı mercure jusqu'à ce
niveau de ce liquide

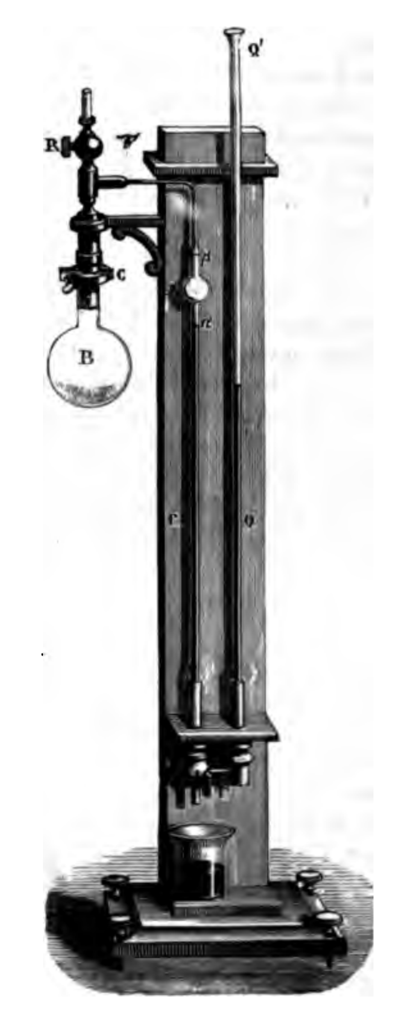


Fig. 114.

ıi de Mariotte ; or, on a
que les poudres conden-
ıs gaz, et, quand même
de gaz condensée serait
onnelle à la pression, l'ignorance où l'on est du coefficient de con-
n rend toute mesure exacte impossible.

atteigne un trait $\beta$, marqué sur la branche P au-dessus du renflement A. Le mercure s'arrête à la même hauteur dans les deux branches, puisque l'une et l'autre communiquent avec l'atmosphère.

On ferme alors le robinet R, et l'on fait écouler du mercure des branches P et Q à la fois, en tournant le robinet à trois voies T dans la position convenable, jusqu'à amener le niveau dans la branche P à un second trait $\alpha$, marqué sur le tube au-dessous de A : le mercure s'arrête plus bas dans la branche QQ'.

Désignons par V le volume compris entre les deux traits $\alpha$ et $\beta$, par $v$ le volume du ballon vide et des tubes jusqu'en $\beta$, et, enfin, par $x$ le volume du corps introduit. L'air du ballon occupait d'abord un volume $v - x$, et sa force élastique, égale à la pression atmosphérique, était équilibrée par une colonne de mercure de hauteur H, fournie par l'observation du baromètre. Après l'opération, la même masse d'air occupe le volume $V + v - x$, et sa force élastique est équilibrée par une colonne de mercure de hauteur $H - h$, en désignant par $h$ la différence entre les niveaux du mercure dans les deux branches P et Q du voluménomètre. La loi de Mariotte donne la relation :

$$(1) \qquad (H - h)(V + v - x) = H(v - x).$$

Cette égalité fait connaître $x$, quand on a mesuré H et $h$, pourvu qu'on ait déterminé, une fois pour toutes, les volumes $v$ et V. Cette dernière quantité s'obtient par un jaugeage au mercure, comme nous l'avons indiqué à propos du manomètre à détente. Pour avoir $v$, on fait une expérience sans rien mettre dans le ballon. L'égalité (1), dans laquelle $x = 0$, fournit la valeur de $v$.

**5. MESURE DE L'ALTITUDE AU MOYEN DU BAROMÈTRE.** — L'idée de mesurer la hauteur d'une montagne par l'abaissement de la colonne mercurielle doit remonter à la célèbre expérience du Puy de Dôme imaginée par Pascal. Mais c'est Laplace qui, dans sa *Mécanique céleste*, a donné la loi suivant laquelle décroît la hauteur barométrique quand on s'élève, et qui permet de calculer la différence d'altitude de deux stations au moyen de la mesure

des hauteurs barométriques. Voici comment on peut établir la formule de Laplace.

Si l'air était un fluide incompressible, conservant la même densité quelle que fût sa force élastique, la diminution de pression atmosphérique serait proportionnelle à l'élévation; mais à mesure qu'on s'élève, la force élastique de l'air diminuant, sa densité diminue aussi, ce qui rend le calcul moins simple.

Supposons l'air parfaitement calme, et supposons, en outre, que sa température soit uniforme pour pouvoir appliquer la loi de Mariotte. Dans ce cas la pression barométrique est une fonction de l'altitude qui doit décroître régulièrement quand celle-ci augmente. Soit alors (fig. 115) HK un plan horizontal, à partir duquel nous compterons les altitudes; soient AB et A'B' deux plans horizontaux très voisins, l'un situé à une hauteur $x$, l'autre à $x + \Delta x$ au-dessus de HK. Soient P et P + ΔP la pression atmosphérique en AB et en A'B'. Comme la hauteur $\Delta x$ est très faible, l'air a un poids spécifique absolu $d$ sensiblement constant entre AB et A'B'; on doit donc avoir (ΔP étant négatif)

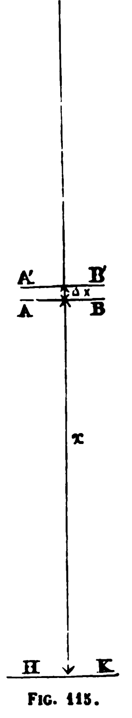


FIG. 115.

$$-\Delta P = d.\Delta x$$

D'autre part si H et H + ΔH sont les hauteurs barométriques en AB, et en A'B', et si D est le poids spécifique absolu du mercure, on a :

$$\Delta P = D.\Delta H$$

d'où :

$$-D.\Delta H = d.\Delta x$$

ou

$$\frac{\Delta H}{\Delta x} = -\frac{d}{D}$$

Cette égalité, dans laquelle $d$ et D peuvent représenter les densités de l'air et du mercure, est d'autant plus exacte que $\Delta x$ est plus petit, et devient rigoureuse quand $\Delta x$ et, par conséquent, $\Delta H$ tendent vers zéro. Or la limite du rapport $\frac{\Delta H}{\Delta x}$ est la dérivée de la fonction H par rapport à sa variable $x$ ; représentons-la par $H'_x$ ; on a, en toute rigueur :

$$(1) \qquad H'_x = -\frac{d}{D}$$

Nous avons vu (Chap. II § 2) qu'en désignant par $a$ la densité de l'air sous la pression d'un centimètre de mercure, la loi de Mariotte donne pour sa densité, $d$ sous la pression de H cent. à la même température

$$(2) \qquad d = aH$$

En remplaçant dans (1), il vient :

$$H'_x = -\frac{a}{D} H$$

ou

$$(3) \qquad \frac{H'_x}{H} = -\frac{a}{D} \quad [1]$$

[1] Dans cette égalité, $a$ représente la densité de l'air sec sous la pression qu'exerce à l'endroit AB, un centimètre de mercure à 0°. Cette pression

Egalons les fonctions primitives des deux membres de cette égalité, nous obtenons :

$$(4) \qquad L.H = C - \frac{a}{D}x$$

varie proportionnellement à l'intensité de la pesanteur, et, par conséquent change un peu avec l'altitude et avec la latitude. Dans le texte nous avons négligé ces variations très faibles d'ailleurs; mais on peut aisément en tenir compte.

Sous la pression qu'exerce, à Paris, un centimètre de mercure à 0°, la densité de l'air sec est :

$$\frac{0{,}001293}{76\,(1+\alpha t)}$$

et, comme la densité d'un gaz est proportionnelle à la pression qu'il supporte, et que la pression exercée par un centimètre de mercure est proportionnelle à l'intensité de la pesanteur, on a, en appelant $g$ la valeur de cette dernière quantité à l'endroit AB, et G sa valeur à Paris :

$$a = \frac{0{,}001293}{76\,(1+\alpha t)} \cdot \frac{g}{G}$$

mais nous avons vu (L. II, Chap. III, § 13) qu'en appelant λ la latitude et Z l'altitude, on a :

$$\frac{g}{G} = \frac{980{,}605}{980{,}960}\left(1 - 0{,}0025523 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10}\, Z\right)$$

D'ailleurs, si $Z_0$ est l'altitude de la station HK, on a $Z = Z_0 + x$; d'autre part $D = 13{,}596$. On a donc, en remplaçant dans l'égalité (3) :

$$= -\frac{0{,}001293}{13{,}596 \times 76\,(1+\alpha t)}\,\frac{980{,}605}{980{,}960}\left[1 - 0{,}0025523 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10}\,(Z_0 + x)\right]$$

En remontant aux fonctions primitives des deux membres, et en déterminant la constante arbitraire comme dans le texte, il vient :

$$L.H_1 = x_1\,\frac{0{,}001293}{13{,}596 \times 76\,(1+\alpha t)}\,\frac{980{,}605}{980{,}960}\left[1 - 0{,}0025523 \cos 2\lambda - 31 \times 10^{-10}\left(Z_0 + \frac{x_1}{2}\right)\right]$$

C étant la constante arbitraire. Pour trouver sa valeur, prenons le cas particulier où $x = 0$ ; la hauteur barométrique possède alors une certaine valeur $H_0$, et il vient :

$$\text{(5)} \qquad L.H_0 = C$$

d'où:

$$\text{(6)} \qquad L.H_0 - L.H = \frac{a}{D}\, x$$

d'où, enfin, si $H_1$ est la pression barométrique pour une altitude $x_1$ :

$$\text{(7)} \qquad x_1 = \frac{D}{a}\left(L.H_0 - L.H_1\right)$$

Dans cette formule D représente la densité du mercure à 0° si nous supposons que $H_0$ et $H_1$ sont les hauteurs barométriques réduites à 0° (D = 13,596). Quant à la quantité $a$ elle est donnée, comme nous le verrons plus loin, si l'air est sec par :

$$a = \frac{0{,}001293}{76\,(1 + \alpha t)}$$

Enfin, en évaluant les logarithmes népériens à l'aide des logarithmes vulgaires et de leur module, on a la formule de Laplace, qui donne la valeur de $x_1$ en centimètres, puisque telle est l'unité qui a été adoptée dans ce calcul :

$$x_1 = 1840000\,(\log.\,H_0 - \log.\,H_1)\left\{\begin{array}{l}(1 + 0{,}00367\,t)\,(1 + 0{,}0025523\cos 2\lambda) \\ \times\left[1 + 31 \times 10^{-10}\left(Z_0 + \frac{x_1}{2}\right)\right]\end{array}\right\}$$

Des tables calculées d'après cette longue formule, se trouvent dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes et dispensent du calcul pénible que nécessite son emploi direct.

$t$ étant la température supposée constante de l'air compris entre la station inférieure et la station supérieure, et $\alpha$ le coefficient de dilatation de ce gaz ($\alpha = 0,00367$); en remplaçant il vient:

$$x_1 = \frac{13,596 \times 76\,(1 + 0,00367t)}{0,001293}\left(\mathrm{L}.\,\mathrm{H}_0 - \mathrm{L}.\,\mathrm{H}_1\right)$$

Enfin, en exprimant les logarithmes népériens au moyen des logarithmes vulgaires et de leur module, on trouve, après avoir effectué les calculs numériques :

$$x_1 = 1839800\,(\log.\,\mathrm{H}_0 - \log.\,\mathrm{H}_1)\,(1 + 0,00367t)$$

où $x_1$ est la différence d'altitude exprimée en centimètres.

Ainsi, la connaissance de la hauteur barométrique $H_0$ à la station inférieure et de la hauteur barométrique $H_1$ à la station supérieure permet de calculer la différence d'altitude $x_1$ qui existe entre ces deux stations.

On ne saurait attendre de cette formule des résultats très exacts, car nous avons supposé : — 1° L'air au repos, et il ne l'est jamais. — 2° La température $t$ uniforme ; elle ne l'est pas, et il convient de prendre pour $t$, dans la formule la moyenne $\frac{t_1 + t_2}{2}$ des températures, aux deux stations extrêmes. — 3° L'air sec ; or il renferme toujours une proportion de vapeur d'eau très variable qui a pour effet de diminuer sa densité.

Malgré ces causes d'inexactitude, cette formule rend de grands services, soit dans la mesure des hauteurs des montagnes, soit pour connaître d'après la hauteur barométrique observée à un endroit, celle qu'on observerait en un autre point de la même verticale à une distance $x_1$ du premier.

I. **AÉROSTATS.** — De tout temps, les hommes ont désiré s'élever dans les airs, et ont proposé, dans ce but, diverses inventions plus ou moins chimériques. Nous laisserons de côté tous ces projets qui, pour la plupart, n'ont pas été réalisés et qui,

du reste, n'auraient pas été réalisables pour arriver aux célèbres expériences des frères Montgolfier (1).

Le 5 juin 1783, à Annonay, devant les Etats du Vivarais alors assemblés, Joseph et Etienne Montgolfier gonflèrent avec de l'air chaud un ballon, de 35 pieds de diamètre, en toile doublée de papier. Ce ballon présentait à la partie inférieure une ouverture par laquelle s'introduisaient les gaz chauds et la fumée provenant d'un feu de laine et de paille humide placé au-dessous.

Le poids de l'enveloppe et des gaz peu denses qu'elle renfermait étant devenu moindre que le poids du volume d'air déplacé, le ballon s'éleva aux applaudissements des nombreux spectateurs que cette curieuse expérience avait attirés. Le 17 septembre 1783 elle fut répétée à Versailles devant Louis XVI et la Cour, et le 21 novembre de la même année, une nacelle ayant été attachée à une nouvelle montgolfière lancée du parc du château de la Muette, Pilâtre des Rosiers eut la hardiesse d'y monter : ce fut le premier aéronaute.

Ces ballons gonflés d'air chaud avaient l'inconvénient de redescendre assez vite vers le sol, l'air renfermé se refroidissant, à moins d'entretenir sous l'ouverture béante du ballon un feu allumé dans la nacelle même, ce qui présentait quelque danger.

L'idée d'employer l'hydrogène pour gonfler les aérostats s'était présentée à l'esprit de tous les physiciens. Les frères Montgolfier eux-mêmes avaient dirigé leurs premiers essais dans ce sens. Mais ils avaient renoncé à l'emploi de ce gaz parcequ'il traversait trop vite les enveloppes de papier, et que le ballon après s'être élevé retombait rapidement.

Quand l'expérience d'Annonay fut connue à Paris, elle excita un vif enthousiasme, et une souscription fut ouverte pour la répéter. Ce soin fut confié au physicien Charles qui, ignorant le procédé employé par les frères Montgolfier, gonfla un ballon en

(1) Joseph-Michel Montgolfier naquit en 1740, à Vidalon-lès-Annonay, et mourut aux eaux de Balaruc en 1810. Son frère Jacques-Etienne naquit au même endroit en 1745 et mourut à Ferrières en 1799. Leur père Joseph Montgolfier dirigeait, à Vidalon-lès-Annonay, une importante fabrique de papier. La première expérience de Joseph et d'Etienne fut exécutée à Avignon, en décembre 1782.

taffetas enduit de caoutchouc, avec de l'hydrogène préparé par le fer et l'acide sulfurique ; le gaz était bien lavé du reste avant d'être introduit dans l'enveloppe.

Le 26 août 1783 ce ballon, qui avait 4 mètres de diamètre, s'éleva du Champ de Mars et alla retomber, trois quarts d'heure après, à cinq lieues de son point de départ.

Depuis que l'usage du gaz d'éclairage s'est répandu, c'est presque toujours lui qui est employé pour gonfler les aérostats. Il faut, il est vrai, un ballon de plus grand volume pour obtenir la même force ascensionnelle qu'avec l'hydrogène, car le gaz d'éclairage est plus dense ; mais cet inconvénient est largement compensé par plusieurs avantages : le gaz est tout préparé, et, passant plus lentement à travers les pores de l'enveloppe, l'aérostat se dégonfle moins rapidement.

Pourtant, toutes les fois qu'on désire avoir une grande force ascensionnelle pour un faible volume, on se sert encore de l'hydrogène ; ainsi, le ballon captif de l'ingénieur Giffard, qui en 1878 a fait de si nombreuses ascensions, en s'élevant de la place du Carrousel à Paris, était gonflé avec ce gaz.

Parmi les nombreux essais entrepris en vue de diriger les ballons, nous ne saurions passer sous silence l'ascension exécutée le 2 février 1872 par M. Dupuy de Lôme. L'aérostat était gonflé avec de l'hydrogène ; il avait une forme ovalaire, et une hélice à deux ailes, mue à bras d'hommes, lui donnait une vitesse, indépendante de celle résultant du vent, de $2^m,5$ en moyenne par seconde. Après le succès de cette expérience, M. Dupuy de Lôme ne doute pas qu'on puisse naviguer dans les airs, et se diriger, malgré un vent faible, avec un moteur de huit chevaux; le poids de ce moteur pourrait ne pas surpasser celui des hommes employés dans son expérience.

7. **FORCE ASCENSIONNELLE.** — La *force ascensionnelle* d'un aérostat est le poids qu'il faudrait mettre dans la nacelle pour maintenir le ballon en équilibre dans l'air, sans qu'il monte ni ne descende.

D'après cette définition, si nous désignons par A la force ascensionnelle, par P le poids de l'enveloppe, des agrès, de la nacelle et de son contenu, par II le poids du gaz enfermé dans

le ballon, et par $\Pi'$ le poids de l'air qu'il déplace, le principe d'Archimède fournit l'égalité :

$$A + P + \Pi = \Pi' \quad \text{d'où :} \quad A = \Pi' - \Pi - P$$

Evaluons $\Pi$ et $\Pi'$. Le volume extérieur et la capacité intérieure du ballon diffèrent si peu qu'on peut représenter ces quantités par une même lettre V ; appelons H et H' les hauteurs de mercure qui font équilibre à la force élastique du gaz enfermé dans le ballon et à celle de l'air qui l'entoure ; appelons *a* le poids de l'unité de volume d'air sous la pression de 76 cent. de mercure et à la température des couches d'air qui environnent le ballon, température que nous supposerons être aussi celle du gaz qu'il renferme (1) ; soit enfin *d* la densité de ce gaz par rapport à l'air, on a les deux relations :

$$\Pi = aV\frac{H}{76}d \qquad \text{et} \qquad \Pi' = aV\frac{H'}{76}$$

d'où pour la valeur de la force ascensionnelle :

$$(1) \qquad A = \frac{aV}{76}\left(H' - Hd\right) - P$$

Le plus souvent, le ballon est fermé de toutes parts ; dans ce cas, on ne le gonfle pas complètement au départ, pour permettre au gaz de prendre à chaque instant la force élastique de l'air extérieur. En effet, si le ballon était complètement gonflé en quittant le sol, le gaz, ne pouvant prendre un volume plus grand pendant l'ascension, conserverait sa force élastique initiale ; or, à mesure que l'aérostat s'élève, la pression de l'air environnant

(1) Cette supposition n'est pas toujours exacte ; quand le ballon monte rapidement, l'air extérieur se refroidit plus vite que le gaz ; aussi, dans ce cas, la force ascensionnelle doit-elle être un peu plus grande que celle que nous calculons ci-dessus.

devient de plus en plus faible, et le ballon risquerait d'éclater sous l'excès de pression intérieure.

Tant que le ballon n'est pas complètement gonflé, on a $H = H'$, et la formule (1) devient :

$$A = \frac{aVH}{76}(1 - d) - P. \quad (2)$$

Cette formule montre que la force ascensionnelle reste à peu près constante, quand le ballon s'élève ; car, si nous négligeons l'effet des variations de température, le produit VH du volume de la masse de gaz invariable que contient le ballon par sa force élastique demeure constant, d'après la loi de Mariotte ; or, toutes les autres quantités qui entrent dans le second membre de la formule étant évidemment constantes, il en est de même de A.

On voit, du reste, que cette force ascensionnelle croît avec le volume V du ballon et diminue quand la densité $d$ du gaz augmente, ce qui était évident *a priori*.

A partir du moment où, par suite de la diminution de pression le volume du gaz a assez augmenté pour gonfler complètement le ballon, la force élastique de ce gaz H conserve la même valeur ; celle de l'air H' diminuant, si le ballon s'élève encore, la formule (1) nous montre que la force ascensionnelle doit devenir moindre.

Dans le ballon de M. Dupuy de Lôme et de quelques autres aéronautes, des tubes ouverts, pendants au-dessous de la nacelle permettaient au gaz intérieur de s'échapper quand la force élastique de l'air environnant devenait inférieure à la sienne. Dans ce cas le ballon est gonflé complètement au départ et son volume V reste invariable pendant l'ascension. Du reste, la force élastique H du gaz reste à peine supérieure à celle de l'air ambiant, aussi la formule (2) est-elle applicable. Mais dans ce cas, comme V demeure constant et que H diminue pendant l'ascension, en est de même de la force ascensionnelle A.

Lorsque le ballon cesse de s'élever, ce dont l'aéronaute juge à la colonne barométrique qui cesse de baisser, s'il veut monter plus haut, il *jette du lest ;* alors le poids P diminuant, la force

ascensionnelle, qui était devenue nulle, reprend une valeur positive, et le ballon remonte.

Quand, au contraire, l'aéronaute veut descendre, il ouvre une soupape placée à la partie supérieure de l'aérostat à l'aide d'une corde qui pend jusque dans la nacelle. Le gaz s'échappe à cause de l'excès de force élastique qu'il possède dans le haut du ballon ; son volume V diminuant, la force ascensionnelle prend une valeur négative, et l'aérostat descend.

---

# CHAPITRE V

## MÉLANGE DES GAZ — DISSOLUTION DES GAZ

### I — MÉLANGE DES GAZ

1. **LOI DU MÉLANGE DES GAZ.** — Quand plusieurs gaz sont mélangés, chacun d'eux occupe tout l'espace qui lui est offert, et, quand l'équilibre est atteint, chaque portion du mélange offre la même composition, quelque différentes que soient les densités des gaz, quelles que soient les inégalités que présente la température de l'enceinte.

Dans un mélange de plusieurs gaz, on appelle force élastique de l'un des gaz, la force élastique qu'il aurait s'il occupait *seul* tout le vase à la même température.

L'expérience montre que *la force élastique totale d'un mélange de plusieurs gaz, sans action chimique les uns sur les autres, est égale à la somme des forces élastiques de chacun des gaz.*

Soient $v_1$ et $h_1$, $v_2$ et $h_2$, $v_3$ et $h_3$ etc... les volumes et les forces élastiques correspondantes de plusieurs gaz à la même température ; mettons-les ensemble dans un vase de volume V, et soit H la force élastique du mélange. D'après la loi précédente, en appelant $H_1$, $H_2$, $H_3$ les forces élastiques de chacun des gaz dans le mélange, on a :

$$(1) \qquad H = H_1 + H_2 + H_3 + \cdots\cdots$$

Puisque $H_1$ représente la force élastique qu'aurait à la même

température quand son volume devient V, le gaz qui occupait le volume $v_1$ pour la force élastique $h_1$, la loi de Mariotte donne la relation :

$$H_1 V = h_1 v_1$$

ou

$$H_1 = h_1 \frac{v_1}{V}$$

On a de même :

$$H_2 = h_2 \frac{v_2}{V} \qquad H_3 = h_3 \frac{v_3}{V}$$

d'où, d'après la loi du mélange des gaz, exprimée par la relation (1) :

$$(2) \qquad H = h_1 \frac{v_1}{V} + h_2 \frac{v_2}{V} + h_3 \frac{v_3}{V} + \cdots\cdots$$

Cette égalité (2) montre que la force élastique d'un mélange de plusieurs gaz, primitivement séparés, ne varie pas quand ils se diffusent les uns dans les autres. En effet, si avant la diffusion les gaz occupent séparément dans le vase de capacité V les volumes $v_1$, $v_2$, $v_3$...., de façon qu'on ait :

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots\cdots$$

et que $k$ soit alors la valeur commune de leur force élastique la relation (2) nous fait voir qu'après la diffusion, la force élastique H du mélange est donnée par :

$$H = k \frac{v_1 + v_2 + v_3 + \cdots\cdots}{V} = k$$

En multipliant par V les deux membres de l'équation (2), elle devient :

$$(3) \qquad HV = h_1v_1 + h_2v_2 + h_3v_3 + \cdots$$

Cette formule, qui est une conséquence de la loi du mélange des gaz et de la loi de Mariotte, est aisée à retenir à cause de sa forme symétrique.

En divisant les deux membres de (3) par H, il vient :

$$(4) \qquad V = v_1\frac{h_1}{H} + v_2\frac{h_2}{H} + v_3\frac{h_3}{H} + \cdots$$

Chaque terme de la somme du second membre représente précisément, en vertu de la loi de Mariotte, le volume qu'aurait chacun des gaz sous la pression totale du mélange H. Sous cette nouvelle forme, la loi s'énonce ainsi : *le volume d'un mélange gazeux est égal à la somme des volumes qu'aurait chacun des gaz sous la pression finale du mélange, à la même température.*

Un mélange de plusieurs gaz suit la loi de Mariotte avec le même degré d'approximation que les gaz composants eux-mêmes.

En effet, si H et V, H' et V' représentent la force élastique et le volume correspondant d'un même mélange gazeux dans deux états différents, à la même température, on a d'après (3) :

$$HV = h_1v_1 + h_2v_2 + h_3v_3 + \cdots\cdots$$

$$H'V' = h_1v_1 + h_2v_2 + h_3v_3 + \cdots\cdots$$

d'où :

$$HV = H'V'$$

**2. EXPÉRIENCE DE BERTHOLLET.**[1] — On conçoit aisément comment on peut vérifier la loi du mélange des gaz que nous venons d'énoncer, puisque la vérification ne nécessite que des mesures de volumes gazeux et de forces élastiques.

Berthollet a fait, à cet égard, une expérience qui est restée célèbre. Il remplit deux ballons de même capacité, et pouvant se fermer à l'aide de robinets, l'un d'hydrogène, l'autre d'acide carbonique; les gaz y furent enfermés sous la pression atmosphérique. Les deux ballons, ayant été descendus dans les caves de l'Observatoire de Paris, furent réunis par les robinets, qui pouvaient se visser l'un sur l'autre (fig. 116); on disposa le ballon à hydrogène en haut, celui à acide carbonique en bas, puis on ouvrit les robinets de façon à mettre les deux gaz en communication.

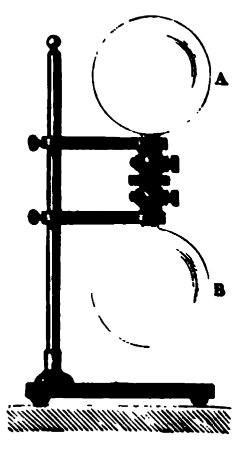


FIG. 116.

Or, les caves de l'Observatoire (portion des Catacombes) sont situées à une profondeur telle que la température y est presque invariable et que les trépidations du sol ne s'y font plus sentir. Malgré ces conditions de tranquillité, malgré la grande différence de densité, qui aurait pu faire supposer que l'acide carbonique, vingt-deux fois plus lourd que l'hydrogène, resterait en bas, les deux gaz se mélangèrent intimement.

En effet, après quelques heures, Berthollet ferma les robinets, sépara les deux ballons, et après les avoir ouverts sur le mercure constata: 1° que l'atmosphère gazeuse de chacun d'eux était sous la pression atmosphérique, car le mercure ne monta pas dans le vase, et aucune bulle de gaz n'en sortit; 2° que l'analyse donnait une égale proportion d'acide carbonique et d'hydrogène dans chaque ballon.

(1) Claude Louis Berthollet, chimiste français, né en 1748 à Talloir (Savoie), mort en 1822.

Remarquons que le premier point constaté s'accorde avec la loi énoncée ci-dessus. Car, soient $V_1$ et $V_2$ les capacités de chacun des ballons ; l'acide carbonique occupait d'abord un volume $V_1$ en possédant une force élastique H, celle de l'atmosphère; ensuite son volume est devenu $V_1 + V_2$ pour une force élastique $x$, donnée par la relation :

$$x(V_1 + V_2) = V_1 H$$

d'où :

$$x = \frac{V_1 H}{V_1 + V_2}$$

L'hydrogène occupait d'abord un volume $V_2$ et possédait la force élastique H ; ensuite son volume est devenu $V_1 + V_2$ pour la force élastique $y$ donnée par la relation :

$$y = \frac{V_2 H}{V_1 + V_2}$$

Or,

$$x + y = \frac{V_1 H}{V_1 + V_2} + \frac{V_2 H}{V_1 + V_2} = H$$

et Berthollet constata en effet que la force élastique totale du mélange était la pression atmosphérique H, c'est-à-dire, la somme de $x$ et de $y$ forces élastiques propres de chacun des gaz dans le mélange.

3. **EXPÉRIENCES DE REGNAULT, DE M. ANDREWS ET DE M. CAILLETET.** — A un degré d'exactitude plus grand, et en tenant compte de la véritable loi de compressibilité des gaz composant un mélange, même quand elle s'écarterait notablement de la loi de Mariotte, peut-on admettre encore que la force élastique totale du mélange

soit égale à la somme des forces élastiques qu'aurait chaque gaz s'il occupait seul tout l'espace ?

Quelques expériences de Regnault sur un mélange d'air et d'acide carbonique, dont la force élastique totale a varié jusqu'à deux atmosphères, ont montré que, pour les pressions ordinaires, il en était ainsi. Mais M. Andrews et M. Cailletet ont trouvé que, pour des pressions très élevées, chaque mélange gazeux avait une loi de compressibilité propre qui ne pouvait être exactement déduite de la connaissance de la loi de compressibilité de chacun des gaz composants.

## II — DISSOLUTION DES GAZ

Quand un gaz est en présence d'un liquide, on peut constater que celui-ci dissout une certaine quantité du gaz. On le voit en faisant bouillir le liquide, le gaz dissous se sépare alors sous forme de bulles qu'on peut recueillir et analyser. L'emploi de la trompe de Sprengel, que nous décrirons plus loin, permet aussi, en faisant le vide au-dessus du liquide, d'en extraire les gaz et de les recueillir.

La quantité du gaz dissous dans un liquide a une limite qui dépend non seulement des circonstances physiques (pression, température), mais encore de la nature du gaz et de celle du liquide.

**4. LOIS DE SOLUBILITÉ DES GAZ.** — Désignons par $v$ le volume qu'aurait à 0° et *pour la force élastique du gaz qui surmonte le liquide*, la dissolution étant achevée, la masse de ce gaz dissoute dans un volume $V$ de ce liquide.

On appelle *coefficient de solubilité* $c$ du gaz dans le liquide le rapport $\frac{v}{V}$ :

$$c = \frac{v}{V} \quad (1)$$

L'expérience prouve que le coefficient de solubilité est à très peu près *indépendant de la force élastique du gaz*, au moins pour les gaz peu solubles : c'est en cela que consiste la première loi de solubilité. Ce coefficient dépend de la température à laquelle se trouve le liquide, et, à de très rares exceptions près, diminue quand la température s'élève. Pour les gaz qui ne contractent pas de combinaison chimique avec le liquide, il devient nul, en général, avant la température d'ébullition de celui-ci sous la pression atmosphérique.

Soit $h$ la force élastique que posséderait le gaz dissous s'il occupait seul le volume V du dissolvant ; soit $v$ le volume qu'aurait la même masse de gaz pour la force élastique finale H de ce gaz dans l'atmosphère qui surmonte le liquide ; la loi de Mariotte fournit la relation :

$$Vh = vH$$

d'où :

(2) $$\frac{h}{H} = \frac{v}{V} = c$$

Le coefficient de solubilité peut donc encore se définir comme *le rapport qui existe entre la force élastique qu'aurait la masse de gaz dissoute, si elle occupait seule le volume du dissolvant, à la force élastique du gaz qui surmonte le liquide quand la dissolution est achevée.*

Soit $a$ la densité de ce gaz à 0° et pour l'unité de force élastique ; $aH$ étant sa densité pour la force élastique H, la masse du gaz dissous est donnée par :

(3) $$p = aHv$$

Or, comme on a, d'après (1) :

$$v = cV$$

il vient :

$$p = acHV \tag{4}$$

C'est-à-dire que, à une même température, $c$ étant indépendant de la force élastique H, la *masse p du gaz dissous est proportionnelle à la force élastique du gaz qui surmonte le liquide* quand la dissolution est achevée.

La loi précédente est applicable, soit quand le gaz considéré existe seul au-dessus du liquide, soit quand il est mélangé à d'autres gaz. Dans ce dernier cas, *chacun des gaz du mélange se dissout comme s'il était seul.* C'est une deuxième loi expérimentale fournie par l'étude de la solubilité des gaz [1].

[1] Pour bien faire comprendre cette loi, calculons les proportions d'oxygène et d'azote dissous par l'eau exposée à l'air.

Si H est la force élastique totale de l'air, la force élastique de l'oxygè[illegible] dans ce mélange est égale à $\frac{21}{100}$ H, et celle de l'azote à $\frac{79}{100}$ H. Les coef[illegible]cients de solubilité de l'azote et de l'oxygène à 0° sont respectivement 0,0[illegible] et 0,041. Soit V le volume de l'eau ; le volume qu'aurait l'azote dissous po[illegible] la force élastique $\frac{79}{100}$ H serait 0,020V ; et, par conséquent, son volum[illegible] pour une autre force élastique $H_1$, est donné par :

$$xH_1 = 0{,}020V \times \frac{79}{100} H$$

Le volume qu'aurait l'oxygène dissous pour la force élastique $\frac{21}{100}$ H [illegible]rait 0,041V, et, par conséquent, son volume $y$, pour la même force élast[illegible] H, considérée ci-dessus, est donné par :

$$yH_1 = 0{,}041V \times \frac{21}{100} H$$

[illegible] pour le rapport entre les volumes des deux gaz dissous, supposés ex[illegible] [illegible] mesurés quand ils possèdent une même force élastique $H_1$ :

$$\frac{x}{y} = \frac{0{,}020 \times 79}{0{,}041 \times 21}$$

Un liquide qui a dissous un gaz en laisse échapper une partie dans une atmosphère où ce gaz possède une force élastique moindre que celle sous laquelle la dissolution s'est effectuée ; il n'en garde, après un certain temps, que la quantité correspondant à la nouvelle force élastique du gaz qui existe au-dessus de lui. C'est ainsi que l'eau de Seltz (dissolution d'acide carbonique dans l'eau sous 3 ou 4 atmosphères de pression), exposée à l'air libre, finit par perdre presque tout l'acide carbonique qu'elle renferme.

Quand on fait le vide au-dessus d'une dissolution d'un gaz, celui-ci s'échappe du liquide.

**5. MÉTHODE DE BUNSEN POUR DÉTERMINER LE COEFFICIENT DE SOLUBILITÉ D'UN GAZ.** — On introduit dans une éprouvette, placée sur le mercure, une certaine masse du gaz étudié. On mesure sa force élastique H, puis son volume et sa température, d'où l'on déduit le volume V du gaz à 0°. On y ajoute ensuite un volume $V_1$ du liquide dans lequel on veut faire dissoudre le gaz. Quand la dissolution est achevée, ce dont on juge à ce que le volume gazeux ne varie plus, on détermine le nouveau volume V′ à 0° du gaz restant, ainsi que sa force élastique H′.

Désignons par $c$ le coefficient de solubilité du gaz ; d'après sa définition, la masse de gaz dissoute occuperait un volume $cV_1$ à 0° si elle possédait la force élastique H′. En ajoutant cette masse de gaz dissoute à la masse de gaz restant au-dessus du liquide

Si l'on veut avoir la composition de ce mélange en 100$^{\text{vol}}$, il n'y a qu'à poser :

$$x + y = 100$$

La résolution des deux équations précédentes donne :

$$x = 64{,}7$$

$$y = 35{,}3$$

ce qui est conforme à l'analyse de l'air extrait de l'eau.

quand la dissolution est terminée, les deux masses réunies occuperaient à 0° le volume $V' + cV_1$, pour la force élastique H'; et comme on aurait ainsi la masse gazeuse primitive, la loi de Mariotte fournit la relation :

$$HV = H'(V' + cV)$$

Cette égalité fait connaître $c$.



FIG. 117.

Pour réaliser commodément l'expérience, M. Bunsen se sert de l'appareil représenté figure 117. L'éprouvette graduée peut être fermée à sa partie inférieure par une pièce P. Pour cela, le haut de cette pièce forme l'écrou d'une vis que possède la partie inférieure de l'éprouvette; en tournant celle-ci dans le sens convenable, on appuie avec force son orifice contre une plaque de caoutchouc que porte la pièce P. On commence par introduire le gaz, l'éprouvette étant placée sur une cuve à mercure; puis on ferme celle-ci et on la transporte dans le manchon de verre représenté sur la figure. Après avoir mis du mercure au fond, et de l'eau par-dessus, on débouche l'éprouvette pour faire communiquer le mercure qu'elle renferme avec celui du manchon. On note alors le volume occupé

par le gaz, amené à la température connue de l'eau qui l'entoure, ainsi que sa force élastique. Pour avoir celle-ci, on mesure la hauteur barométrique, la hauteur du mercure de l'éprouvette au-dessus du mercure du manchon et enfin la hauteur de la colonne d'eau qu'il contient. Après avoir fermé de nouveau l'éprouvette, on la transporte sur la cuve à mercure et l'on y introduit une certaine quantité de liquide, dont on mesure immédiatement le volume. Lorsqu'on a replacé l'éprouvette fermée dans le manchon, on abaisse le couvercle A de celui-ci, ce qui maintient l'éprouvette en place, et l'on agite vivement l'appareil pour favoriser la dissolution du gaz. De temps en temps on débouche l'orifice de l'éprouvette pour permettre au mercure de monter par suite de la raréfaction à laquelle la dissolution du gaz a donné lieu ; quand le mercure cesse de s'élever dans l'éprouvette, on procède à la mesure de la température, du volume du gaz restant et de sa force élastique.

Faisons remarquer, qu'il faudra retrancher de la force élastique totale de l'atmosphère qui surmonte le liquide dans l'éprouvette, la force élastique maximum de la vapeur de ce liquide pour avoir la force élastique H' propre au gaz lui-même, puisque ce gaz est alors saturé de la vapeur du liquide.

On a ainsi tous les éléments nécessaires au calcul de $c$.

6. RÉSULTATS. — Les expériences faites sur la solubilité des gaz prouvent que jusqu'à trois atmosphères (on n'a guère été plus loin), le coefficient de solubilité est à peu près indépendant de la pression, pour les gaz peu solubles. Mais, pour les gaz aussi solubles que l'acide carbonique et surtout que l'acide sulfureux ou l'ammoniaque vis-à-vis de l'eau, il n'en est plus ainsi : le coefficient de solubilité augmente avec la pression.

Quant aux gaz qui contractent des combinaisons avec l'eau, comme les acides chlorhydrique, bromhydrique, iodhydrique, leur loi de solubilité s'écarte complètement de celles des autres gaz : la force élastique influe très peu sur la masse de gaz dissoute.

Le coefficient de solubilité diminue généralement quand la température s'élève ; ainsi le coefficient de solubilité de l'ammoniaque dans l'eau est d'après M. Bunsen :

| | |
|---|---|
| 0° | 1049,6 |
| 10° | 812,8 |
| 20° | 654,0 |
| 70° | 0,0 |

Pourtant, la solubilité du chlore dans l'eau passe par un maximum à 8°; celle de l'hydrogène dans l'eau et celle de l'oxygène dans l'alcool restent à peu près constantes entre 0° et 20° ; tandis que la solubilité de l'hydrogène dans l'alcool et celle de l'oxygène dans l'eau suivent la loi générale.

# CHAPITRE VI

## .PPAREILS PNEUMATIQUES ET POMPES

### I. MACHINES PNEUMATIQUES

désigne sous le nom de *machine pneumatique* un appareil ıé à raréfier l'air, ou tout autre gaz, contenu dans un ient.

**PRINCIPE DE LA MACHINE PNEUMATIQUE.** — Réduite à ses ıes essentiels, la ma- pneumatique se com- d'un corps de pompe C 118) dans lequel peut se voir un piston ; la base orps de pompe commu- e par un conduit avec le ɔient R contenant le gaz ı veut raréfier. Ce con- possède, dans le voisi- immédiat du corps de ɔe, un robinet *r* permet- d'intercepter et d'éta- à volonté la communi- n avec le récipient, ou tout autre dispositif produisant le ıe effet. Le piston présente une ouverture à soupape *s* ; celle- erme l'ouverture, quand la force élastique de l'atmosphère égale ou supérieure à celle du gaz contenu dans le corps de

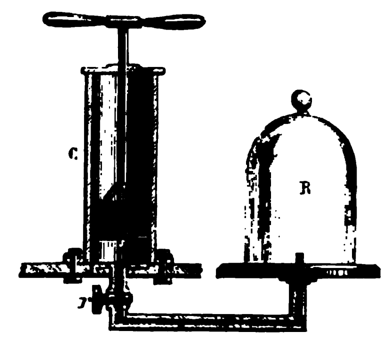


FIG. 118.

pompe, et, au contraire, se soulève et livre passage au gaz emprisonné sous le piston, dès que sa force élastique devient supérieure à celle de l'atmosphère.

Supposons que le piston soit au bas de sa course, que le robinet *r* soit ouvert, et que le gaz contenu dans le récipient soit sous une pression $H_0$ au plus égale à celle de l'atmosphère.

Dans ce cas, la soupape *s* ferme l'ouverture du piston. Si nous soulevons celui-ci, l'air du récipient se détend, et une portion de cet air passe dans la partie inférieure du corps de pompe. Le volume de la masse gazeuse augmentant, sa force élastique diminue, et la soupape *s* reste fermée. Appelons R le volume du récipient et C celui du corps de pompe quand le piston est au haut de sa course; soit alors $H_1$ la force élastique du gaz qui occupe le volume R + C; la loi de Mariotte fournit la relation.

$$(1) \qquad H_1(R + C) = H_0 R$$

d'où :

$$(2) \qquad H_1 = H_0 \frac{R}{R + C}$$

A ce moment, fermons le robinet *r*; le gaz emprisonné dans récipient possède une force élastique $H_1$. Abaissons le piston gaz enfermé dans le corps de pompe, diminuant de volu augmente de force élastique, et celle-ci, d'abord moindre q la pression atmosphérique, lui devient égale quand le volume suffisamment réduit. La soupape, qui jusque-là avait fer l'ouverture du piston, se soulève alors si l'on continue à abais celui-ci, et le gaz contenu à la partie inférieure du corps pompe s'échappe dans l'atmosphère. Quand le piston est au b de sa course et au repos, l'équilibre de pression se prod entre la très petite quantité de gaz qui reste au-dessous de lui l'atmosphère; la soupape retombe alors par son poids, et fer l'ouverture. L'appareil se trouve ainsi ramené à l'état qui n a servi de point de départ; mais le gaz enfermé dans le récipi

possède maintenant une force élastique $H_1$ inférieure à la force élastique initiale $H_0$. Il résulte de là que, si nous recommençons la même série d'opérations, nous réduirons la force élastique du gaz à une nouvelle valeur $H_2$, qui sera donnée par la formule (2) dans laquelle il faudra changer $H_1$ en $H_2$ et $H_0$ en $H_1$, c'est-à-dire par :

$$(3) \qquad H_2 = H_1 \frac{R}{R+C}$$

d'où, en remplaçant $H_1$ par sa valeur tirer de (2) :

$$H_2 = H_0 \left( \frac{R}{R+C} \right)^2$$

On voit, de même, qu'après trois coups de piston, la force élastique du gaz dans le récipient est réduite à une valeur $H_3$, donnée par :

$$H_3 = H_2 \frac{R}{R+C} = H_0 \left( \frac{R}{R+C} \right)^3$$

et qu'enfin, après $n$ coups de piston, la force élastique $H_n$ du gaz dans le récipient est donnée par :

$$H_n = H_0 \left( \frac{R}{R+C} \right)^n$$

La fraction $\frac{R}{R+C}$ étant plus petite que l'unité, $H_n$ est d'autant plus faible que $n$ est plus grand, et tend vers zéro quand le nombre des coups de piston tend vers l'infini. D'après cela, si l'on n'atteint pas le vide parfait, on peut s'en rapprocher de plus en plus.

Remarquons que, lorsqu'on abaisse le piston, l'air qui se trouve

au-dessous de lui est, dans chaque opération, plus raréfié que dans l'opération précédente ; par conséquent, il faut abaisser le piston davantage pour que la soupape se soulève et permette au gaz de s'échapper.

**2. INFLUENCE DE L'ESPACE NUISIBLE.** — Dans le raisonnement précédent, nous avons supposé qu'aucune masse gazeuse n'existait entre la base du corps de pompe et la partie inférieure du piston, quand celui-ci est au-bas de sa course. Quelque parfaite que soit la construction de l'appareil, cette supposition ne peut être rigoureusement exacte. Or le petit espace plein d'air, qui reste alors entre le piston et la base du corps de pompe, a pour effet d'empêcher le gaz du récipient d'être raréfié au delà de toute limite, comme nous allons le montrer. De là, le nom *d'espace nuisible* qu'on lui donne.

Désignons par $u$ la capacité de l'espace nuisible, et désignons, comme ci-dessus, par R et par C les capacités du récipient et du corps de pompe.

Supposons le piston au bas de sa course, et le robinet $r$ fermé. Soit alors H la force élastique de l'air emprisonné dans l'espace nuisible ; H est au plus égal à la pression atmosphérique, car sans cela la soupape du piston se soulèverait immédiatement. Tout en laissant le robinet fermé, soulevons maintenant le piston jusqu'au haut de sa course : la soupape du piston reste fermée, et la masse d'air, qui, en occupant le volume $u$, possédait une force élastique H, occupant maintenant un volume C, prend une force élastique $h$. Celle-ci est donnée, d'après la loi de Mariotte, par la relation :

$$(1) \qquad Ch = uH \qquad \text{d'où :} \qquad h = H\frac{u}{C}$$

Supposons que nous établissions maintenant la communication entre le corps de pompe et le récipient ; il est clair que le partage de l'air va se produire, et que la force élastique $H_{n+1}$, qui va en résulter pour le gaz du récipient, sera exactement la même que si le robinet $r$ avait été ouvert dès le début de l'ascension du piston. Or, soit $H_n$ la force élastique de l'air emprisonné dans le récipient avant d'ouvrir le robinet ; au moment où la

communication s'établit, si $H_n$ est plus grand que $h$, une certaine quantité d'air passe du récipient dans le corps de pompe, et la pression diminue dans celui-là : puisque $H_{n+1}$ est plus petit que $H_n$ la limite de la raréfaction n'était pas atteinte. Si au contraire $H_n$ est égal à $h$, au moment de l'ouverture du robinet, l'air du récipient ne passe pas dans le corps de pompe : la limite de raréfaction est atteinte dans ce récipient, puisqu'on ne peut plus en extraire de l'air par le jeu de la machine.

La force élastique $h$, donnée par la relation (1), est ainsi la limite du degré de raréfaction qu'on peut atteindre dans le récipient (1).

Dans le fonctionnement de la machine tel que nous l'avons décrit ci-dessus, quand on abaisse le piston, la soupape de celui-ci se lève à un certain moment, et la communication entre la partie inférieure du corps de pompe et l'atmosphère étant ainsi

(1) On peut reprendre le calcul de la force élastique obtenue dans le récipient après $n$ coups de piston, en tenant compte de l'espace nuisible, ce qui va nous conduire au même résultat pour la limite du degré de raréfaction.

Soit $H_i$ la force élastique du gaz contenu dans le récipient au bout de $i$ coups de piston ; soit H la force élastique (toujours la même) de l'air de l'espace nuisible, quand le piston est au bas de sa course. Nous avons alors deux masses d'air, l'une occupant le volume R et possédant une force élastique $H_i$, l'autre occupant le volume $u$ et ayant une force élastique H. Quand le piston sera au haut de sa course, l'ensemble des deux masses d'air occupera le volume R + C et possèdera la force élastique $H_{i+1}$ ; la loi du mélange des gaz donne la relation :

$$(R + C)H_{i+1} = RH_i + uH$$

d'où :

$$H_{i+1} = H_i \frac{R}{R + C} + H \frac{u}{R + C}$$

Faisant successivement dans cette formule générale

$$i = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots n-1, n$$

établie, l'air se trouve emprisonné sous la pression at
phérique dans l'espace nuisible, au moment où la soupa[

nous obtiendrons les $n$ égalités suivantes :

$$H_1 = H_0 \frac{R}{R+C} + H \frac{u}{R+C}$$

$$H_2 = H_1 \frac{R}{R+C} + H \frac{u}{R+C}$$

$$H_3 = H_2 \frac{R}{R+C} + H \frac{u}{R+C}$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$$H_{n-1} = H_{n-2} \frac{R}{R+C} + H \frac{u}{R+C}$$

$$H_n = H_{n-1} \frac{R}{R+C} + H \frac{u}{R+C}$$

Si l'on veut éliminer les forces élastiques intermédiaires

$$H_1 \quad H_2 \quad H_3 \quad \ldots \quad H_{n-1},$$

il suffit de multiplier chacune des équations respectivement par

$$1 \quad \left(\frac{R}{R+C}\right)^1 \quad \left(\frac{R}{R+C}\right)^2 \quad \left(\frac{R}{R+C}\right)^3 \quad \ldots \quad \left(\frac{R}{R+C}\right)^{n-1}$$

en commençant par la dernière, pour que les mêmes forces élastiq[
trouvent, dans deux équations successives, multipliées par le même fa[
en ajoutant membre à membre les égalités ainsi traitées, les pressions

$$H_1 \; H_2 \; \ldots \; H_{n-1}$$

disparaissent [illegible]

$$[illegible] \frac{R}{R+C} [illegible]$$

rme: Dans ce cas, H étant égal à la pression atmosbérique, la limite de raréfaction $h$ est la fraction $\frac{u}{C}$ de celle-ci. ais, supposons qu'à l'aide d'une autre machine pneumatique ous raréfions l'air contenu dans l'espace nuisible, H diminuant valeur, la limite de raréfaction $h$ dans le récipient de la première achine diminuera proportionnellement : tel est le principe du rfectionnement de Babinet dont nous parlerons plus loin.

Ajoutons qu'une autre cause limite le degré de raréfaction ; est la rentrée de l'air qui se produit entre les bords du piston les parois du corps de pompe, ou par l'ouverture du piston, e la soupape ne ferme jamais d'une façon absolue.

**3. FORCE A VAINCRE POUR SOULEVER LE PISTON.** — Le piston de machine que nous venons de décrire est pressé extérieurement ar l'atmosphère et intérieurement par le gaz contenu dans le corps pompe. Ces deux pressions sont inégales pendant la marche cendante du piston, puisque le corps de pompe communique rs avec le récipient, et d'autant plus inégales que la raréfaction poussée plus loin dans celui-ci. Pour fixer les idées, supposons la force élastique soit réduite à n'être plus équilibrée dans écipient que par 1 cent. de mercure, tandis que la pression

tre crochets se trouve la somme des termes d'une progression géométri- cette somme est égale à :

$$\frac{1-\left(\frac{R}{R+C}\right)^n}{1-\frac{R}{R+C}}=\frac{(R+C)\left[1-\left(\frac{R}{R+C}\right)^n\right]}{C}$$

mplaçant, il vient :

$$H_n = H_0\left(\frac{R}{R+C}\right)^n + H\frac{u}{C}\left[1-\left(\frac{R}{R+C}\right)^n\right]$$

voit que si $n$ tend vers l'infini, $H_n$ tend vers $H\frac{u}{C}$.

atmosphérique est équilibrée par 76 cent.; supposons en outre que le piston ait $\frac{1}{2}$ décimètre carré de surface. La pression extérieure sera égale au poids de $\frac{1}{2} \times 103,33$ kilogrammes, et la pression intérieure ne sera égale qu'au poids de

$$\frac{1}{2} \times 103,33 \times \frac{1}{76} \text{ kilogrammes.}$$

La différence des deux pressions, c'est-à-dire la force à vaincre pour soulever le piston, sera égale au poids de

$$\frac{1}{2}\,103,33 - \frac{1}{2}\,103,33 \times \frac{1}{76} = 51 \text{ kilogrammes.}$$

C'est donc un effort considérable qu'il faudra faire ; c'est un travail très grand qu'il sera nécessaire d'effectuer à chaque coup de piston. Il est vrai que cette différence de pression facilite la manœuvre lors de la descente du piston, mais sans grand bénéfice pour l'opérateur, dans la machine à un seul corps de pompe, telle que nous l'avons décrite. Il n'en est plus de même, si l'on emploie une machine possédant deux corps de pompe symétriques (fig. 121) dont les pistons sont reliés par une disposition mécanique telle que l'un soit forcé de monter quand l'autre descend, et qui font alternativement le vide dans le même récipient. Les pressions exercées par l'atmosphère sur chacun des pistons de même surface se font mutuellement équilibre, et l'opérateur n'a plus à vaincre que la différence des pressions sur les faces inférieures. Or cette différence n'est pas très considérable, au moins dans la plus grande partie de la course des pistons.

On peut aussi éviter l'inconvénient d'avoir à vaincre la pression atmosphérique, tout en employant un seul corps de pompe, par diverses modifications, que nous décrirons plus loin dans la disposition de la machine.

Outre les différences de pression, l'opérateur a encore à surmonter les frottements des pistons contre les parois du corps de pompe; ces frottements sont considérables et rendent la manœuvre de la machine pneumatique assez pénible.

4. **HISTOIRE DE LA MACHINE PNEUMATIQUE.** — C'est à Otto de Guéricke, bourgmestre de la ville de Magdebourg, qu'est due l'invention de la machine pneumatique (1650). Après quelques essais infructueux pour retirer, avec une pompe, l'eau d'un tonnelet exactement plein, l'ingénieux expérimentateur eut l'idée d'extraire l'air contenu dans un globe de cuivre, en se servant d'une sorte de seringue adaptée à ce récipient. Le globe de cuivre possédait un robinet à la partie inférieure, et le corps de pompe présentait, dans la partie voisine du récipient, une ouverture fermée par un second robinet, qui permettait de faire évacuer l'air.

Otto de Guéricke perfectionna ensuite dans ses détails cet appareil primitif, et il s'en servit pour exécuter de nombreuses et remarquables expériences sur le vide; nous en avons déjà rapporté quelques-unes (hémisphères de Magdebourg, crève-vessie, vessie qui se gonfle dans le vide, etc...). Il comprit parfaitement du reste que son appareil ne permettait pas d'obtenir un vide absolu, et il se fit une idée très exacte de l'élasticité des gaz.

Robert Boyle en Angleterre, après avoir eu connaissance des expériences de Magdebourg, perfectionna l'appareil précédent, en rendant sa manœuvre plus commode [1].

Mais c'est surtout à Denis Papin [2], médecin de Blois, que sont dus les perfectionnements les plus importants. Ce fut lui qui eut l'heureuse idée d'employer deux corps de pompe, ce qui rend la manœuvre bien moins pénible. C'est aussi lui qui remplaça les robinets par des soupapes à fonctionnement automatique. Enfin il fit déboucher le conduit, qui part des corps de pompe, au milieu d'une plateforme (*platine*) à surface plane bien dressée, pour pouvoir faire le vide sous une cloche. Il donna, par conséquent, à la machine pneumatique sa forme actuelle (fig. 119).

Ajoutons que c'est l'ingénieur anglais Smeaton [3] qui ima-

(1) C'est Boyle qui employa le premier une roue dentée engrenant avec une crémaillère que porte la tige du piston, disposition qui est encore employée aujourd'hui.

(2) Denis Papin, né à Blois en 1647, mort en 1710.

(3) John Smeaton né en 1724, mort en 1792.

gina de mettre en communication avec le récipient une éprouvette renfermant un petit baromètre à siphon pour indiquer la force élastique du gaz qui reste dans le récipient.

Plus récemment Babinet, par un artifice ingénieux, a diminué beaucoup l'inconvénient de l'espace nuisible, et MM. Bianchi, Deleuil, Carré ont donné à la machine pneumatique des formes d'un usage commode dans la pratique.

Enfin la pompe à mercure de Geissler et surtout la trompe de Sprengel permettent d'obtenir le vide le plus parfait qu'on ait pu réaliser.




Fig. 119.

5. **MACHINE PNEUMATIQUE A DEUX CORPS DE POMPE (fig. 119).** — Cette machine, encore la plus fréquemment employée dans les cabinets de physique, se compose de deux corps de pompe généralement en cristal. Le pourtour des pistons (fig. 120) est formé par des rondelles de cuir graissées, empilées et com-

ntre deux disques de laiton A et B. Ces pistons sont
ıne soupape Z permet à l'air emprisonné dans le corps
de s'échapper dans l'atmosphère, mais empêche le
rerse. Les tiges des pistons sont formées par des
es K et K' (fig. 121) engrenant dans une même roue
, que l'on met en mou-
ır un levier à deux mani-
. De cette façon, quand
istons s'abaisse l'autre re-
ı conduit C ou C' part de
inférieure de chacun des
ıompe ; ces deux conduits
ıoutissent à un canal U,
che au milieu d'une platine
r une glace dépolie par-
plane P (fig. 119). Celle-
supporter une cloche de
ırd bien rodé, qui peut s'ap-
xactement sur la platine ;
le suif rend la fermeture
L'orifice de chacun des
: et C' est évasé en tronc de

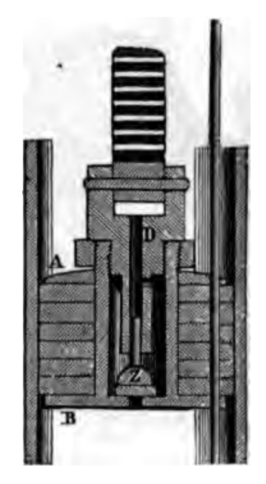


FIG. 1

121); un bouchon conique *s* ou *s'* peut fermer cet
est actionné par une tige verticale, qui passe à frotte-
à travers le piston. Quand celui-ci commence à
a tige, entraînée par le piston, débouche l'orifice, et
e pompe communique avec le récipient; mais presque
'extrémité supérieure de cette tige est arrêtée par le
du corps de pompe; elle glisse alors à l'intérieur du
le bouchon ne reste que très peu soulevé au-dessus
e. Quand le piston s'abaisse, il pousse la tige, et
trouve immédiatement fermé. On voit que ce dispo-
ıit le même effet que le robinet *r* de l'appareil simple
qui nous a servi à expliquer la manière dont fonctionne
ıe pneumatique; mais sa manœuvre est automatique,
un grand avantage.

rajet du canal aboutissant à la platine est placée une
e E (fig. 119) contenant un petit baromètre à siphon;

la différence de niveau entre le mercure de la branche fermée et celui de la branche ouverte donne la valeur de la force élastique du gaz dans le récipient.

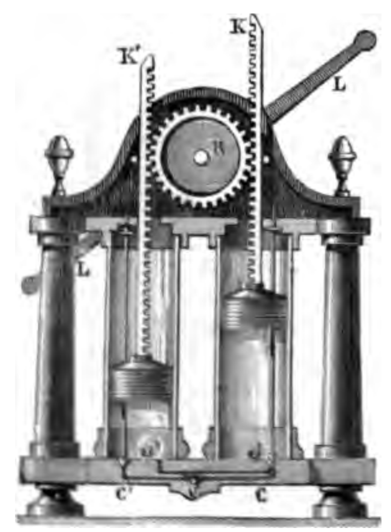



Fig. 121.

Comme les pistons ne tiennent jamais d'une façon parfaite, quand on veut maintenir le vide dans le récipient, on interrompt le canal de communication de la platine aux corps de pompe à l'aide d'un gros robinet X (fig. 119). En faisant faire un quart de tour à celui-ci dans le sens convenable, il présente du côté de la platine (fig. 122) l'orifice d'un conduit qui se recourbe à l'intérieur du robinet et vient déboucher extérieurement par un orifice O, fermé habituellement par un petit bouchon à vis ; en enlevant celui-ci on permet à l'air extérieur de rentrer dans le récipient.

**6. PERFECTIONNEMENT DE BABINET.** — Nous avons déjà donné plus haut, § 2, le principe de ce perfectionnement : *raréfier l'air contenu dans l'espace nuisible du corps de pompe qui fait le vide dans le récipient, pour reculer le degré de raréfaction qu'on peut obtenir dans celui-ci.*

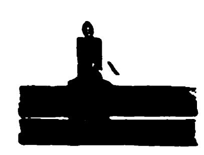


Fig. 122.

Quand, avec l'appareil à deux corps de pompe, on est arrivé à peu près à la limite de raréfaction qu'on peut obtenir par le jeu ordinaire de la machine, on intercepte la communication du récipient avec l'un des corps de pompe. On emploie alors celui-ci à raréfier l'air dans le second corps de pompe, qui, lui, continue à faire le vide dans le récipient.

ır obtenir ce résultat, on peut employer le dispositif nt ([1]). Un tube T (fig. 123 et 124) fait communiquer le con-

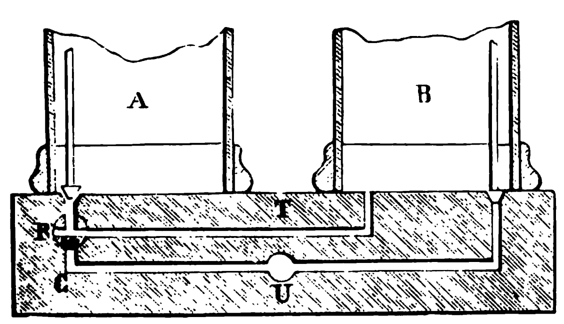


Fig. 123.

C du corps de pompe A avec le corps de pompe B, dans l il débouche librement. A la jonction des deux conduits T, se trouve un robinet à trois R. Quand on veut faire fonction- a machine à la manière ordinaire, rme le robinet dans la position de ure 124; le tube T ne joue alors ı rôle, et les deux corps de pompe lternativement le vide dans le ré- ıt. Quand on veut appliquer le ipe de Babinet, on tourne le robi- dans la position de la figure 123. rps de pompe B continue à faire e dans le récipient, avec lequel A de communiquer; mais A com- que maintenant avec le corps de pompe B par le conduit T; i fait que B joue le rôle de récipient par rapport à A.

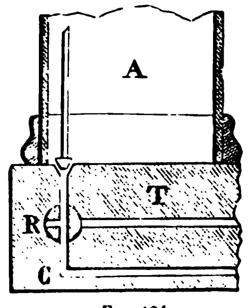


Fig. 124.

[1] Le dispositif varie un peu suivant les constructeurs ; nous décrivons non le plus employé, du moins le plus simple et peut-être le meilleur.

Supposons le piston de B au haut de sa course, le piston A en bas. Il existe dans B un volume C d'air dont la force élastique est $H_i$, celle du gaz contenu dans le récipient ; et dans l'espace nuisible du corps de pompe A se trouve un volume $u'$ d'air sous la pression atmosphérique H. Quand le piston de B s'abaisse, celui de A se relève et l'air passe de B, qui ne communique plus avec le récipient, dans A. La force élastique $H'_i$ de cet air, quand les pistons sont à l'extrémité de leur course, est donnée par la relation :

$$H'_i(u + C') = H_iC + u'H$$

$u$ étant la capacité de l'espace nuisible de B et C′ la capacité du corps de pompe A. D'où :

$$(1) \qquad H'_i = \frac{C}{u + C'} H_i + \frac{u'}{u + C'} H$$

Quand le piston de A commence à s'abaisser, la communication entre les deux corps de pompe est interrompue, et l'air enfermé ainsi dans l'espace nuisible de B possède la force élastique $H'_i$; or celle-ci est d'autant plus faible que la force élastique $H_i$ de l'air dans le récipient est elle-même plus faible. Il est aisé de voir (1) que la limite de raréfaction qu'on peut alors obtenir dans

(1) Si l'on soulève le piston B, la communication avec A étant interrompue, l'air de l'espace nuisible qui occupait le volume $u$ et possédait la force élastique $H'_i$ se répand dans le corps de pompe ainsi que l'air du récipient R, soit $H_{i+1}$ la force élastique de l'air dans le récipient et dans B, quand le piston est au haut de sa course. On a :

$$(R + C) H_{i+1} = RH_i + uH'_i$$

et en remplaçant $H'_i$ par sa valeur, tirée de (1) :

$$(R + C) H_{i+1} = RH_i + \frac{uC}{u + C'} H_i + \frac{uu'}{u + C'} H$$

le récipient est égale sensiblement à $\left(\frac{u}{C}\frac{u'}{C'}\right)$H ; ou si $\frac{u}{C}=\frac{u}{C'}$, à $\left(\frac{u}{C}\right)^2$H. Par exemple, si $\frac{u}{C}=\frac{1}{100}$, la limite de raréfaction sans le perfectionnement de Babinet est $\frac{H}{100}$, et avec le perfectionnement $\frac{H}{10000}$.

d'où :

$$H_{i+1} = H_i\left(\frac{R+\frac{uC}{u+C'}}{R+C}\right)+H\frac{\frac{uu'}{u+C'}}{R+C}$$

Cette égalité ne diffère de celle du § 2 (note) que par le changement de

$$\frac{R}{R+C} \text{ en } \left(\frac{R+\frac{uC}{u+C'}}{R+C}\right) \text{ et par celui de } \frac{u}{R+C} \text{ en } \frac{\frac{uu'}{u+C'}}{R+C}$$

On doit donc avoir :

$$H_n = H_0\left(\frac{R+\frac{uC}{u+C'}}{R+C}\right)^n + H\frac{\left(\frac{uu'}{u+C'}\right)}{C\left(1-\frac{u}{u+C'}\right)}\left[1-\left(\frac{R+\frac{uC}{u+C'}}{R+C}\right)^n\right]$$

la limite de raréfaction, quand $n$ tend vers l'infini, est donc :

$$H\frac{\frac{uu'}{u+C'}}{C\left(1-\frac{u}{u+C'}\right)}$$

et comme $\frac{u}{u+C'}$ est négligeable devant l'unité, et que $u$ est négligeable devant C', il reste :

$$H\left(\frac{u}{C}\frac{u'}{C'}\right)$$

Un raisonnement moins précis, mais plus rapide, permet de trouver la

**7. MACHINE PNEUMATIQUE DE M. BIANCHI.** — Cet appareil (fig. 125 et 126) n'a qu'un seul corps de pompe ; mais le piston fait le vide dans le récipient en montant et en descendant.

Pour cela la tige du piston est cylindrique et passe à frottement dans une boîte à cuir qui ne permet pas la communication de la partie supérieure du corps de pompe avec l'air extérieur. Le canal qui vient du récipient se bifurque en deux conduits, qui débouchent, l'un à la partie supérieure, l'autre à la partie inférieure du corps de pompe. Une même tige, passant à frottement dur dans le piston, porte à ses extrémités les bouchons coniques qui doivent fermer alternativement les orifices de ces conduits. L'air qui se trouve au-dessus du piston, peut s'échapper dans l'atmosphère par une soupape placée à la partie supérieure du corps de pompe, dès que, par suite de la compression, la force élastique de cet air devient plus grande que la pression atmosphérique. Du reste, le piston

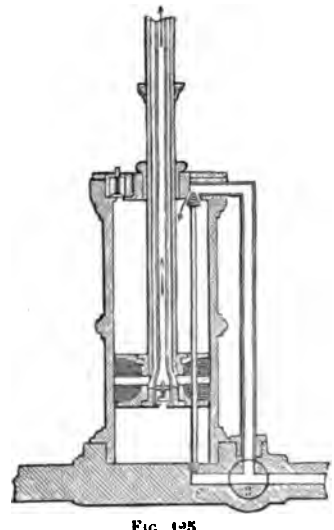


Fig. 125.

valeur de la limite. L'espace nuisible de B pouvant se considérer comme le récipent de A, la limite de raréfaction de l'air $h$ qu'on peut atteindre dans ce récipient est donnée par :

$$h = \frac{u'}{C} H$$

D'un autre côté, si $h$ est la force élastique finale de l'air dans l'espace nuisible de B, la limite de raréfaction dans le récipient est

$$h \frac{u}{C} = H \frac{u'}{C} \frac{u}{C}$$



présente une soupape disposée comme dans la machine ordinaire; elle permet à l'air comprimé dans la partie inférieure

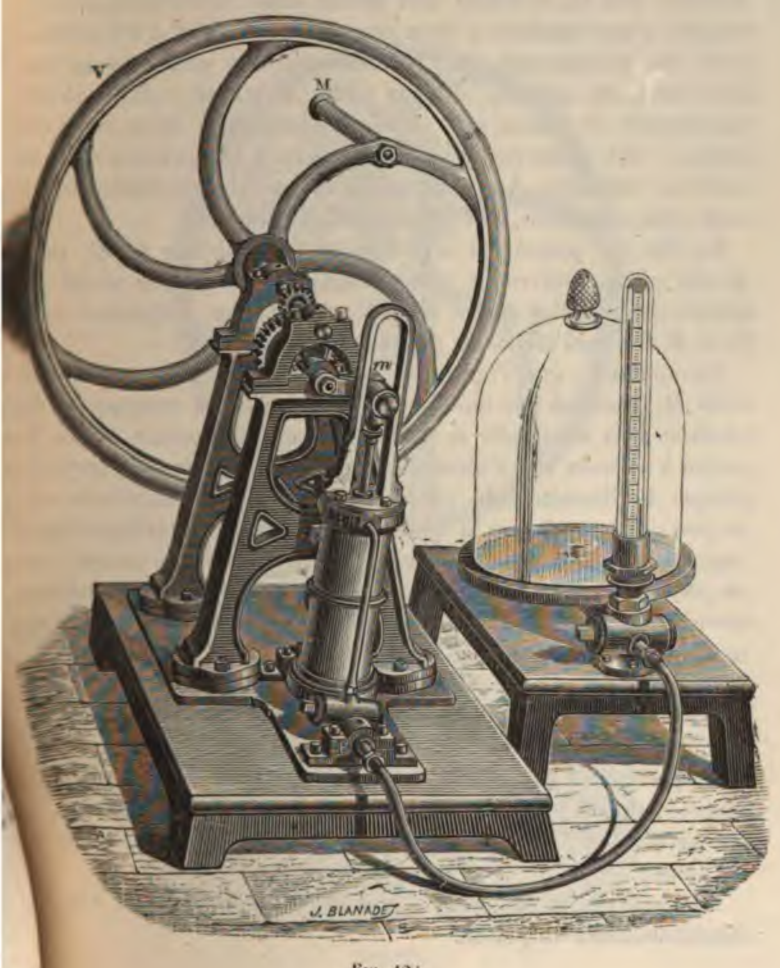



Fig. 125.

du corps de pompe de s'échapper dans l'atmosphère, la tige

du piston étant creuse, et formant un canal qui débouche au dehors.

On voit que, si le piston est animé d'un mouvement de va et vient, l'air du récipient sera raréfié aussi rapidement que par l'emploi d'une machine à deux corps de pompe. On n'a à vaincre, outre les frottements, que la différence des pressions sur les deux faces du piston, et, par suite, le travail consommé est exactement le même que dans la machine à deux corps de pompe. Cet appareil présente ainsi tous les avantages de la machine ordinaire. Ajoutons que sa manœuvre est rendue beaucoup plus commode, par la disposition suivante.

La tête du piston est articulée à une manivelle *m*, et, pour qu'elle puisse suivre le mouvement de celle-ci, le corps de pompe peut osciller autour d'un axe de rotation coïncidant avec l'axe B du canal allant au récipient.

Un volant V, que l'opérateur fait tourner à l'aide de la manivelle M, transmet par une série d'engrenages un mouvement de rotation à la manivelle *m* qui, décrivant un cercle, force le piston à s'élever et à s'abaisser alternativement dans le corps de pompe. Le diamètre du cercle décrit par cette manivelle est un peu plus grand que la course du piston. Il en résulterait une impossibilité dans la manœuvre de l'appareil si l'articulation *m* ne présentait pas un peu de jeu ; mais des plaques de caoutchouc, interposées entre la tête du piston et la manivelle, se compriment quand celui-ci est à l'une des extrémités de sa course. Cette disposition a pour but de faire appuyer avec force le piston contre le fond ou contre la partie supérieure du corps de pompe ce qui réduit au minimum l'espace nuisible.

La platine est séparée du reste de l'appareil; elle communique avec le canal B par un tube de caoutchouc à parois épaisses, qui par sa flexibilité, se prête au mouvement de va et vient du corps de pompe.

Ajoutons qu'un système de graissage ingénieux assure le bon fonctionnement du piston.

8. **MACHINE DE M. DELEUIL.** — Comme la précédente, cette machine n'a qu'un seul corps de pompe (fig. 127 et 128); mais

immobile, le mouvement de la tête du piston étant rectiligne, oiqu'obtenu par la rotation continue d'un volant (1).

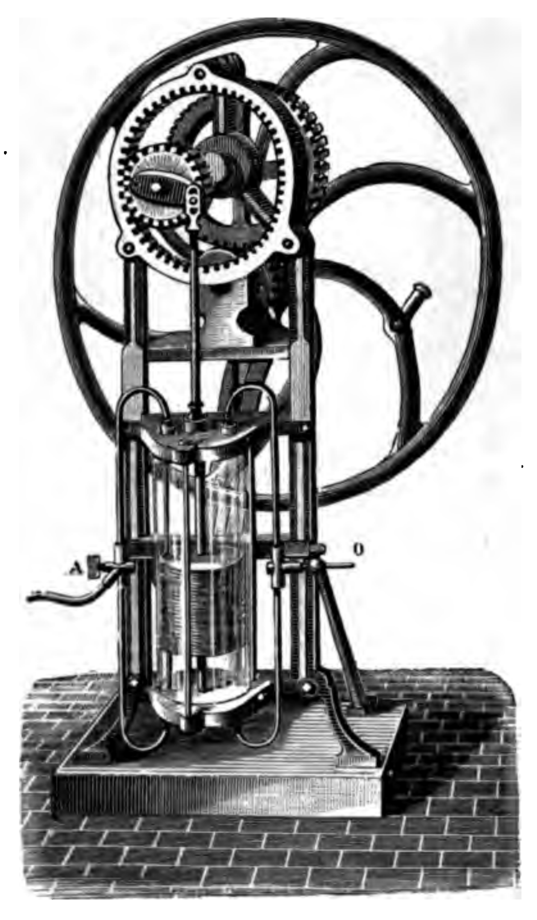



Fig. 127.

Le système d'engrenages, qui réalise cette transformation d'un mouve- circulaire en un mouvement rectiligne, est fondé sur la propriété que

Le piston (fig. 128) ne présente pas de soupape, la partie inférieure et la partie supérieure du corps de pompe étant symétriques, et possédant chacune une soupape S et S′ pour le rejet de l'air à l'extérieur. L'air rejeté pénètre dans des conduits se réunissant en un seul canal C; ce qui permet de se servir de cet appareil pour comprimer un gaz dans un réservoir. La communication alternative de la partie inférieure et de la partie supérieure du corps de pompe avec le récipient a lieu comme dans la machine de M. Bianchi.

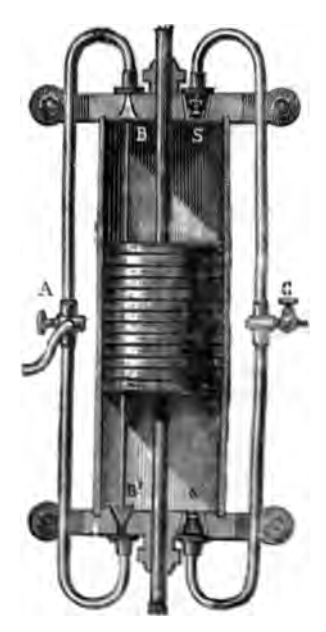


Fig. 128.

Ce qui constitue surtout l'originalité de l'appareil c'est la forme du piston. Celui-ci consiste en un cylindre de cuivre, d'une hauteur assez grande, et qui présente de distance en distance des rainures circulaires. Son diamètre est un peu inférieur (environ de 1/25 de millimètre) à celui du corps de pompe : il ne le touche donc pas, et, dans son mouvement, ce piston qui n'est pas graissé, glissant sans frottements, ne s'use ni ne s'échauffe.

Malgré ce défaut de contact, l'appareil fonctionne comme si le piston interceptait toute communication entre les deux parties du corps de pompe, à cause de la grande difficulté qu'éprouve un fluide à traverser un espace capillaire présentant des renflements et des étranglements successifs.

**9. MACHINE DE M. CARRÉ.** — Cet appareil (fig. 129) se compose

possède un certain point d'un cercle, qui roule à l'intérieur d'un autre cercle de rayon double, décrit le diamètre de ce dernier cercle.

ɪn seul corps de pompe P fixe, long et étroit. Le mouvement du ıton s'obtient à l'aide d'un levier LF, et par le procédé très

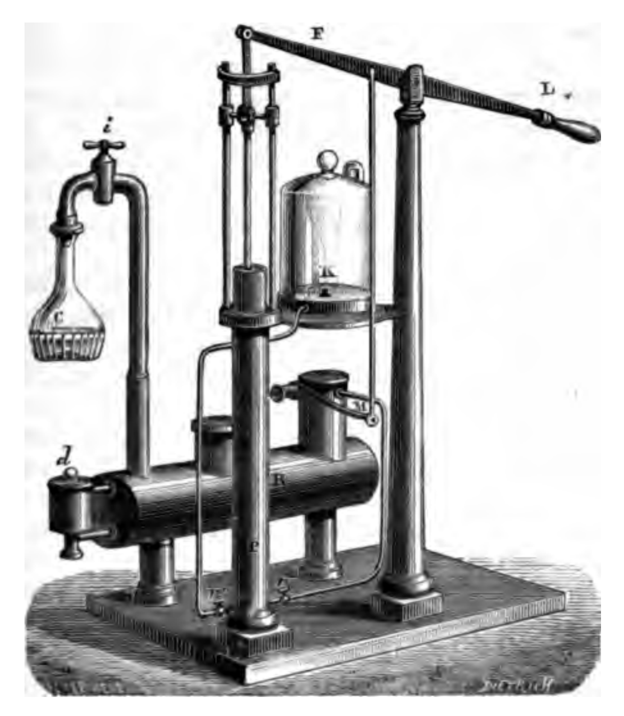



FIG. 1:9.

ple que la figure suffit à faire comprendre. La base seule du ›s de pompe communique avec le récipient au moyen d'un ori- pouvant être fermé par un bouchon conique ; ce bouchon est ·é par une tige qui passe à travers le piston, à la façon ordi- ·e. Quant à celui-ci, il présente une soupape, disposée comme ıs la première machine que nous avons décrite ; elle permet faire communiquer la partie inférieure du corps de pompe avec partie supérieure, qui est close, la tige du piston passant ns une boîte à cuir. Enfin, une soupape s'ouvrant de l'intérieur

à l'extérieur permet le rejet au dehors de l'air comprimé dai la partie supérieure du corps de pompe.

Supposons le piston au bas de sa course, et toutes les sou papes fermées. Dès que le piston s'élève, l'orifice du canal abou tissant au récipient est débouché et l'air se partage entre celui ci et le corps de pompe, comme dans la machine ordinaire D'un autre côté, la soupape du piston étant restée fermée l'air est emprisonné dans la partie supérieure du corps de pompe ; à un certain moment, sa force élastique devient égale à la pression atmosphérique, et le piston continuant à s'élever, la soupape supérieure s'ouvre et laisse échapper l'air dans l'atmosphère.

Le piston étant parvenu à l'extrémité de sa course, cette soupape se ferme, et il ne reste qu'un peu d'air sous la pression atmosphérique dans l'espace nuisible de la partie supérieure du corps de pompe. Aussi quand le piston s'abaisse, presque tout de suite la force élastique de l'air au-dessus de lui devient-elle moindre qu'au-dessous ; la soupape s'ouvre, et l'air, sans changer de force élastique, passe de la partie inférieure à la partie supérieure du corps de pompe.

Arrivée au bas de sa course, la soupape du piston se ferme et emprisonne dans l'espace nuisible de l'air sous une force élastique à peine supérieure à celle de l'air du récipient, tr faible, par conséquent, vers la fin de l'opération.

On obtient ainsi le même résultat qu'avec le perfectionnem de Babinet, ce qui permet de pousser très loin la raréfactio l'air.

Quand le gaz est déjà très raréfié dans le récipient, il arriver que, lors de la descente du piston, la soupape qu'i sède reste constamment fermée ; l'adhérence produite p huiles épaissies s'opposant à l'effet d'une faible différe pression. On évite cet inconvénient, dans l'appareil de M par la disposition suivante : la soupape dépasse légèrem base inférieure du piston ; il en résulte qu'au moment où vient à rencontrer le fond du corps de pompe, cette sou trouve soulevée mécaniquement.

Une disposition semblable force la soupape supérieur vrir quand le piston arrive au haut de sa course.

Comme cet appareil est destiné spécialement à produire la congélation de l'eau d'une carafe C, par suite de l'ébullition à basse température dans le vide, on place, sur le trajet du conduit allant du corps de pompe à la carafe, un cylindre horizontal R à moitié plein d'acide sulfurique. Cet acide absorbe la vapeur d'eau provenant de l'évaporation, et l'opérateur n'est pas obligé de l'enlever mécaniquement à l'aide de la machine. Un agitateur M mis en mouvement par le jeu du levier LF renouvelle sans cesse la surface de l'acide sulfurique.

Quoique construit dans un but spécial, cet appareil fort simple constitue une excellente machine pneumatique.

Une platine K, à laquelle aboutit un conduit venant du corps de pompe, permet de réaliser toutes les expériences qu'on fait avec la machine ordinaire.

**10. POMPE A MERCURE.** — Le vide obtenu à l'aide des machines précédentes est moins parfait que le vide de Torricelli. M. Geissler, en revenant au procédé de ce physicien, a construit un appareil, connu sous le nom de *pompe à mercure*, permettant de pousser très loin la raréfaction d'un gaz. Dans l'appareil de M. Geissler, tel qu'il se trouve actuellement dans la plupart des cabinets de physique, des robinets en verre remplacent les soupapes des machines ordinaires. Ces robinets, pour ne pas fuir, sont graissés; or le mercure au contact des corps gras s'altère, et l'appareil est promptement sali.

M. Jean, M. Tœpler et enfin MM. Alvergniat ont modifié successivement la pompe de M. Geissler, et, par des dispositions ingénieuses, ont supprimé l'emploi de toute espèce de robinet. C'est cet appareil, qui résume les derniers perfectionnements apportés à la pompe à mercure, que nous allons décrire.

Il se compose d'un tube vertical BB′ (fig. 130) évasé en une vaste ampoule A à sa partie supérieure; BB′ communique par le bas, à l'aide d'un tube en caoutchouc CC′, avec un réservoir R contenant du mercure. Celui-ci peut être élevé jusqu'au niveau de la partie supérieure d'un tube J qui fait suite à l'ampoule, ou abaissé jusqu'à la partie inférieure du tube BB′, à l'aide d'une manivelle M, d'un système d'engrenages Z et d'une

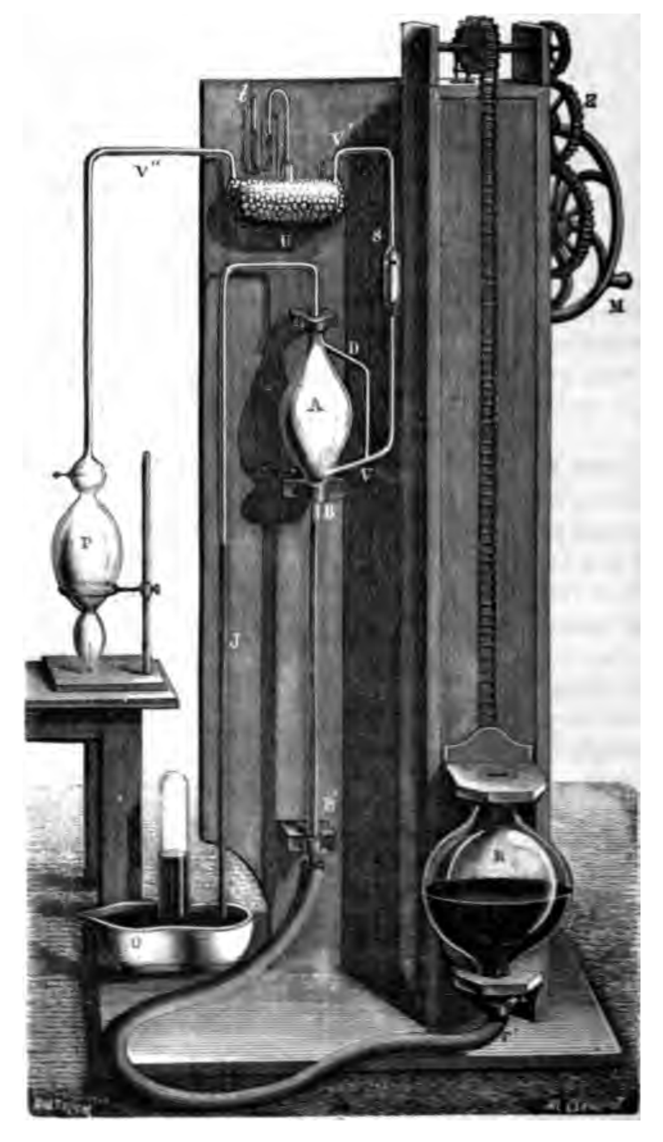



Fig. 130.

chaine. Quand ce réservoir R est au bas de sa course, le niveau du mercure doit y être à une distance verticale de la base de l'ampoule A supérieure à la hauteur barométrique.

C'est de la partie inférieure de l'ampoule que part le tube de communication VV'V" avec le récipient P. Ce tube présente sur son trajet en S une petite soupape de verre (représentée en grandeur naturelle, fig. 131). Cette soupape permet au mercure ou au gaz de se rendre dans l'ampoule A, mais elle ne permet pas au mercure de suivre la marche inverse [1]. Un petit tube D raccorde la base du tube V avec la partie supérieure de l'ampoule A. Celle-ci se prolonge par un tube J, dont la branche descendante a plus d'un mètre de longueur; il se recourbe à sa partie inférieure, en forme de tube à recueillir les gaz, et plonge dans une petite cuve à mercure O. C'est par ce tube J que le gaz du récipient s'échappe de l'appareil, et cette disposition permet de le recueillir dans une éprouvette.

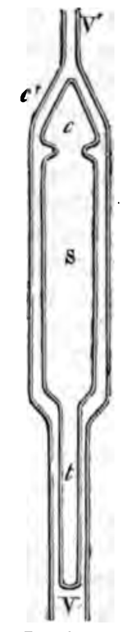
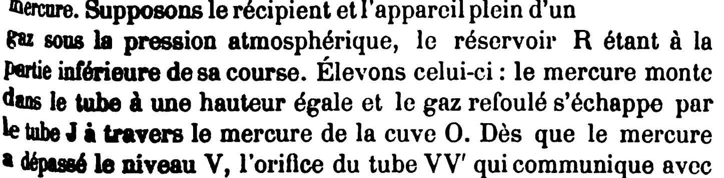


Fig. 131.

Ajoutons qu'entre le récipient P et l'appareil, se trouve un cylindre U contenant des perles de verre humectées d'acide sulfurique destiné à dessécher le gaz aspiré, pour que le mercure et les tubes restent bien secs. Un petit baromètre tronqué *b* permet de connaître le degré de raréfaction.



Voyons maintenant comment fonctionne la pompe à mercure. Supposons le récipient et l'appareil plein d'un gaz sous la pression atmosphérique, le réservoir R étant à la partie inférieure de sa course. Élevons celui-ci : le mercure monte dans le tube à une hauteur égale et le gaz refoulé s'échappe par le tube J à travers le mercure de la cuve O. Dès que le mercure a dépassé le niveau V, l'orifice du tube VV' qui communique avec le récipient est fermé; on continue à élever le réservoir R jusqu'à

(1) Cette soupape se compose d'un flotteur *tSc* en verre, terminé par un cône *c* bien rodé à l'émeri, pouvant obturer le cône creux *c'* bien rodé aussi. Quand le mercure pénètre par V il soulève la soupape S, et l'orifice du tube V' se trouve fermé d'une façon complète pour le mercure.

ce que l'ampoule A et le tube descendant J soient pleins de mercure. A ce moment on abaisse le réservoir R : le mercure qui s'était un peu élevé dans le tube VS redescend pressé par le gaz du récipient. Dès que ce liquide a dépassé le niveau V, le gaz passe par le tube de raccord D et gagne le haut de l'ampoule A qui se vide de mercure. Quand le réservoir R est au bas de sa course, l'ampoule A est complètement pleine de gaz, quelque faible que soit la force élastique de celui-ci, puisqu'elle se trouve à une hauteur au-dessus du niveau du mercure en R supérieure à la hauteur barométrique. Ce liquide s'élève alors dans le tube BB' au-dessus du réservoir, et dans le tube J au-dessus de la cuve O, à des hauteurs qui sont la différence entre la hauteur barométrique du moment et la hauteur de la colonne mercurielle qui ferait équilibre à la force élastique du gaz contenu dans l'appareil : d'où, la nécessité de donner à ces deux tubes une longueur supérieure à celle de la colonne barométrique.

Si maintenant nous élevons de nouveau le réservoir, dès que le mercure, en pénétrant dans le tube VS a dépassé le niveau V, le gaz ne peut plus retourner dans le récipient, et il ne trouve d'autre issue que le tube J.

Chaque fois que l'on recommence cette manœuvre, on enlève une nouvelle quantité de gaz du récipient, et, comme il n'y a ni espace nuisible ni fuite, si faible que soit la pression du gaz, le jeu de l'appareil la diminue encore. Ainsi s'explique la grande supériorité que présente cet appareil à piston liquide sur les machines à piston solide.

Faisons remarquer que, quand le réservoir R est à l'extrémité supérieure de sa course, le mercure tend à s'élever dans le tube VV' à une hauteur au-dessus de R qui peut atteindre la hauteur barométrique quand on approche du vide parfait dans le récipient. Il faut donc, ou donner à la partie ascendante de ce tube VV' une longueur supérieure à celle de la colonne barométrique, ce qui est incommode, ou comme le font MM. Alvergniat disposer en S une petite soupape en verre, qui s'oppose au mouvement ascensionnel du mercure.

Le seul inconvénient de la pompe à mercure est la lenteur avec laquelle le vide se fait dès que la capacité du récipient P est un peu grande par rapport à celle de l'ampoule A.

**OMPE DE SPRENGEL.** — Le
de cet appareil est tout
t de celui des précédents.
ercure bien sec tombe d'un
ir U (fig. 132) dans une
tubes AA, BB (fig. 132 et
) qui ont pour but de le
sser de l'air qu'il peut en-
avec lui; cet air s'échappe,
plus grande partie, par le
nulaire *a*JT, et la très
uantité qui peut encore ac-
ner le mercure dans la
ascendante BB reste dans
le K, et ne redescend pas
mercure dans la branche
liquide passant par nappe
de B à C.
ercure arrive ensuite à la
ne seconde ampoule H par
DD, qui se retrécit dans le
e de l'ampoule. Enfin il
lans un tube vertical FF
fin, qui se recourbe à son
é inférieure, et plonge
e petite cuve à mercure O.
lement est réglé par les
R et R' de façon que le
passe goutte à goutte, et
ne manière continue, du
au tube F. Il en résulte
moment où une goutte
ce à s'engager dans le
, la précédente est déjà
ue, par son poids, à une
distance. Entre deux
consécutives se trouve
née ainsi une certaine



FIG. 132.






Fig. 155.

quantité du gaz contenu
poule H. Ces petites r
zeuses, qui séparent cha
sont entraînées avec ell
dent dans le tube FF,
être recueillies sur la c
cure O.

La force élastique d
minue ainsi de plus en
l'ampoule H, et il en est
dans le récipient que l'o
muniquer avec elle par
Un manomètre baromé
fait connaître le degré d
tion.

La trompe de Spren
le vide que fort lenten
avec une rare perfection
peut être même bien p
que celui obtenu par l'
de Torricelli (1).

C'est en épuisant l'air
avec cet instrument, pend
jours consécutifs, que M

(1) On peut rendre le fon
de cette trompe plus rapide e
en H, au lieu d'une seule ch
dans FF, 3 ou 6 chutes; il
la raréfaction se fera 3 ou
vite. MM. Alvergniat combine
de Sprengel à 6 chutes avec
mercure perfectionnée par eu
en un seul appareil. On commen
[illegible] dans le récipient ave
[illegible], par un jeu de robinets,
[illegible] en communication avec
pour achever de faire le vide
[illegible] à la plus parfait d
[illegible].

est arrivé à le raréfier tellement que le gaz ne transmet plus les pressions, au moins rapidement (radiomètre), et que le passage de l'électricité y détermine les phénomènes extraordinaires qui nous occuperont plus loin.

**12. APPAREIL PNEUMATIQUE DE M. DE ROMILLY.** — Dans cet appareil, d'invention récente, l'air d'une cavité F (fig. 134) est entraîné par un jet ascendant de mercure qui s'échappe du tube C pour s'engager dans le tube B. En vertu de sa légèreté spécifique, l'air entraîné, restant au-dessus du mercure en E, ne revient pas vers la cavité F, où le vide se fait par conséquent ainsi que dans un récipient quelconque communiquant avec F par le conduit T. Le mercure arrivé en E retombe par le tube G dans un vase VV'. Celui-ci est animé d'un mouvement rapide de rotation autour d'un axe AA'; grâce à la force centrifuge, le mercure reflue sur les bords du vase où il rencontre l'orifice *o* d'un tuyau dont l'extrémité inférieure est dirigée tangentiellement au pourtour du vase tournant. A cause de la grande vitesse acquise, le mercure pénètre par *o* dans le tuyau C, s'y élève et sort sous forme de jet par son orifice supérieur, pour pénétrer dans B.

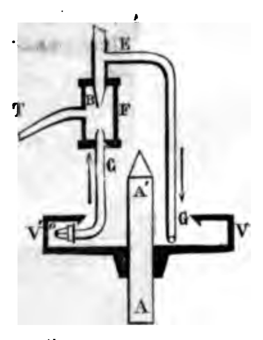


Fig. 134.

Cet appareil présente le double avantage de faire le vide très rapidement et avec une grande perfection.

## II. — APPAREILS POUR COMPRIMER LES GAZ.

**13. MACHINE A DEUX CORPS DE POMPE.** — Pour comprimer l'air dans un récipient et l'amener à une force élastique supérieure à la pression atmosphérique, on peut se servir d'un instrument (fig. 135) qui, par sa forme, rappelle la machine pneumatique

ordinaire, et qui n'en diffère que par la disposition des s




Fig. 135.

Celle du piston S (fig. 136) peut s'ouvrir de haut en
permet à l'air extérieur de pénétrer dans le corps d
mais ne permet pas le retour de l'air dans l'atmosp
base du corps de pompe se trouve une autre soupap
ment semblable à celle du piston, permettant le pass
du corps de pompe dans le récipient, et non le passa

On conçoit aisément la manière dont fonctionne
quand le piston s'élève, la soupape *s* reste fermé
piston S, pressée par l'air extérieur, s'ouvre tout de
le piston est arrivé au haut de sa course, la soupap
pressée sur ses deux faces, se ferme, à cause du p
la poussé, et le corps de pompe se trouve plei
pression atmosphérique.

Le piston, en s'abaissant, comprime cet air, et
augmente de plus en plus ; à partir du moment
égale à celle de l'air contenu dans le récipie

·e, et le gaz passe du corps de pompe dans celui-ci. A ıe coup de piston, on introduit ainsi une masse d'air qui ıe le volume C du de pompe sous la ion atmosphérique 'ar conséquent, en ıant par R le vo du récipient et par force élastique ini- du gaz qui y est ıu, la loi du mé- ı des gaz donne, la force élastique u bout de $n$ coups iston, la relation :

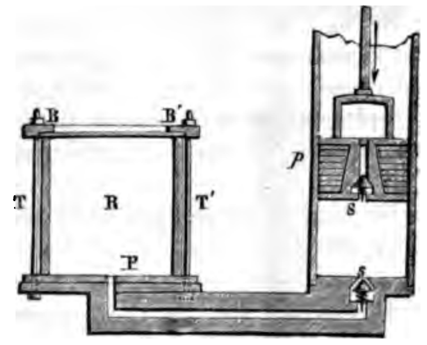



Fig. 136.

$$RH_n = RH_0 + nCH$$

:

$$H_n = H_0 + n\frac{C}{R}H$$

ès cela, $H_n$ tendrait vers l'infini en même temps que le re $n$ des coups de piston. Mais remarquons que nous ns par tenu compte de l'influence de l'espace nuisible. Il lair que la soupape de la base du corps de pompe ne ira plus, et que, par conséquent, plus rien ne passera e récipient, lorsque la force élastique $h$ du gaz dans celui- ı devenue égale à la force élastique qu'acquiert l'air quand se du volume C du corps de pompe à celui $u$ de l'espace le; ce qui donne, pour la valeur de la force élastique $h$ :

$$h = H\frac{C}{u}$$

Les fuites par les pistons rendent du reste cette limite bien moins grande, quand la solidité du réservoir et des corps de pompe permet de l'atteindre.

Si l'on veut comprimer l'air dans une cloche, il est nécessaire de la maintenir fortement appuyée sur la platine P par des vis de pression BT, B'T'. Un grillage préserve l'opérateur en cas d'explosion. Ajoutons que le baromètre de la machine pneumatique est ici remplacé par un manomètre à air comprimé M (fig. 135).

Cet appareil est fort peu employé, les suivants le sont beaucoup plus.

**14. POMPE A AIR.** — Cet instrument, d'une construction très simple, se compose (fig. 137) d'un corps de pompe en métal, de petite section, présentant à sa partie inférieure une soupape disposée comme dans l'appareil précédent. Le piston est plein, et est mis directement en mouvement en agissant sur la tige par une manette. Quand le piston s'élève à partir du fond, le vide se fait au-dessous de lui; mais, dès que sa partie inférieure a dépassé une ouverture latérale O que présente le corps de pompe, l'air extérieur s'y précipite et remplit celui-ci sous la pression atmosphérique. Le piston en descendant bouche l'ouverture O, l'air emprisonné se trouve comprimé, et passe dans le récipient, sur lequel cette petite pompe est vissée directement. C'est cet appareil qui est employé pour comprimer l'air dans la crosse du fusil à vent.

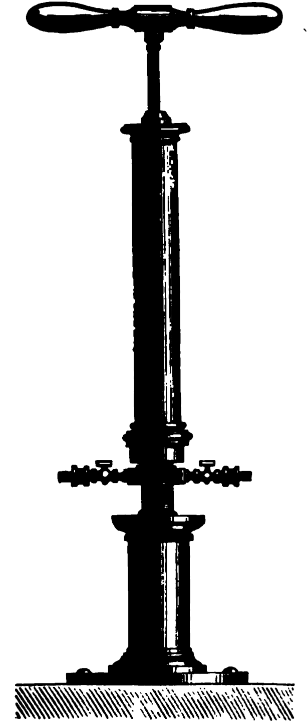



Fig. 137

**15. POMPE A GAZ DE REGNAULT.** — La pompe à gaz de Regnault permet de raréfier le gaz contenu dans un récipient et de le comprimer dans un autre (fig. 138). Le piston est plein, comme dans

eil précédent; mais le corps de pompe présente à sa base
9) deux soupapes. L'une, la
e d'aspiration A peut s'ouvrir
en haut; elle ferme le conduit
du récipient où le gaz doit
réfié. L'autre, la soupape de
ession B peut s'ouvrir de haut
; elle ferme le conduit aboutis-
ı récipient dans lequel le gaz
e comprimé. Il est inutile d'in-
ɪur la manière dont fonctionne
pareil : elle se devine aisé-

itons que deux robinets C et
nettent d'interrompre la com-
ition des récipients avec la
, et qu'à l'aide d'un robinet
E, fermé quand on fait fonc-
celle-ci, on peut établir une
inication directe entre les
écipients.


FIG. 138.

III. — POMPES

pompes sont des appareils
ls à élever l'eau par l'emploi des pressions. La pompe
e *aspirante*, quand c'est la pression atmosphérique qui
'eau à monter, *foulante* si c'est la pression d'un piston
oduit cet effet. La pompe *aspirante* et *foulante* est une
aison des deux précédentes.

**OMPE ASPIRANTE.** — C'est une véritable machine pneuma-
Elle se compose (fig. 140) d'un corps de pompe dans lequel
t un piston. Celui-ci présente une ouverture O, fermée

par une soupape *s* pouvant se soulever de bas en haut. A la partie inférieure du corps de pompe débouche le tuyau *d'aspiration* L;

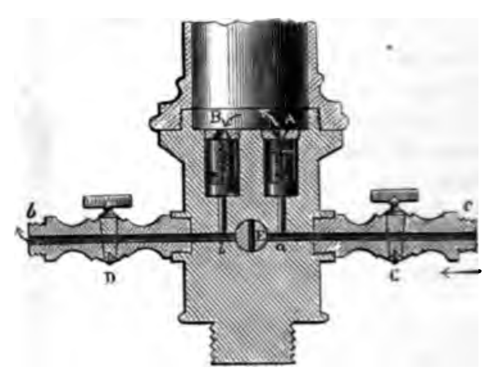



Fig. 139.

l'orifice A de ce tuyau est fermé par une soupape S pouvant, comme la précédente, se soulever de bas en haut. Le tuyau L plonge par sa partie inférieure dans le réservoir, dont on veut faire monter l'eau [1].

Supposons le piston au bas de sa course, et le tuyau d'aspiration plein d'air sous la pression atmosphérique; si l'on élève le piston la soupape *s* reste fermée, celle de la base du corps de pompe S se soulève, pressée par l'air du tube L, qui se partage alors entre celui-ci et le corps de pompe. La force élastique de cet air diminuant, l'eau monte dans le tube L à une hauteur qui fait équilibre à la différence des forces élastiques de l'air qu'il renferme et de l'air extérieur. Quand le piston arrive au haut de sa course, la soupape S se ferme par son poids; le piston, en s'abaissant, comprime l'air du corps de pompe, qui finit par acquérir une force élastique suffisante pour soulever la soupape *s* et s'échapper. A une nouvelle ascension du piston

(1) Un petit grillage est disposé au bas du tube L pour empêcher le sable, ou en général les corps solides en suspension dans l'eau, de pénétrer dans l'appareil.

'eau monte encore dans le tuyau L et, si celui-ci n'est pas trop haut, après quelques coups de piston, l'eau pénètre dans le corps de pompe : la pompe est alors *amorcée*.

A partir de ce moment, quand le piston s'abaisse, la soupape $s$ de celui-ci se soulève tout de suite, l'eau étant presque incompressible, et le liquide passe de la partie inférieure du corps de pompe à sa partie supérieure. Alors, à chaque ascension du piston, la soupape $s$ étant fermée, l'eau qui se trouve au-dessus est soulevée, et elle s'écoule par le tuyau *de déversement* D.

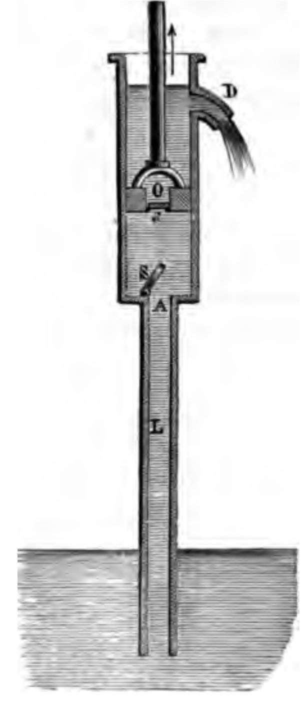


FIG. 140.

Pendant qu'on amorce la pompe, la hauteur de l'eau dans le tuyau d'aspiration est $H - h$, H et $h$ étant les hauteurs des colonnes d'eau, qui font respectivement équilibre à la pression atmosphérique et à la force élastique de l'air du tuyau L. Aussi, la plus grande hauteur à laquelle peut s'élever l'eau est H; elle correspond à $h = 0$, c'est-à-dire au vide parfait dans la partie inférieure du corps de pompe.

On ne peut donc pas, à l'aide d'une pompe aspirante, élever l'eau à une hauteur supérieure à H (soit 10,33 mètres en moyenne). Ajoutons que les fuites, plus grandes dans cet appareil, généralement grossier, que dans les machines pneumatiques, réduisent encore cette hauteur.

7. **TRAVAIL NÉCESSAIRE POUR ÉLEVER L'EAU A L'AIDE D'UNE POMPE ASPIRANTE.** — Supposons la pompe amorcée. Pendant que le piston s'abaisse, la soupape $s$ étant soulevée, la pression est sensiblement la même sur les deux faces du piston, et l'on n'a

à vaincre que les travaux des frottements. Mais il n'en est plus de même quand le piston s'élève. Soient S sa surface, $l$ la longueur de sa course, $a$ la hauteur de l'orifice du tuyau de déversement D au-dessus du niveau de l'eau dans le réservoir, $x$ la distance à l'orifice de la face supérieure du piston, $e$ l'épaisseur de celui-ci. La pression que supporte le piston à sa partie supérieure est :

$$SHd + Sxd$$

H étant la hauteur de la colonne d'eau qui fait équilibre à la pression atmosphérique du moment, et $d$ le poids spécifique absolu de l'eau.

La pression sur la face inférieure est plus faible, sa valeur est:

$$SHd - S(a - x - e)d$$

La différence des pressions sur les deux faces est égale à

$$S(a - e)d$$

ou

$$Sad$$

en négligeant l'épaisseur très faible $e$ du piston devant la grande hauteur $a$ [1].

Le travail à effectuer pour soulever le piston est donc :

$$Sad \times l = Sld \times a$$

1 Dans ce petit calcul et dans ceux des §§ 18 et 19, nous évaluons les pressions, comme s'il y avait équilibre. Le calcul est donc d'autant plus exact que le mouvement du piston est plus lent.

représente précisément le poids P de l'eau qui s'écoule
yau de déversement pendant l'ascension du piston, et
ou P$a$ représente le travail qu'il faudrait effectuer pour
ectement ce poids d'eau, depuis le niveau du réservoir
tuyau de déversement. Le travail moteur qu'il faut
pour élever l'eau avec
e est donc le même que
ontait l'eau à l'aide d'un
nme dans les puits ordi-

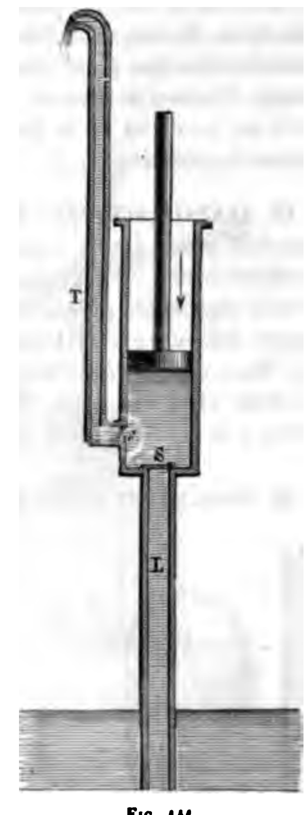


Fig. 141.

MPE ASPIRANTE ET FOU-
g. 141). — Elle diffère
cédente en ce que le pis-
lein, et en ce qu'un tuyau
ement T, s'élève à partir
se du corps de pompe;
nférieur de ce tuyau est
l'aide d'une soupape $s$
de dedans en dehors.
ons l'appareil amorcé;
la descente du piston, la
S est fermée et la sou-
ouvre tout de suite : l'eau
corps de pompe dans le
refoulement T. Quand le
lève, $s$ se ferme, S s'ou-
e corps de pompe s'em-
e tuyau d'aspiration L.
la hauteur de l'eau dans
de refoulement T au-des-
base inférieure du piston.
rface de l'eau contenue
yau T agit la pression atmosphérique; par conséquent,
on supportée par la face inférieure du piston pendant
ite est :

$$SHd + Shd$$

la pression qui agit sur la face supérieure est seulement :

$$SHd$$

On a donc à vaincre, pour abaisser le piston, la différence de ces deux forces, soit $Shd$ : l'effort à faire est d'autant plus considérable que $h$ est plus grand. On voit, par là, qu'il n'y a d'autre limite à la hauteur à laquelle on peut refouler l'eau, que celle qui provient de la force motrice dont on dispose pour enfoncer le piston.

19. TRAVAIL ACCOMPLI DANS LE REFOULEMENT DE L'EAU. — Pendant que le piston s'enfonce d'une petite quantité $\lambda$, le travail à effectuer est, en négligeant les frottements, $Shd\lambda$ ou $S\lambda d \times h$ ; or $S\lambda d$ représente précisément le poids P d'eau qui, pendant ce temps, s'écoule par l'extrémité du tuyau de renfoulement, le travail est donc égal à $Ph$, c'est-à-dire est le même que celui qu'il faudrait effectuer pour élever avec un seau le même poids P d'eau à la même hauteur $h$.

20. ÉCOULEMENT CONTINU. — Dans l'appareil précédent l'écoulement de l'eau par l'orifice du tuyau de refoulement est intermittent, n'ayant pas lieu quand le piston s'élève. On peut rendre l'écoulement continu par l'artifice suivant. Le tuyau T, partant du corps de pompe, débouche dans un réservoir fermé (fig. 142) contenant de l'eau à sa partie inférieure E, de l'air à sa partie supérieure R. Un tuyau de refoulement F s'élève du fond de ce réservoir. Lors de la descente du piston, l'eau injectée dans le réservoir par le tube T comprime l'air de la partie supérieure R ; celui-ci, pres-

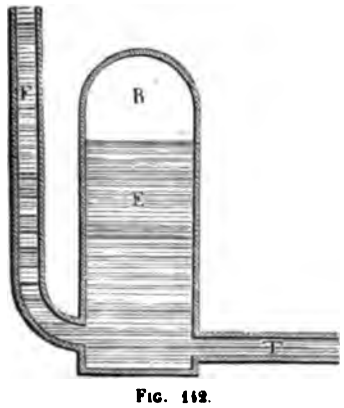


Fig. 142.

ıt la surface du liquide, le force à s'échapper par le tuyau F, se détendant. Mais, cette détente de l'air continue à s'effec-ır pendant l'ascension du piston, quand le réservoir ne reçoit n : d'où résulte un écoulement continu.

**11. POMPE FOULANTE.** — C'est la pompe précédente, dont le yau d'aspiration est supprimé, l'eau à refouler étant placée ns un bac entourant le corps de pompe, et pénétrant par une ıverture à soupape S située à la base de celui-ci, quand le piston élève.

Telle est la *pompe à incendie* (fig. 143) qui possède générale-

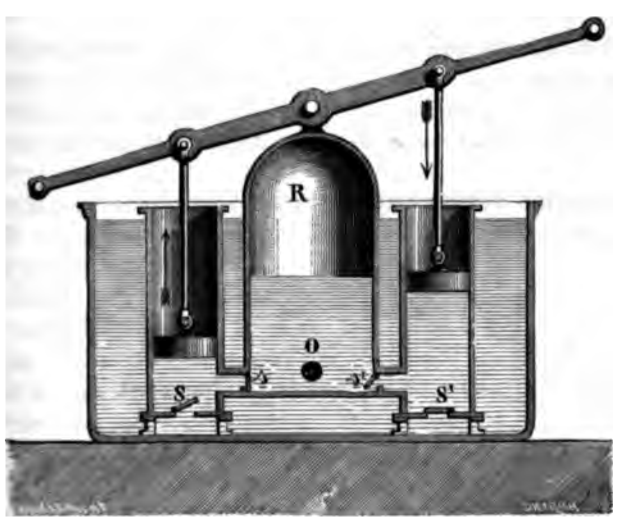



FIG. 143.

ıt deux corps de pompe lançant alternativement l'eau dans le ne réservoir à air R, d'où elle s'échappe d'une façon continue l'orifice O du tuyau de refoulement.

# CHAPITRE VII

## HYDRODYNAMIQUE.

L'Hydrodynamique est la science du mouvement des fluides. Les problèmes qui se posent dans cette étude sont beaucoup plus difficiles à résoudre que ceux d'hydrostatique ; aussi nous bornerons-nous ici à l'exposé de quelques notions élémentaires.

**1. PRINCIPE DE TORRICELLI.** — Supposons qu'un vase contenant un liquide, et ouvert à sa partie supérieure, soit percé dans le bas d'une petite ouverture *o* (fig. 144); le liquide s'écoulera par là et sortira avec une certaine vitesse. Si la paroi du vase, où l'ouverture est percée, est très mince, de façon que les frottements occasionnés sur le liquide par les bords de l'orifice soient très faibles, la *vitesse du jet est normale à la paroi et égale à la vitesse acquise par un corps qui tomberait depuis la surface libre du liquide jusqu'au niveau de l'orifice.*

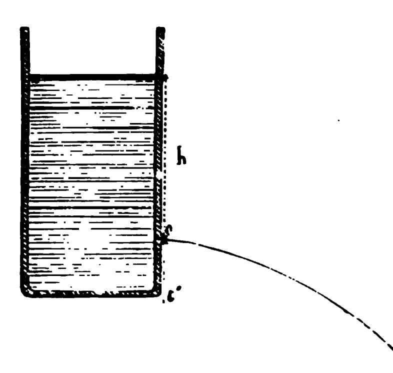



FIG. 144.

C'est-à-dire, qu'en désignant par $v$ cette vitesse, par $h$ la

distance verticale entre la surface libre du liquide et l'orifice; et par $g$ l'intensité de la pesanteur, on a :

$$v = \sqrt{2gh} \tag{1}$$

Telle est la loi énoncée par Torricelli.

Cette loi n'est qu'une conséquence des principes de la dynamique, comme nous allons le montrer.

Remarquons d'abord que, dans l'état d'équilibre, la force avec laquelle une petite portion de liquide est poussée contre une paroi par le liquide environnant est normale à cette paroi, et que l'équilibre est maintenu par la réaction de celle-ci. Si une petite portion de la paroi vient à manquer, cette réaction n'existant plus, l'équilibre ne peut avoir lieu et le liquide s'échappe par cette ouverture suivant la direction de la force qui agit sur lui, c'est-à-dire normalement à la paroi; car, si l'orifice est petit, les pressions ne peuvent être que peu modifiées par le mouvement du fluide à une certaine distance de l'ouverture.

Pour trouver la vitesse du liquide à sa sortie, nous allons appliquer le théorème des forces vives.

Evaluons les travaux de toutes les forces qui agissent sur le liquide en mouvement pendant le temps très court où une petite masse $m$ de liquide sort par l'orifice.

1° Il y a les travaux des actions de la pesanteur sur toutes les particules du liquide. Or nous avons vu (Livre III, Chap. Ier § 4, note) que la somme de ces travaux est égale au travail accompli par le poids $mg$ de la masse $m$ tombant de la hauteur $h$ (fig. 145) qui sépare la surface libre du liquide, dont le niveau s'abaisse, de l'orifice par où ce liquide s'échappe; ce travail est donc égal à $+ mgh$.

2° La pression que le gaz, qui est au-dessus du liquide, exerce sur lui accomplit un travail positif. Si P est la force élastique de ce gaz, et S la section du vase à la partie supérieure, PS est la valeur de la pression; et, si le liquide s'abaisse de la hauteur $e$ pendant le temps considéré, $+ \text{PS}e$ représente ce travail. Or $\text{S}e$ est le volume $u$ de la masse $m$ de liquide écoulé, ce travail est donc égal à $+ \text{P}u$.

3° La pression du gaz qui entoure l'orifice accomplit un travail négatif sur le liquide qui s'en échappe. Si P' est la force élastique de ce gaz, que, pour plus de généralité, nous ne supposons pas forcément égale à P, ce travail a pour valeur — $P'u$ [1].

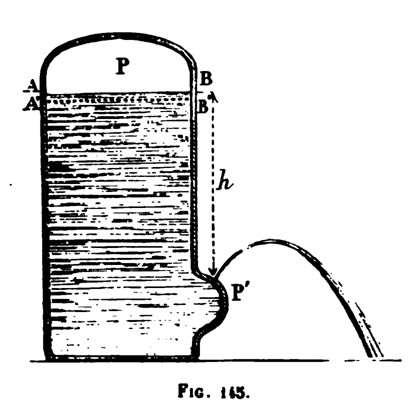



Fig. 145.

La somme des travaux des forces agissant sur le liquide est donc :

$$mgh + (P - P')u$$

car, le liquide étant, par hypothèse, un fluide parfait, le travail des forces intérieures est nul puisqu'il n'y a pas changement de volume, et la paroi étant très mince, les travaux dus aux frottements qu'elle exerce sur le liquide à sa sortie peuvent être négligés.

D'autre par tcherchons quel est l'accroissement de force vive. — Soient AB et A'B' les niveaux du liquide au commencement et à la fin du temps considéré. Si $v_1$ est la vitesse avec laquelle descend la surface libre du liquide, $mv_1^2$ est au début la force vive de la masse $m$ comprise entre AB et A'B'. Désignons maintenant par K la force vive, au même moment, du liquide contenu au-dessous de A'B' ; la force vive initiale de toute la masse est ainsi :

$$mv_1^2 + K$$

(1) Puisque le temps considéré est aussi petit que nous le voulons, nous pouvons toujours regarder le jet qui est sorti par l'orifice pendant ce temps — comme suffisamment court pour avoir la forme d'un cylindre. Si alors S' est l'aire de la base de ce cylindre droit, S'P' est la pression supportée par elle, et, si $e'$ est la longueur du jet pendant le temps considéré, le travail est $S'P'e' = P'u$ en valeur absolue.

Du reste, on peut aisément voir par le calcul que, quelle que soit la forme

A la fin du temps considéré, il est sorti par l'orifice une masse $m$ de liquide avec une vitesse $v$, dont la force vive est par conséquent $mv^2$, et il reste dans le vase, au-dessous de A'B' (niveau actuel) une masse de liquide ayant la même force vive K que précédemment ; la force vive finale est donc :

$$mv^2 + K$$

On voit par là que l'accroissement de force vive pendant le temps considéré est simplement $mv^2 - mv_1^2$.

En appliquant le théorème des forces vives, nous obtenons la relation :

$$(1) \qquad m(v^2 - v_1^2) = 2mgh + 2u(P - P')$$

Mais, le poids $mg$ de la masse $m$ est égal au produit $ud$ de son volume $u$ par le poids spécifique absolu $d$ du liquide ; d'où :

$$(2) \qquad m = u\frac{d}{g}$$

En remplaçant $m$ par sa valeur, après avoir divisé les deux membres de l'égalité par cette quantité, il vient :

$$(3) \qquad v^2 - v_1^2 = 2gh + 2g\left(\frac{P}{d} - \frac{P'}{d}\right) = 2g\left(h + \frac{P}{d} - \frac{P'}{d}\right)$$

Or $\frac{P}{d}$ et $\frac{P'}{d}$ représentent précisément les hauteurs H et H' du

que prend un fluide, qui augmente d'un volume $u$, s'il est soumis à une pression uniforme par unité de surface $p$, le travail des pressions extérieures est $-pu$ (Voir L. IV. Chap. XIII § 11).

liquide qui foraient respectivement équilibre aux forces élastiques P et P′ ; l'égalité (3) peut donc s'écrire :

$$v^2 - v_1^2 = 2g(h + H - H') \qquad (4)$$

Telle est la formule la plus générale donnant la relation entre la vitesse $v$ à l'orifice et la vitesse $v_1$ à la surface libre. Mais si l'aire de cette surface est grande vis-à-vis de l'aire de l'orifice, $v_1$ est petit par rapport à $v$, et son carré $v_1^2$ négligeable devant $v^2$. Dans ce cas la formule (4) se simplifie et devient :

$$v = \sqrt{2g(h + H - H')} \qquad (5)$$

Enfin, si le gaz qui surmonte la surface libre du liquide possède la même force élastique que celui qui environne l'orifice, on a $H = H'$ et la formule (5) se réduit à :

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (6)$$

Ce qui correspond à l'énoncé de Torricelli.

La manière dont cette formule a été établie montre bien q[illegible] le principe de Torricelli n'est applicable que dans les conditio[illegible] suivantes : — 1° le liquide doit être assez mobile pour pouv[illegible] être considéré comme un fluide parfait ; — 2° la paroi d[illegible] laquelle l'orifice est percé doit être très mince ; — 3° l'aire [illegible] la surface libre du liquide doit être grande vis-à-vis de celle [illegible] l'orifice ; — 4° la force élastique du gaz qui presse le liquide d[illegible] être la même à la surface libre et autour de l'orifice.

La formule (5) donne la valeur de la vitesse quand ce[illegible] dernière condition n'est pas satisfaite. Remarquons que, d[illegible] cette formule, la quantité $h - H - H'$ représente la hauteur [illegible] la colonne liquide qui ferait équilibre à l'excès de la force él[illegible] tique du liquide situé au niveau de l'orifice sur la force élastiq[illegible] du gaz extérieur, *si, l'orifice étant bouché, le liquide était équilibre*, par conséquent $a$ est la hauteur à laquelle le liq[illegible]

s'élèverait dans un tube ouvert surmontant l'orifice, en vertu des lois de l'hydrostatique. En introduisant dans la formule (5) cette quantité $a$, toujours facile à déterminer, elle devient :

$$v = \sqrt{2ga} \tag{7}$$

On voit que la vitesse d'écoulement est la même que si, le vase étant ouvert à sa partie supérieure, la hauteur du liquide au-dessus de l'orifice était égale à $a$ ; résultat qu'il est facile, du reste, d'établir *a priori*.

**2. CONSÉQUENCES ET VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DU PRINCIPE DE TORRICELLI.** — On sait que, grâce à la pesanteur, un corps qui est lancé dans le vide avec une vitesse $v$ et suivant une direction faisant un angle $\alpha$ avec l'horizon décrit, dans un plan vertical passant par la direction de la vitesse initiale, une parabole dont l'équation est :

$$y = x \tan \alpha - x^2 \frac{g}{2v^2 \cos^2\alpha} \tag{1}$$

en prenant pour axe des abscisses ($x$) l'horizontale et pour axe des ordonnées ($y$) la verticale passant par le point de départ.

Par conséquent, au sortir de l'orifice, les particules du liquide doivent décrire une parabole : le jet doit être parabolique.

Si dans la formule (1) nous remplaçons $v$ par la valeur donnée par la formule (7) du paragraphe précédent elle devient :

$$y = x \tan \alpha - x^2 \frac{1}{4a \cos^2\alpha} \tag{2}$$

Cette formule permet de vérifier expérimentalement l'exactitude du principe de Torricelli.

La valeur maximum de $y$ donnée par la formule (2) correspond à l'abscisse $a \sin 2\alpha$, et est égale à $a \sin^2\alpha$.

Si le jet s'élance verticalement, on a $\alpha = \frac{\pi}{2}$ d'où $\sin^2\alpha = 1$, et, par conséquent, $a$ doit être la hauteur maximum. Ainsi *le jet doit s'élever à la hauteur que le liquide atteindrait, en vertu des lois de l'hydrostatique, dans un tube ouvert qui surmonterait l'orifice.* Dans le cas où le vase est ouvert, on a $a = h$: et *le jet doit s'élever au niveau de la surface libre du liquide dans le vase.*

Eh bien l'expérience, même faite avec un orifice percé en très mince paroi, montre que le jet s'élève toujours à une hauteur un peu moindre. Mais deux causes, dont nous avons négligé les effets, produisent ce désaccord: — 1° la résistance de l'air, dont ne tiennent pas compte les formules (1) et (2), et qui, rendant la vitesse plus faible, raccourcit la hauteur du jet; — 2° l'effet des gouttelettes qui, après s'être élevées, retombent sur celles qui montent et diminuent leur vitesse par le choc. Cette dernière cause perturbatrice devient de plus en plus faible quand la direction du jet s'écarte de la verticale, et l'accord entre la formule (2) et l'expérience est bien plus satisfaisant.

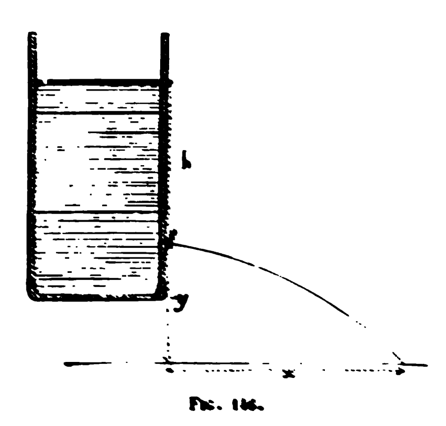


Fig. 146.

Quand le jet sort horizontalement (fig. 146), il faut dans la formule (2) faire $\alpha = 0$; il vient alors, dans le cas d'un vase ouvert, pour lequel $a = h$:

$$(-y).4h = x^2$$

C'est-à-dire que le jet doit venir frapper un plan horizontal, mené à une distance verticale $y$ au-dessous de l'orifice, à une distance horizontale $x$ dont le carré égale le quadruple du produit de $y$ par la hauteur $h$ du liquide contenu dans le vase ouvert.

C'est ce que Bossut [1] a vérifié ; et les valeurs trouvées pour $x$ sont à peine inférieures de $\frac{1}{100}$ aux valeurs calculées d'après la connaissance de $y$ et de $h$. Cette légère différence s'explique aisément par l'effet de la résistance de l'air [2].

3. **ÉCOULEMENT DES LIQUIDES A TRAVERS LES TUBES CAPILLAIRES.** — Pour un liquide qui s'échappe d'un vase à travers un tube capillaire, on se trouve dans des conditions toutes différentes de celles où le principe de Torricelli est applicable, car il faut tenir compte des frottements exercés par le liquide contre les parois du tube, et aussi des frottements des diverses couches liquides les unes sur les autres. Ces derniers frottements, qui seraient nuls dans un fluide parfait, pouvaient être négligés dans le cas où s'applique le principe de Torricelli à cause de la faible vitesse du liquide dans le vase ; mais ils prennent une valeur notable dans un tube étroit où le liquide circule rapidement.

M. Poiseuille a étudié expérimentalement l'écoulement des liquides dans des tubes capillaires horizontaux mouillés par eux ; il a trouvé que le débit Q — 1° est proportionnel à la différence de force élastique H que présente le liquide aux deux extrémités du tube [3] ; — 2° est proportionnel à la quatrième puissance du dia-

(1) Charles Bossut, né en 1730 près de Lyon, mort en 1814, fut professeur de mathématiques et d'hydrodynamique, et plus tard, examinateur à l'École Polytechnique.

(2) On avait pensé aussi à vérifier le principe de Torricelli en mesurant le débit. Si $\omega$ est la section de l'ouverture et $v$ la vitesse du jet, il semble que $\omega v$ doit être le volume du liquide sorti dans l'unité de temps. En faisant l'expérience, on a trouvé que le débit observé n'était environ que les 2/3 du débit ainsi calculé. Le désaccord s'explique, quand on examine la forme de la veine liquide qui s'échappe du vase. Celle-ci n'est pas un cylindre ayant pour section $\omega$ ; elle va d'abord en se rétrécissant à partir de l'orifice jusqu'à avoir une section égale aux 2/3 environ de la section $\omega$ ; à partir de là, elle devient cylindrique ; le débit doit donc être à peu près $\frac{2}{3}\omega v$.

(3) En suivant la marche du liquide dans le tube, les forces élastiques diminuent, et les variations des forces élastiques sont proportionnelles aux variations de longueur. En d'autres termes, la force élastique est une fonction linéaire des longueurs comptées sur le tube.

mètre D du tube (supposé à section circulaire) ; — 3° est inversement proportionnel à la longueur L du tube ; — 4° dépend de la nature du liquide.

La formule suivante résume ces lois :

$$Q = K\frac{HD^4}{L}$$

Dans cette formule K représente un coefficient de proportionnallité qui varie avec la nature du liquide et aussi avec sa température, augmentant beaucoup quand celle-ci s'élève.

Ajoutons que l'application des lois de la mécanique conduit à la formule de M. Poiseuille, comme l'a montré cet auteur.

Quand un liquide filtre, à travers du papier ou à travers une couche de sable, le phénomène est le même que s'il traversait une série de tubes capillaires. La filtration est donc d'autant plus rapide que la pression à la surface du liquide est plus forte, que l'épaisseur du filtre est plus faible, que les pores sont plus larges ; enfin elle est plus rapide, pour un même liquide, quand il est chaud que quand il est froid.

4. **VASE DE MARIOTTE.** — Cet appareil sert à obtenir un écoulement régulier ; il permet aussi de vérifier quelques conséquences du principe de Torricelli.

Il se compose (fig. 147) d'un flacon, dont le goulot est fermé par un bouchon traversé par un tube LK, qui plonge dans le liquide contenu dans le vase. Celui-ci possède un, ou plusieurs orifices *a*, *b* à des hauteurs différentes, percés en mince paroi, et pouvant être fermés à l'aide de petits bouchons.

Supposons que le vase soit à peu près plein de liquide, et que celui-ci s'élève à une certaine hauteur K dans le tube. Si nous venons à déboucher l'orifice inférieur *a*, le liquide s'écoule vivement d'abord, à cause de la grande hauteur à laquelle le niveau K, où s'exerce la pression atmosphérique, se trouve au-dessus de l'orifice. Mais le niveau du liquide baissant rapidement dans le tube, l'amplitude du jet diminue jusqu'à ce que le

·e soit plein d'air. A partir de ce moment, à mesure que le uide s'écoule, des bulles d'air s'échappent de l'extrémité O du ·e et gagnent la partie supérieure du flacon. L'atmosphère erçant sa pression en O, et le uide sur le plan horizontal passant r ce point O étant à peu près im·bile, toutes les parties de cette iche supportent la pression atmosrique, c'est-à-dire la pression ne qui s'exerce en dehors du · à l'orifice $a$; dès lors, si nous gnons par $h$ la distance de l'exité O au plan horizontal $aa'$, la sse d'écoulement, d'après le ipe de Torricelli est

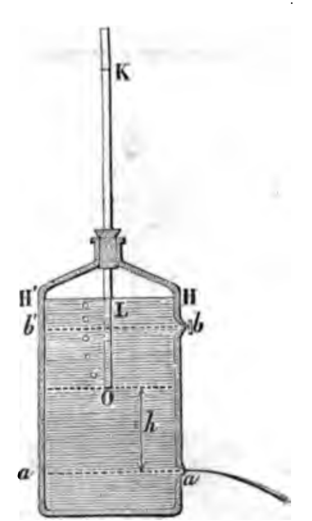


FIG. 147.

$$v = \sqrt{2gh}$$

demeure donc constante, puis- reste invariable, tant que le au HH' du liquide dans le vase · pas descendu au-dessous de O.

lieu de déboucher l'ouverture $a$, débouchons une ouverture uée dans un plan horizontal rencontrant le tube en L: le de s'écoule jusqu'à ce que le niveau se soit abaissé dans le jusqu'en L. A partir de ce moment tout écoulement cesse : équilibre. En effet, à l'intérieur du flacon, tout le plan ontal $bLb'$ supporte la pression atmosphérique, puisqu'elle rce en L dans le tube, et comme elle s'exerce aussi à l'exur, la petite surface liquide, qui se trouve à l'orifice, étant ement pressée des deux côtés reste en équilibre.

evenons au premier cas, l'orifice $a$ est ouvert et l'écoulement égulier. Puisque la pression atmosphérique s'exerce sur le n horizontal passant par O, sur un autre plan plus élevé, en $bL$ exemple (l'orifice $b$ étant bouché), s'exerce une pression moine. Aussi, quand on vient à boucher $a$ et à déboucher $b$, l'équiire ne peut exister, puisque la surface liquide qui se trouve en

*b* subirait de la part de l'air extérieur une pression plus grande que la pression qu'elle recevrait de l'intérieur. On voit alors des bulles d'air s'introduire par l'orifice *b* : le niveau du liquide remonte dans le tube, et l'équilibre se rétablit dès qu'il atteint le plan *bLb'*.

**5. FONTAINE INTERMITTENTE DE STURM** (1) (fig. 148) — Elle se compose d'un vase A, en partie rempli d'eau, qu'on introduit par l'ouverture D, fermée ensuite au moyen d'un bouchon à l'émeri. Un, ou plusieurs orifices situés dans le même plan horizontal OO permettent au liquide de s'écouler dans un bassin B. Celui-ci présente vers son centre une petite ouverture par laquelle l'eau peut tomber dans un second bassin C placé au-dessous du premier. Enfin un tube vertical K s'ouvre à sa partie supérieure S dans l'air du vase A, et se termine à sa partie inférieure I par une section oblique, à une petite distance du fond du bassin B.



Fig. 148

Supposons ce bassin B vide : l'air du flacon A communiquant avec l'extérieur par le tube K se trouve sous la pression atmosphérique : l'eau s'écoule par les orifices OO. Comme l'ouverture du bassin B laisse échapper une quantité d'eau plus petite que celle qui est fournie par le vase A, ce bassin se remplit, et l'orifice I se trouve bientôt fermé par l'eau. A partir de ce moment, la libre communication entre la partie supérieure du vase A et l'atmosphère est interrompue ; aussi, l'eau continuant à s'écouler par les orifices OO, le volume de la masse d'air limitée contenue dans la partie supérieure du vase A et dans le tube K augmente, et sa force élas-

(1) Jean-Christophe Sturm, né en 1635 dans la principauté de Neubourg, mort en 1703.

tique diminue. En désignant alors par $h$ la hauteur de l'eau du vase CD au-dessus des orifices, par H et par H' les hauteurs des colonnes d'eau qui font respectivement équilibre à la pression atmosphérique et à la force élastique de l'air dans l'intérieur du vase A, on a pour la vitesse d'écoulement $v$ par les orifices :

$$V = \sqrt{2g(h + H' - H)}$$

Comme H' diminue de plus en plus, il en est de même de $v$ : aussi voit-on le débit des orifices devenir de plus en plus faible. Enfin l'écoulement s'arrête quand on a :

$$h + H' - H = 0 \qquad \text{ou} \qquad H' = H - h$$

A ce moment l'eau du bassin B pressée par l'atmosphère, s'est élevée dans le tube à une hauteur $H - H' = h$.

Au bout d'un certain temps, le bassin B se vidant lentement par l'ouverture centrale, l'orifice I est rendu libre de nouveau, l'air du vase A reprend une force élastique égale à la pression atmosphérique, et l'écoulement par les orifices recommence, pour s'interrompre de nouveau au bout de quelque temps : la même série de phénomènes se reproduisant jusqu'à ce que le vase A se soit complètement vidé.

**6. FONTAINE DE HÉRON** (1) (fig. 149 et 150) — On peut donner à cet appareil des formes très diverses. Il se compose d'un réservoir A contenant de l'eau et communiquant par un tube B avec la partie inférieure d'un vase clos N renfermant de l'eau et de l'air ; un autre tube CD met l'atmosphère de ce vase N en communication avec celle d'un troisième vase P contenant une certaine quantité d'eau. Ce vase P peut être placé soit plus haut soit plus bas que le vase N. Du fond de ce vase part un tube EF que nous supposerons d'abord d'une hauteur supérieure à AB (1, fig. 149).

(1) Héron l'Ancien, mécanicien et physicien d'Alexandrie, vivait vers l'an 100 avant J.-C.

Admettons que l'équilibre existe dans ces conditions ; désignons par $h$ la distance verticale qui sépare les surfaces libres des liquides en A et en N, et par H la hauteur de la colonne d'eau qui fait

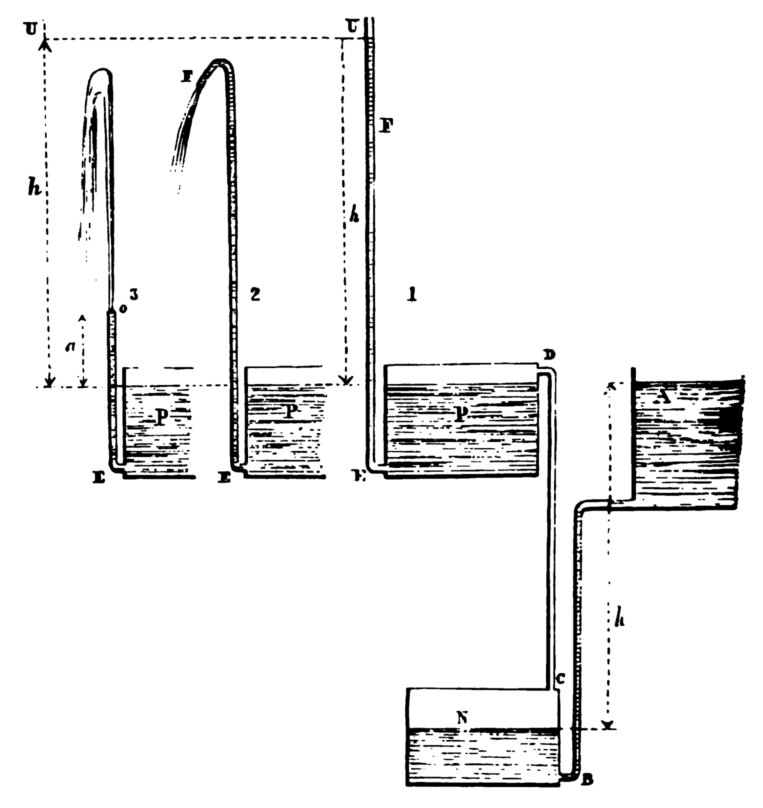



Fig. 149.

équilibre à la pression atmosphérique. Alors les forces élastiques des atmosphères des vases N et P, qui sont les mêmes puisqu'il y a communication par le tube CD, sont équilibrées par une colonne d'eau d'une hauteur égale à $H + h$. Pour que l'équilibre existe, il faut donc que l'eau se soit élevée dans le tube EF à une

ɜur, au-dessus du niveau liquide en P, précisément égale ce qui est possible si ce tube est assez long.

ɩis, si le tuyau EF ne s'élève pas à hauteur *h* au-dessus du fond du P, l'équilibre est impossible; l'eau ɩule alors par l'orifice F jusqu'à ce .e bassin P soit vide (2, fig. 149).

ɩt appareil peut donc servir à éle- un liquide d'une façon économi- ; on l'emploierait avec avantage faire monter l'eau d'une source, ɩ'échappe à mi-hauteur d'un coteau, ɩ'au sommet de celui-ci. A mesure le vase P se vide, le vase N se ɩlit; quand P est vide et N plein, areil cesse de fonctionner. Il faut , à l'aide de robinets, interrompre mmunication en B, vider le vase N ɩr un tuyau (non représenté sur la e ainsi que les robinets néces- s pour ces opérations) remplir à eau le vase P. On peut ainsi faire er un certain poids d'eau de P en condition de faire descendre d'une tité au moins égale un même poids ɩ de A en N.

machine représentée figure 151, sert à l'épuisement de l'eau des s de Schemnitz, est fondée sur le e principe; le vase P est dans la au-dessous du vase N, et est ɩli dès qu'il est vide, par l'eau à ire, qui se déverse ensuite au u du sol par le tube F.

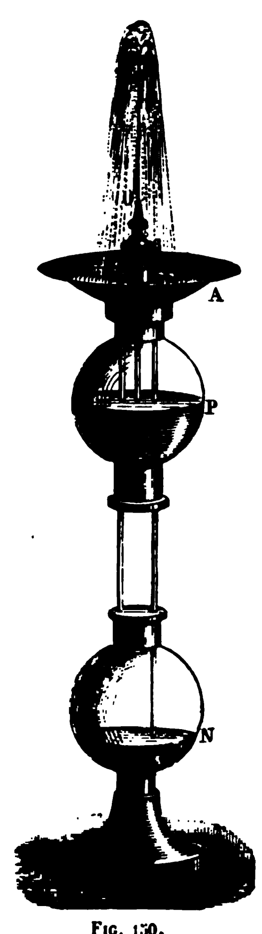


FIG. 150.

lieu d'un long tuyau de déversement EF, supposons ɩ. 149) que le tuyau soit court, fermé, et qu'il présente un ori- ) percé dans une mince paroi horizontale. L'eau s'échappera forme d'un jet vertical.

D'après ce que nous avons établi (§ 2), ce jet s'élèverait jusqu niveau UU, à une hauteur $h$ au-dessus de la surface libre du quide dans le vase P, si la résistance de l'air et l'effet des gou lettes qui retombent ne diminuaient la vitesse de l'eau qui s'élè La figure 150 représente le modèle de la fontaine de Hé qui se trouve habituellement dans les cabinets de physique.

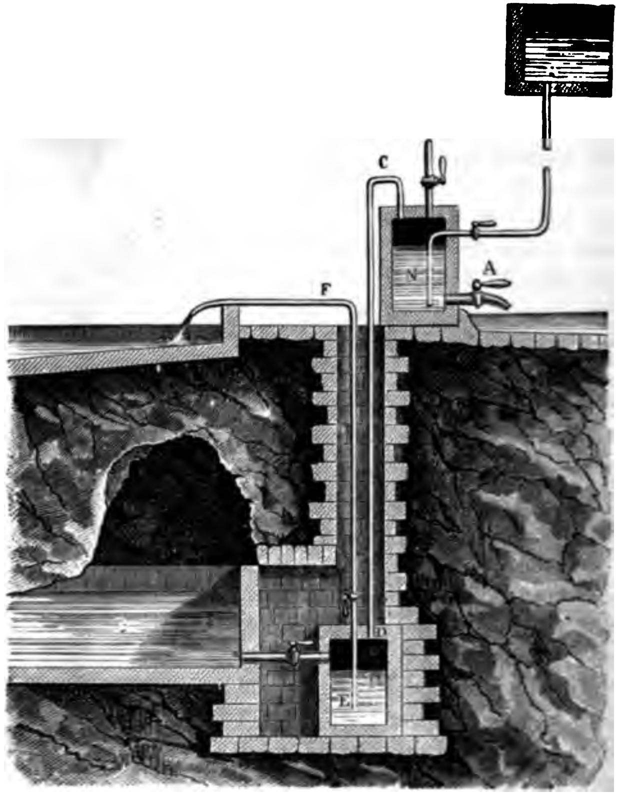



Fig. 151.

**7. SIPHON.** — Un siphon est un tube recourbé servant à tra vaser un liquide par-dessus le bord d'un vase. Pour cela l'u

des branches plonge dans le liquide d'un vase A, et l'autre dans le liquide de même nature placé dans un second vase B (fig. 153), ou bien elle débouche dans l'air (fig. 152).

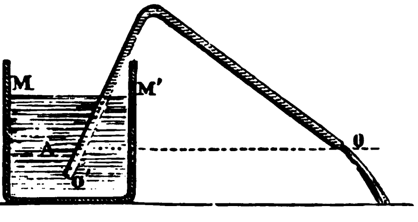


Fig. 152.

Quand le siphon est *amorcé*, c'est-à-dire lorsqu'il est plein de liquide, on constate, si l'expérience est disposée comme dans la figure 153, que le liquide s'écoule à travers le siphon du vase A où son niveau est le plus élevé vers le vase B

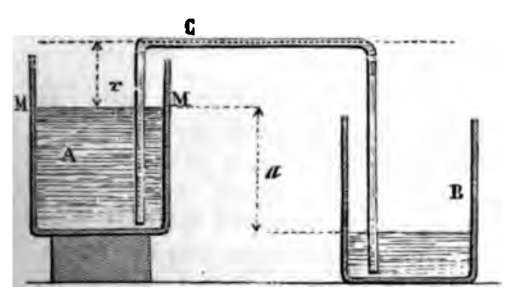


Fig. 153.

où le niveau est le plus bas. L'écoulement s'arrête si les surfaces libres dans les deux vases arrivent sur le même plan horizontal. Dans le cas de la figure 152 l'écoulement du liquide se produit par l'orifice O, tant que cet orifice est au-dessous du niveau MM' et que l'extrémité O' plonge dans le liquide. Si l'orifice O est plus élevé que O', comme dans le cas de la figure, l'écoulement s'arrête quand le niveau MM' s'est abaissé jusqu'au plan horizontal passant par O; si au contraire O est plus bas que O', l'écoulement ne cesse que quand MM' s'est abaissé jusqu'en O'.

Ces phénomènes sont indépendants de la hauteur du siphon, à condition pourtant que la distance verticale de son point le plus

élevé au-dessus du niveau le plus haut MM' (fig. 152 ou fig. 153) n'excède pas la hauteur H de la colonne du liquide à transvaser, qui ferait équilibre à la force élastique du gaz (habituellement l'atmosphère) qui presse la surface libre de ce liquide.

Si la hauteur du siphon dépasse H, celui-ci ne peut pas rester amorcé; quand après l'avoir rempli on le retourne, pour plonger ses extrémités dans chacun des vases, on voit la colonne liquide (fig. 154) se séparer au sommet du siphon, et rester soulevée dans l'une et l'autre branche à une hauteur H au-dessus de la surface libre du liquide dans le vase correspondant : il se forme un double baromètre, et le vide existe au sommet du siphon. Dans ces conditions, il y a équilibre, et le liquide ne passe pas d'un vase dans l'autre. L'expérience est aisée à réaliser avec le mercure, puisque H n'excédant pas 78 centimètres, il suffit de prendre un siphon de 80 à 100 centimètres de longueur.



Fig. 154.

Cette dernière expérience montre bien que, dans le transport du liquide par un siphon, la pression atmosphérique joue un rôle.

Quand le liquide est en mouvement à l'intérieur du siphon, on n'est plus dans les conditions d'équilibre où les théorèmes d'hydrostatique peuvent être appliqués et, en en faisant usage, on risquerait de commettre de graves erreurs.

Pourtant, les lois de l'hydrostatique permettent de voir *a priori* que dans les conditions où l'expérience montre qu'il y a mouvement du liquide, l'équilibre est effectivement impossible.

Admettons, pour un instant, que l'équilibre existe dans les conditions de la figure 153. Considérons une petite surface d'aire $s$ prise à l'intérieur du siphon en un point quelconque C, situé à une hauteur $x$ au-dessus du niveau du liquide dans le vase A, et à une hauteur $(a + x)$ au-dessus du niveau du liquide dans le vase B, en désignant par $a$ la distance verticale entre les niveaux des deux vases.

Appelons $p$ la pression par unité de surface au niveau MM', dans le fluide qui entoure le siphon et les vases A et B (air at-

mosphérique dans les circonstances ordinaires). Si nous considérons les pressions transmises par le liquide du vase A et par la portion du siphon qui y plonge, la surface d'aire $s$ doit supporter une pression égale à $ps - sxD$, en désignant par D le poids spécifique absolu du liquide. Mais si nous considérons les pressions comme transmises par le liquide du vase B, la pression sur la même surface C doit être égale à $ps + sad - s(a + x)D$, $d$ étant le poids spécifique absolu du fluide qui entoure les vases. La différence entre la première et la deuxième pression que nous venons d'obtenir est égale à

$$sa(D - d)$$

Or cette différence doit être nulle, car sur une même surface il ne peut y avoir qu'une même pression. Si donc $D - d$ n'est pas nul il faut que $a$ soit nul pour que l'équilibre soit possible : dans les deux vases le liquide doit être au même niveau ([1]).

Si $a$ est différent de zéro, la supposition que nous avons faite en admettant l'état d'équilibre du fluide, nous conduisant à une impossibilité, est inexacte, et, par conséquent, le liquide est en mouvement.

Dans ce cas on ne peut guère douter *a priori* que le passage du fluide le plus dense, se fasse du vase où le niveau est le plus

(1) Sur les deux faces d'une tranche de liquide infiniment mince, il ne saurait y avoir, dans l'état de mouvement comme dans l'état d'équilibre, qu'une différence de pression infiniment petite. En effet, désignons par $f$ cette différence de pression, par $j$ l'accélération que produirait cette force sur la masse infiniment petite $m$ de liquide contenu dans la tranche, on a $j = \frac{f}{m}$; si donc $f$ n'était pas infiniment petit, $j$ serait infini et comme les autres forces (poids, frottement ...) qui peuvent agir sur cette tranche infiniment mince sont infiniment petites, la vitesse de celle-ci deviendrait infinie, ce qui est impossible.

Quand le siphon présente une branche horizontale, les lois de M. Poiseuille s'appliquent à cette partie du tube, et, en suivant la marche du liquide, les pressions par unité de surface vont en diminuant, la différence des pressions supportées par deux tranches étant proportionnelle à leur distance.

élevé vers celui où il est le plus bas ; au surplus, c'
montre immédiatement la considération des travaux
agissant sur le liquide.

En effet, soit $v$ la variation de volume du liquide d
A où le niveau est le plus élevé, pendant un temps tr
considérons cette quantité comme positive si ce volum
et comme négative dans le cas contraire. La quantit
sente en même temps la variation de volume, inverse
cédente, que subit le liquide du vase B pendant
temps $\theta$.

On sait que pendant ce temps $\theta$, le travail de la pe
les particules du liquide en mouvement est égal au
poids $v$D du v
liquide tombant
teur $a$, c'est-à-
$v$D$a$ D'autre pa
qui surmonte
éprouve dans
vases une varia
lume $v$, mais
verse de celle
le travail des a
pesanteur sur l
les de ce fluid
vement est do
Ajoutons aux
la pesanteur, l
toujours négat
(W' étant un
positive) des f
alors pendant l

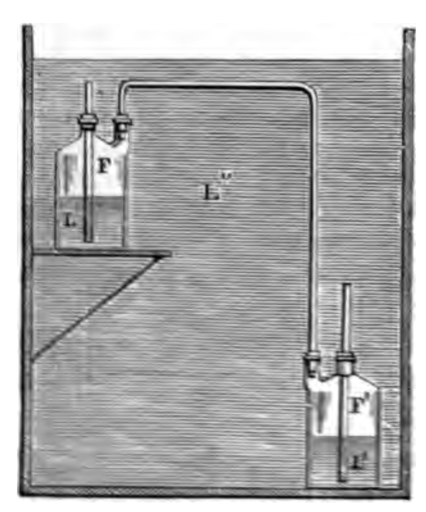


Fig. 153.

la somme des travaux des forces agissant sur le systèm
vement est :

$$v\mathrm{D}a - vda - W'$$

Le double de ce travail est égal à la variation de
Considérons ce qui se passe au moment où le liquide

ıouvoir: les fluides, primitivement immobiles, prennent une ıe vitesse, et augmentent de force vive; si V représente augmentation pendant le temps θ, on a :

$$V = 2(vDa - vda - W)$$

$$va(D - d) = W + \frac{V}{2}$$

ˌecond membre de cette égalité étant positif, il en est de du premier, et si D est plus que *d*, comme *a* est positif, il ıe *v* soit aussi positif: le fluide ; dense doit donc commencer à ler du vase où le niveau est le levé vers celui où il est le plus ; ce mouvement doit continuer ; même sens tant que *a* n'est l. En effet le liquide ne saurait rader, sans avoir un instant ; or, à partir de ce moment, ement devrait reprendre dans me sens qu'auparavant, d'a- démonstration précédente.

; la disposition représentée par re 155 où, contrairement à ce lieu habituellement, le fluide dense LL'L'' entoure complè- les deux vases, et où les es du siphon sont plongées e fluide (liquide ou gaz) le lense F et F', il en est encore ne: le liquide le plus dense du vase supérieur au vase ır, et le fluide le moins dense passe, par l'intermédiaire du , du vase inférieur au vase supérieur.

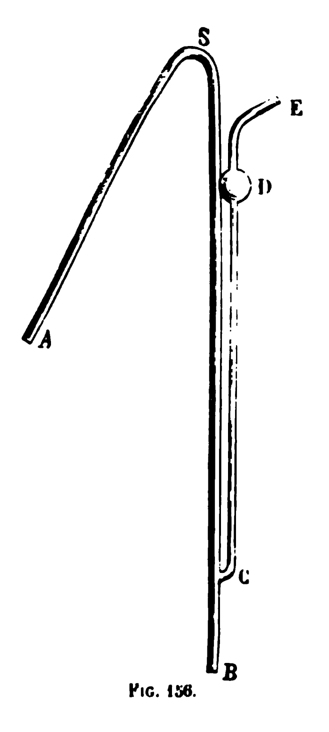


Fig. 156.

· amorcer un siphon on peut employer plusieurs procédés:

par exemple, après l'avoir rempli du liquide à transvaser et avoir bouché l'un des orifices avec le doigt, on retourne le siphon, on plonge l'une des branches dans le liquide et l'on retire le doigt. On peut aussi, après avoir placé l'une des branches du siphon plein d'air dans le liquide, aspirer avec la bouche par l'extrémité de l'autre branche. Ce procédé ne peut évidemment pas convenir dans le cas d'un liquide vénéneux ou corrosif. Pour ces liquides, on se sert d'un siphon ASB (fig. 156) qui présente un tube latéral CDE : on plonge l'extrémité de la petite branche A dans le liquide, et, après avoir bouché B avec le doigt, on aspire par E, jusqu'à ce que les deux branches AS et SB soient pleines ; grâce à l'ampoule D on peut facilement éviter l'entrée du liquide dans la bouche. Quand on ôte le doigt, le siphon étant amorcé, le liquide s'écoule, à condition que le point C où vient aboutir le tube d'aspiration soit au-dessous du niveau du liquide dans le vase ; car à mesure que le liquide s'écoule par B, le tube EDC se vide, et, quand ce tube est plein d'air, la pression atmosphérique s'exerce en C.

**8. VASE DE TANTALE.** — Ce petit appareil offre l'intérêt de nous donner l'explication des sources intermittentes naturelles.

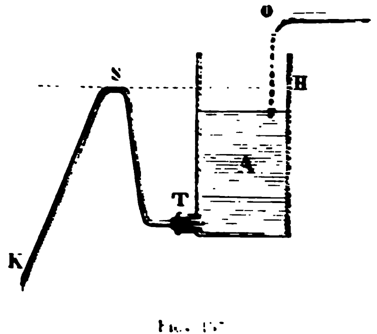


Fig. 157

Adaptons à un vase A (fig. 157) tubulé à sa partie inférieure T un tube recourbé en siphon TSK, dont l'extrémité ouverte K soit située au-dessous du fond du vase, et dont la partie supérieure S soit à un niveau SH inférieur à celui des bords. Supposons que l'eau tombe goutte à goutte ou en mince filet par un orifice O, le vase se remplit lentement et le liquide monte à la même hauteur dans la branche TS du siphon : dès que l'eau dans le vase dépasse tant soit peu le niveau SH, le liquide descend par la branche SK, qui se remplit aussi. Le siphon TKS étant amorcé, l'eau du vase s'écoule, et, si le débit de l'orifice O

ible vis-à-vis de celui du siphon, le vase se vide presqu'en-
ıent. Quand, par suite de l'abaissement du liquide dans
se, l'air arrive en T, le siphon se désamorce et l'écou-
ıt s'arrête en K, pour reprendre quelque temps après quand
e se trouve de nouveau rempli jusqu'en SH (1).



FIG. 158.

figure 158 suffit à faire comprendre comment une cavité
lle peut faire l'office du vase A, comment des infiltrations
nt lentement remplir d'eau cette cavité, comment, enfin, un
it partant du fond de celle-ci, et commençant par s'élever
lescendre ensuite, peut jouer le rôle du siphon TSK.

n voit que le niveau du liquide ne peut, dans ce vase, dépasser SH.
place un peu au-dessus de ce niveau la bouche d'une petite figurine,
ıontera jusque dans le voisinage de celle-ci, mais au moment de
dre le vase se videra, d'où le nom de *vase de Tantale* donné à ce
ppareil.

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0°,0 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,2 | 02 | 02 | 02 | 02 | 02 | 02 | 03 | 03 | 03 |
| 0,4 | 05 | 05 | 05 | 05 | 05 | 05 | 05 | 05 | 05 |
| 0,6 | 07 | 07 | 07 | 07 | 07 | 07 | 07 | 07 | 08 |
| 0,8 | 09 | 09 | 09 | 09 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 1°,0 | 0,011 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,013 |
| 1,2 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 15 | 5 |
| 1,4 | 16 | 16 | 16 | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 | 18 |
| 1,6 | 18 | 18 | 19 | 19 | 19 | 19 | 20 | 20 | |
| 1,8 | 20 | 21 | 21 | 21 | 21 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| 2°,0 | 0,023 | 0,023 | 0,023 | 0,024 | 0,024 | 0,024 | 0,025 | 0,025 | 0,025 |
| 2,2 | 25 | 25 | 26 | 26 | 26 | 27 | 27 | 27 | 28 |
| 2,4 | 27 | 27 | 28 | 28 | 29 | 29 | 29 | 30 | 30 |
| 2,6 | 29 | 30 | 30 | 31 | 31 | 31 | 32 | 32 | 33 |
| 2,8 | 32 | 32 | 33 | 33 | 33 | 34 | 34 | 35 | 35 |
| 3°,0 | 0,034 | 0,034 | 0,035 | 0,035 | 0,036 | 0,036 | 0,037 | 0,037 | 0,038 |
| 3,2 | 36 | 37 | 37 | 38 | 38 | 39 | 39 | 40 | 40 |
| 3,4 | 38 | 39 | 39 | 40 | 41 | 41 | 42 | 42 | 43 |
| 3,6 | 41 | 41 | 42 | 42 | 43 | 44 | 44 | 45 | 45 |
| 3,8 | 43 | 43 | 44 | 45 | 45 | 46 | 47 | 47 | 48 |
| 4°,0 | 0,045 | 0,046 | 0,046 | 0,047 | 0,048 | 0,048 | 0,049 | 0,050 | 0,050 |
| 4,2 | 47 | 48 | 49 | 49 | 50 | 51 | 51 | 52 | 52 |
| 4,4 | 50 | 50 | 51 | 52 | 52 | 53 | 54 | 55 | 55 |
| 4,6 | 52 | 53 | 53 | 54 | 55 | 56 | 56 | 57 | 58 |
| 4,8 | 54 | 55 | 56 | 56 | 57 | 58 | 59 | 59 | 60 |

NOTA : La correction s'obtient en prenant le nombre inscrit à la rencontre de la rangée horizontale correspondant à la température du baromètre et de la colonne verticale correspondant à la hauteur la plus voisine de celle qu'on a observée. Si la température est supérieure à 0°, ce nombre correctif doit être retranché de la hauteur lue, évaluée en centimètres ; si la température est inférieure à 0°, il doit y être ajouté.

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5°,0 | 0,056 | 0,057 | 0,058 | 0,059 | 0,060 | 0,060 | 0,061 | 0,062 | 0,063 |
| 5 ,2 | 59 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 64 | 65 |
| 5 ,4 | 61 | 62 | 63 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 |
| 5 ,6 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 69 | 70 |
| 5 ,8 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 |
| 6°,0 | 0,068 | 0,069 | 0,070 | 0,071 | 0,071 | 0,072 | 0,073 | 0,074 | 0,075 |
| 6 ,2 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
| 6 ,4 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 6 ,6 | 74 | 75 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 |
| 6 ,8 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 |
| 7°,0 | 0,079 | 0,080 | 0,081 | 0,082 | 0,083 | 0,085 | 0,086 | 0,087 | 0,088 |
| 7 ,2 | 81 | 82 | 83 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 7 ,4 | 83 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 91 | 92 | 93 |
| 7 ,6 | 86 | 87 | 88 | 89 | 91 | 92 | 93 | 94 | 96 |
| 7 ,8 | 88 | 89 | 90 | 92 | 93 | 94 | 95 | 97 | 98 |
| 8°,0 | 0,090 | 0,091 | 0,093 | 0,094 | 0,095 | 0,097 | 0,098 | 0,099 | 0,101 |
| 8 ,2 | 92 | 94 | 95 | 96 | 98 | 99 | 0,100 | 0,102 | 03 |
| 8 ,4 | 95 | 96 | 97 | 99 | 0,100 | 0,101 | 03 | 04 | 06 |
| 8 ,6 | 97 | 98 | 0,100 | 0,101 | 02 | 04 | 05 | 07 | 08 |
| 8 ,8 | 99 | 0,101 | 02 | 03 | 05 | 06 | 08 | 09 | 10 |
| 9°,0 | 0,101 | 0,103 | 0,104 | 0,106 | 0,107 | 0,109 | 0,110 | 0,112 | 0,113 |
| 9 ,2 | 04 | 05 | 07 | 08 | 10 | 11 | 13 | 14 | 15 |
| 9 ,4 | 06 | 07 | 09 | 10 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 |
| 9 ,6 | 08 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 |
| 9 ,8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | 20 | 21 | 23 |
| 10°,0 | 0,113 | 0,114 | 0,116 | 0,118 | 0,119 | 0,121 | 0,122 | 0,124 | 0,126 |
| 10 ,2 | 15 | 17 | 18 | 20 | 21 | 23 | 25 | 26 | 28 |
| 10 ,4 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 26 | 27 | 29 | 31 |
| 10 ,6 | 19 | 21 | 23 | 25 | 26 | 28 | 30 | 31 | 33 |
| 10 ,8 | 22 | 23 | 25 | 27 | 29 | 30 | 32 | 34 | 35 |

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11°,0 | 0,124 | 0,126 | 0,128 | 0,129 | 0,131 | 0,133 | 0,135 | 0,136 | 0,138 |
| 11 ,2 | 26 | 28 | 30 | 32 | 33 | 35 | 37 | 39 | 40 |
| 11 ,4 | 28 | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 | 39 | 41 | 43 |
| 11 ,6 | 31 | 33 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 |
| 11 ,8 | 33 | 35 | 37 | 39 | 41 | 42 | 44 | 46 | 48 |
| 12°,0 | 0,135 | 0,137 | 0,139 | 0,141 | 0,143 | 0,145 | 0,147 | 0,149 | 0,151 |
| 12 ,2 | 37 | 39 | 41 | 43 | 45 | 47 | 49 | 51 | 53 |
| 12 ,4 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 | 52 | 54 | 56 |
| 12 ,6 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 | 52 | 54 | 56 | 59 |
| 12 ,8 | 44 | 46 | 48 | 50 | 53 | 55 | 57 | 59 | 61 |
| 13°,0 | 0,147 | 0,149 | 0,151 | 0,153 | 0,155 | 0,157 | 0,159 | 0,161 | 0,164 |
| 13 ,2 | 49 | 51 | 53 | 55 | 57 | 59 | 62 | 64 | 66 |
| 13 ,4 | 51 | 53 | 55 | 57 | 60 | 62 | 64 | 66 | 69 |
| 13 ,6 | 53 | 55 | 58 | 60 | 62 | 64 | 66 | 69 | 71 |
| 13 ,8 | 56 | 58 | 60 | 62 | 64 | 67 | 69 | 71 | 73 |
| 14°,0 | 0,158 | 0,160 | 0,162 | 0,165 | 0,167 | 0,169 | 0,171 | 0,174 | 0,176 |
| 14 ,2 | 60 | 62 | 65 | 67 | 69 | 71 | 74 | 76 | 78 |
| 14 ,4 | 62 | 65 | 67 | 69 | 72 | 74 | 76 | 79 | 81 |
| 14 ,6 | 65 | 67 | 69 | 72 | 74 | 76 | 79 | 81 | 84 |
| 14 ,8 | 67 | 69 | 72 | 74 | 76 | 79 | 81 | 84 | 86 |
| 15°,0 | 0,169 | 0,171 | 0,174 | 0,176 | 0,179 | 0,181 | 0,184 | 0,186 | 0,189 |
| 15 ,2 | 71 | 74 | 76 | 79 | 81 | 84 | 86 | 88 | 91 |
| 15 ,4 | 74 | 76 | 78 | 81 | 83 | 86 | 88 | 91 | 94 |
| 15 ,6 | 76 | 78 | 81 | 83 | 86 | 88 | 91 | 93 | 96 |
| 15 ,8 | 78 | 81 | 83 | 86 | 88 | 91 | 93 | 96 | 98 |
| 16°,0 | 0,180 | 0,183 | 0,185 | 0,188 | 0,191 | 0,193 | 0,196 | 0,198 | 0,201 |
| 16 ,2 | 83 | 85 | 88 | 90 | 93 | 96 | 98 | 0,201 | 03 |
| 16 ,4 | 85 | 87 | 90 | 93 | 96 | 98 | 0,201 | 03 | 05 |
| 16 ,6 | 87 | 90 | 92 | 95 | 98 | 0,200 | 03 | 06 | 08 |
| 16 ,8 | 89 | 92 | 95 | 97 | 0,200 | 03 | 06 | 08 | 11 |

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17°,0 | 0,192 | 0,194 | 0,197 | 0,200 | 0,203 | 0,205 | 0,208 | 0,211 | 0,214 |
| 17 ,2 | 94 | 97 | 99 | 02 | 05 | 08 | 10 | 13 | 16 |
| 17 ,4 | 96 | 99 | 0,202 | 05 | 07 | 10 | 13 | 16 | 19 |
| 17 ,6 | 98 | 0,201 | 04 | 07 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 |
| 17 ,8 | 0,201 | 03 | 06 | 09 | 12 | 15 | 18 | 21 | 23 |
| 18°,0 | 0,203 | 0,206 | 0,209 | 0,212 | 0,214 | 0,217 | 0,220 | 0,223 | 0,226 |
| 18 ,2 | 05 | 08 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 28 |
| 18 ,4 | 07 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 |
| 18 ,6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 |
| 18 ,8 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 |
| 19°,0 | 0,214 | 0,217 | 0,220 | 0,223 | 0,226 | 0,229 | 0,232 | 0,236 | 0,239 |
| 19 ,2 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 |
| 19 ,4 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 |
| 19 ,6 | 21 | 24 | 27 | 30 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 |
| 19 ,8 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 49 |
| 20°,0 | 0,225 | 0,229 | 0,232 | 0,235 | 0,238 | 0,241 | 0,245 | 0,248 | 0,252 |
| 20 ,2 | 28 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 47 | 50 | 54 |
| 20 ,4 | 30 | 33 | 36 | 40 | 43 | 46 | 50 | 53 | 57 |
| 20 ,6 | 32 | 35 | 39 | 42 | 45 | 49 | 52 | 55 | 59 |
| 20 ,8 | 34 | 38 | 41 | 44 | 48 | 51 | 55 | 58 | 61 |
| 21°,0 | 0,237 | 0,240 | 0,243 | 0,247 | 0,250 | 0,254 | 0,257 | 0,260 | 0,264 |
| 21 ,2 | 39 | 42 | 46 | 49 | 53 | 56 | 59 | 63 | 66 |
| 21 ,4 | 41 | 45 | 48 | 52 | 55 | 58 | 62 | 66 | 69 |
| 21 ,6 | 43 | 47 | 50 | 54 | 57 | 61 | 64 | 68 | 72 |
| 21 ,8 | 46 | 49 | 53 | 56 | 60 | 63 | 67 | 70 | 74 |
| 22°,0 | 0,248 | 0,251 | 0,255 | 0,259 | 0,262 | 0,266 | 0,269 | 0,273 | 0,277 |
| 22 ,2 | 50 | 54 | 57 | 61 | 64 | 68 | 72 | 75 | 79 |
| 22 ,4 | 52 | 56 | 60 | 63 | 67 | 70 | 74 | 78 | 82 |
| 22 ,6 | 55 | 58 | 62 | 66 | 69 | 73 | 77 | 80 | 84 |
| 22 ,8 | 57 | 61 | 64 | 68 | 72 | 75 | 79 | 83 | 86 |

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23°,0 | 0,259 | 0,263 | 0,267 | 0,270 | 0,274 | 0,278 | 0,281 | 0,285 | 0,289 |
| 23 ,2 | 61 | 65 | 69 | 73 | 76 | 80 | 84 | 88 | 91 |
| 23 ,4 | 64 | 67 | 71 | 75 | 79 | 83 | 86 | 90 | 94 |
| 23 ,6 | 66 | 70 | 74 | 77 | 81 | 85 | 89 | 93 | 97 |
| 23 ,8 | 68 | 72 | 76 | 80 | 84 | 87 | 91 | 95 | 99 |
| 24°,0 | 0,270 | 0,274 | 0,278 | 0,282 | 0,286 | 0,290 | 0,294 | 0,298 | 0,302 |
| 24 ,2 | 73 | 77 | 81 | 84 | 88 | 92 | 96 | 0,300 | 04 |
| 24 ,4 | 75 | 79 | 83 | 87 | 91 | 95 | 99 | 03 | 07 |
| 24 ,6 | 77 | 81 | 85 | 89 | 93 | 97 | 0,301 | 05 | 09 |
| 24 ,8 | 79 | 83 | 87 | 91 | 95 | 99 | 03 | 07 | 11 |
| 25°,0 | 0,282 | 0,286 | 0,290 | 0,294 | 0,298 | 0,302 | 0,306 | 0,310 | 0,314 |
| 25 ,2 | 84 | 88 | 92 | 96 | 0,300 | 04 | 08 | 12 | 16 |
| 25 ,4 | 86 | 90 | 94 | 99 | 03 | 07 | 11 | 15 | 19 |
| 25 ,6 | 89 | 93 | 97 | 0,301 | 05 | 09 | 13 | 17 | 21 |
| 25 ,8 | 91 | 95 | 99 | 03 | 07 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 26°,0 | 0,293 | 0,297 | 0,301 | 0,306 | 0,310 | 0,314 | 0,318 | 0,322 | 0,327 |
| 26 ,2 | 95 | 99 | 04 | 08 | 12 | 16 | 21 | 25 | 29 |
| 26 ,4 | 98 | 0,302 | 06 | 10 | 15 | 19 | 23 | 27 | 32 |
| 26 ,6 | 0,300 | 04 | 08 | 13 | 17 | 21 | 25 | 30 | 35 |
| 26 ,8 | 02 | 06 | 11 | 15 | 19 | 24 | 28 | 32 | 37 |
| 27°,0 | 0,304 | 0,309 | 0,313 | 0,317 | 0,322 | 0,326 | 0,330 | 0,335 | 0,340 |
| 27 ,2 | 07 | 11 | 15 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 42 |
| 27 ,4 | 09 | 13 | 18 | 22 | 26 | 31 | 35 | 40 | 45 |
| 27 ,6 | 11 | 15 | 20 | 24 | 29 | 33 | 38 | 42 | 47 |
| 27 ,8 | 13 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 40 | 45 | 49 |
| 28°,0 | 0,316 | 0,320 | 0,325 | 0,329 | 0,334 | 0,338 | 0,343 | 0,347 | 0,352 |
| 28 ,2 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 41 | 45 | 50 | 54 |
| 28 ,4 | 20 | 25 | 29 | 34 | 38 | 43 | 48 | 52 | 57 |
| 28 ,6 | 22 | 27 | 32 | 36 | 41 | 45 | 50 | 55 | 59 |
| 28 ,8 | 25 | 29 | 34 | 38 | 43 | 48 | 52 | 57 | 62 |

| Température | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 29°,0 | 0,327 | 0.331 | 0,336 | 0,341 | 0,346 | 0,350 | 0,355 | 0,360 | 0,365 |
| 29 ,2 | 29 | 34 | 38 | 43 | 48 | 53 | 57 | 62 | 67 |
| 29 ,4 | 31 | 36 | 41 | 46 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
| 29 ,6 | 34 | 38 | 43 | 48 | 53 | 57 | 62 | 67 | 72 |
| 29 ,8 | 36 | 41 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 69 | 74 |
| 30°,0 | 0,338 | 0,343 | 0,348 | 0,353 | 0,357 | 0,362 | 0,367 | 0,372 | 0,377 |
| 30 ,2 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 74 | 79 |
| 30 ,4 | 43 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 |
| 30 ,6 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 |
| 30 ,8 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 |
| 31°,0 | 0,349 | 0,354 | 0,359 | 0,364 | 0,369 | 0,374 | 0,379 | 0,384 | 0,390 |
| 31 ,2 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 | 92 |
| 31 ,4 | 54 | 59 | 64 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 95 |
| 31 ,6 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 82 | 87 | 92 | 97 |
| 31 ,8 | 58 | 63 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 94 | 0,400 |
| 32°,0 | 0,361 | 0,366 | 0,371 | 0,376 | 0,382 | 0,387 | 0,392 | 0,397 | 0,402 |
| 32 ,2 | 63 | 68 | 73 | 78 | 84 | 89 | 94 | 99 | 05 |
| 32 ,4 | 65 | 71 | 76 | 81 | 87 | 92 | 97 | 0,402 | 07 |
| 32 ,6 | 68 | 73 | 78 | 83 | 89 | 94 | 99 | 04 | 10 |
| 32 ,8 | 70 | 75 | 80 | 85 | 92 | 97 | 0,402 | 07 | 13 |
| 33°,0 | 0,372 | 0,377 | 0,383 | 0,388 | 0,394 | 0,399 | 0,404 | 0,409 | 0,415 |
| 33 ,2 | 75 | 80 | 85 | 90 | 96 | 0,402 | 07 | 12 | 18 |
| 33 ,4 | 77 | 82 | 88 | 93 | 99 | 04 | 09 | 14 | 20 |
| 33 ,6 | 79 | 84 | 90 | 95 | 0,401 | 07 | 12 | 17 | 23 |
| 33 ,8 | 82 | 87 | 93 | 98 | 03 | 09 | 14 | 19 | 25 |
| 34°,0 | 0,384 | 0,389 | 0,395 | 0,400 | 0,405 | 0,411 | 0,417 | 0,422 | 0,428 |
| 34 ,2 | 86 | 91 | 97 | 02 | 08 | 13 | 19 | 24 | 30 |
| 34 ,4 | 89 | 94 | 0,400 | 05 | 10 | 16 | 22 | 27 | 33 |
| 34 ,6 | 91 | 96 | 02 | 07 | 12 | 18 | 24 | 29 | 35 |
| 34 ,8 | 93 | 98 | 04 | 09 | 15 | 21 | 27 | 32 | 38 |

Paris. — Imprimerie de Paul Dupont, 41, rue J.-J.-Rousseau. 93.4.83

# COURS
DE
# PHYSIQUE

A L'USAGE

DES VES DE LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

PAR

**H. PELLAT**

AGRÉGÉ DE L'UNIVERSITÉ, DOCTEUR ÈS SCIENCES
PROFESSEUR DE PHYSIQUE AU LYCÉE LOUIS-LE-GRAND
ET A LA MAISON D'ÉDUCATION DE LA LÉGION D'HONNEUR
DE SAINT-DENIS

---

## TOME PREMIER

Deuxième Partie. — THERMOMÉTRIE, DILATATIONS
CHANGEMENTS D'ÉTAT. — DENSITÉ DES GAZ. — HYGROMÉTRIE
CALORIMÉTRIE. — THERMODYNAMIQUE




PARIS
SOCIÉTÉ D'IMPRIMERIE ET LIBRAIRIE ADMINISTRATIVES ET CLASSIQUES
**Paul DUPONT, Éditeur**
41, RUE JEAN-JACQUES-ROUSSEAU, 41

1883

# DEUXIÈME PARTIE

**THERMOMÉTRIE, DILATATIONS. — CHANGEMENTS D'ÉTAT**

**DENSITÉ DES GAZ**

**HYGROMÉTRIE. — CALORIMÉTRIE. — THERMODYNAMIQUE**

# LIVRE IV

## CHALEUR

---

## CHAPITRE PREMIER

## GÉNÉRALITÉS SUR LES DILATATIONS ET SUR LA TEMPÉRATURE

1. **DÉFINITION DE LA CHALEUR.** — Un même corps peut nous paraître au toucher *froid* ou *chaud*, suivant les circonstances où il s'est trouvé placé. Comme la plupart des propriétés, et en particulier la composition chimique d'un corps chaud, peuvent rester les mêmes que celles de ce corps quand il est froid, on admet que l'état chaud ne diffère de l'état froid que par une plus grande quantité de *chaleur* : *plus un corps est chaud, plus il renferme de chaleur; plus il est froid, moins il en contient.*

Ce n'est là qu'une simple définition du mot *chaleur* et, bien entendu, elle ne nous fait en rien connaître la nature intime du phénomène.

Nous allons étudier les phénomènes calorifiques, et cette étude pourra nous conduire à la connaissance de la nature de la chaleur que nous ne saurions établir *a priori.*

2. **SOURCES DE CHALEUR.** — Beaucoup de réactions chimiques, et en particulier les combustions, jouissent de la propriété d'échauffer les corps qui se trouvent dans le voisinage de l'endroit où

elles se produisent. Ces phénomènes chimiques *dégagent* de la chaleur.

Le siège d'une combustion est appelé, d'après cela, une *source de chaleur*, et ce nom est donné d'une façon générale à tout ce qui dégage de la chaleur. Le feu, le soleil sont des sources de chaleur. Quand on frotte, lime, perfore un corps dur, il s'échauffe et les surfaces frottantes sont encore des sources de chaleur. Nous verrons plus loin que le passage d'un corps de l'état gazeux à l'état liquide ou le passage de l'état liquide à l'état solide, dégage de la chaleur. Enfin, un corps chaud peut se considérer lui-même comme une source de chaleur, car les corps placés dans son voisinage s'échauffent pendant que lui-même se refroidit.

**3. DILATATION DES CORPS PAR LA CHALEUR.** — Quand un corps s'échauffe, il change de volume et, dans l'immense majorité des cas, son volume augmente : *la chaleur dilate les corps.* Inversement, quand le corps se refroidit, il se contracte. Ces variations de volume, n'étant pas très considérables, peuvent échapper à une observation superficielle, mais l'expérience permet de les constater aisément.

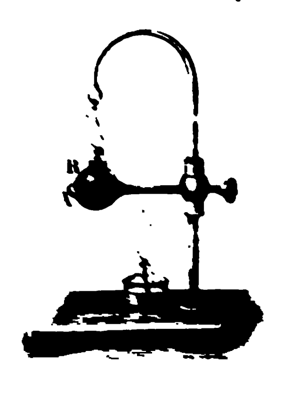


Fig. 159.

1° CAS DES CORPS SOLIDES. — Une petite sphère de cuivre B (fig. 159) peut passer tout juste à travers un anneau de même métal A quand elle est froide ; si l'on vient à la chauffer à l'aide d'une lampe, on constate qu'elle ne peut plus passer à travers l'anneau : son volume a donc augmenté. Quand elle est redevenue froide, elle passe de nouveau. Cette expérience est due à S'Gravesande[1].

En général, quand un corps solide est chauffé, toutes ses dimensions deviennent plus grandes ; par exemple, une

(1) [illegible] Jacob S'Gravesande, géomètre, physicien et philosophe [illegible] [illegible] 1742.

barre augmente de longueur. On le montre à l'aide de barres métalliques, qui peuvent, quand elles sont froides, se placer tout juste entre deux arrêts fixés sur une planchette, mais qui, lorsqu'elles sont chaudes, ne peuvent plus se placer entre ces mêmes arrêts.

Le pyromètre à cadran (fig. 160) permet de rendre visible à




FIG. 160.

tout un auditoire le phénomène de l'allongement d'une barre métallique par la chaleur. Une tige BA de fer ou de cuivre est fixée à une borne P par son extrémité B. L'autre extrémité A passe librement à travers un trou pratiqué dans une seconde borne Q. Cette extrémité appuie sur le petit bras AO d'un levier coudé AOC, et l'extrémité C du grand bras du levier OC, qui a la forme d'une aiguille indicatrice, peut s'élever le long d'un quart de cercle divisé. Si, par une cause quelconque, la barre AB vient à s'allonger, l'extrémité B étant fixe, A s'avance et pousse l'extrémité du petit bras du levier OA d'une quantité égale à l'allongement; le levier tournant autour de O, l'extrémité C de l'aiguille s'élève sur le cadran d'une quantité qui est à l'allongement de la barre dans le rapport des deux bras du levier CO et AO. C'est un moyen d'amplifier le déplacement dû à une variation de longueur et de le rendre facilement visible. Or, quand on vient à allumer l'alcool qui imbibe une mèche de coton placée dans une rigole L au-dessous de AB, on voit l'extrémité de l'aiguille s'élever, indiquant ainsi que la barre AB s'allonge. Quand, après avoir éteint la lampe L, la barre est redevenue froide, l'extrémité

de l'aiguille a repris la position qu'elle avait avant l'échau ment : la barre se raccourcit en se refroidissant.

Lorsque les corps solides ne sont pas cristallisés, ou qu'ils cristallisés dans le système cubique ou bien lorsque la cristall tion, quel que soit le système, est confuse de façon que le co soit constitué par un très grand nombre de cristaux dont les a soient orientés d'une manière quelconque les uns par rapport autres, c'est-à-dire, en définitive, dans l'immense majorité cas, chaque unité de longueur prise dans une direction quelc que augmente de la même quantité pour le même échauffem Par conséquent, le corps échauffé régulièrement reste géomé quement semblable à ce qu'il était à froid. Il en résulte que le corps est creux, le rapport qui existe entre la capacité in rieure et le volume extérieur du corps, conserve la même valc que le corps soit chaud ou froid, et, comme par l'échauffem le volume extérieur s'est dilaté, il en est de même de la ca cité intérieure. Pour la même raison, le diamètre intérieur d anneau est plus grand à chaud qu'à froid. Si, d l'expérience de l'anneau de S'Gravesande, on cha en même temps l'anneau et la sphère, elle cont à pouvoir passer à travers celui-là.

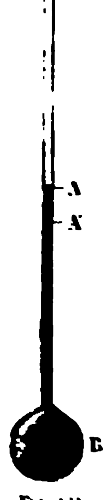


Fig. 161.

2° Cas des liquides. — Comme un liquide être contenu dans un vase, pour constater aisé sa dilatation il convient de surmonter celui-ci tube de verre étroit (fig. 161) dans lequel le li s'élève à une certaine hauteur A. Si $r$ est l'accro ment de volume du liquide et $s$ la section du tu quantité dont augmente la hauteur du liquide ce tube, par le fait de la dilatation, est $\frac{r}{s}$ en su sant que le vase ne varie pas de capacité ; ell donc d'autant plus grande, pour une même v de $r$, que la section du tube $s$ est plus petite.

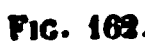
En réalité, quand on vient à chauffer le vas deux effets se produisent : — 1° la capacité du augmente, par suite de la dilatation du solide qui le constitu qui tend à faire rentrer le liquide dans le vase et à diminu

ur dans le tube; — 2° le liquide se dilate, ce qui tend à pro-
un effet inverse, c'est-à-dire à faire monter le liquide dans
e.

constate, en effet, qu'en immergeant le vase B dans l'eau le, le niveau du liquide commence par baisser de A en A'; l s'élève ensuite, atteint de nouveau le point A (qu'on a dû ıer par un trait sur le tube) le dépasse de beaucoup et arrive '. L'abaissement observé d'abord est dû à ce que la chaleur au a échauffé les parois du vase avant d'échauffer le liquide : acité de B augmentant, sans que le liquide ait varié de vo- le niveau baisse ; mais le liquide s'échauffe à son tour, se et le niveau remonte. Le fait qu'il s'élève bien au-dessus nt A montre que la dilatation du liquide est bien plus grande lle du solide qui constitue le vase.

t là un fait général : les liquides se dilatent plus que les s.

**s des gaz.** — La dilatation des gaz est bien plus considérable encore que celle des liquides. On la met aisément en évidence avec l'appareil suivant (fig. 162). Un ballon B plein d'air est fermé par un bouchon dans lequel passe un tube de verre qui se recourbe horizontalement et qui est ouvert à son extrémité A. On a introduit dans celui-ci une petite colonne de liquide I, qui forme comme un bouchon mobile emprisonnant dans le ballon et le tube une certaine masse d'air. En appliquant les mains sur le ballon on échauffe le gaz assez pour voir l'index I s'avancer ı'à l'extrémité du tube.


Fig. 162.

ıns cette expérience le gaz échauffé a conservé la même : élastique qu'à froid, cette force élastique étant celle de ıosphère dans laquelle débouche l'extrémité A du tube. il est clair qu'en augmentant, par cette extrémité A, la

force élastique de l'air qui se trouve en avant de l'index I, nous pourrions ramener celui-ci à sa première position sans refroidi le gaz. Dans ce cas le volume du gaz n'aurait pas varié pa l'échauffement, mais sa force élastique aurait augmenté. Ainsi quand on échauffe un gaz et qu'on l'empêche de se dilater, sa force élastique augmente.

On peut le montrer directement par l'expérience suivante. Un ballon (fig. 163) contenant de l'air, est surmonté d'un tube en S renfermant un liquide qui occupe une partie de l'ampoule A et de la branche verticale BB'. Si l'on vient échauffer le ballon, on voit le niveau d liquide s'élever dans la branche BB', ce qu indique que la force élastique du gaz augmente.

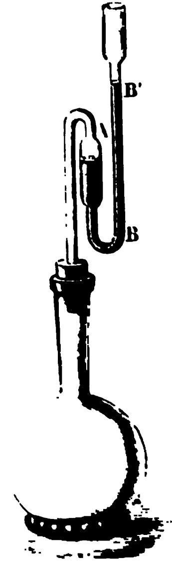



Fig. 163.

Ce que nous venons de dire au sujet de gaz est vrai aussi pour les solides et le liquides : quand ils ont été dilatés par l chaleur on peut, sans les refroidir, les ramener au volume primitif en exerçant un pression à leur surface. Mais, comme le solides et les liquides sont très peu compressibles, il faut exercer des pression énormes pour obtenir cet effet. Par conséquent, si l'on vient à chauffer un de ce corps, il exercera un effort considérable su les obstacles qui s'opposent à sa dilatation.

M. Tommasi a réalisé une expérience qui montre quelle énorm pression un liquide chauffé dans un vase clos peut exercer su les parois de celui-ci. Un tube en fer forgé T (fig. 164), ferm à sa partie inférieure, est rempli d'huile d'olive ; sur son orifi est placée une plaque de plomb de $6^{mm}$ d'épaisseur, qui y est assujettie à l'aide d'un couvercle en fer E formant écrou et vissé s l'extrémité B du tube élargie et taraudée en vis. Une ouvertu cylindrique de ce couvercle prolonge en quelque sorte de l'aut côté de la plaque la cavité intérieure du cylindre. On chauffe l



le fer avec une rampe verticale de becs de gaz GG. L'huile, itant plus que le fer, exerce une telle pression, que la por-de la plaque R cor-dant au trou du cle E se détache enlevée à l'em-pièce.

-sement, si l'on fixer les extré-une barre de fer ée, celle-ci, en idissant, rappro-ec une grande es corps qui ten-mettre obstacle accourcissement. t à profit cette té pour ramener la verticale les murs opposés ifice, quand, par une construction euse, ils s'écar-la partie supé-

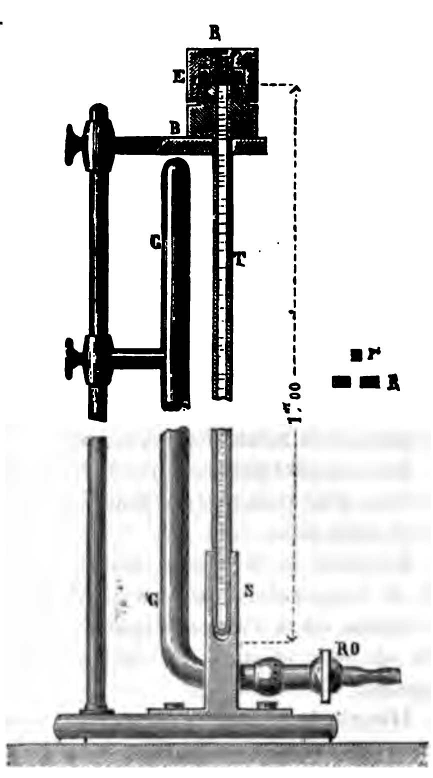



FIG. 164.

ropriété que l'ex-ce vient de nous r, nous permet d'apprécier, beaucoup mieux que par le r, si un corps s'échauffe ou se refroidit. A l'aide des dis-ns représentées par les figures 161 ou 162, on peut accuser petites variations de volume et, par là, un très petit échauf-t ou refroidissement du corps.

**EMPÉRATURE.** — La *température* est une grandeur qui sente l'état d'échauffement d'un corps. Quoique tout le e en ait une idée plus ou moins vague, la définition pré-

cise de ce terme ne laisse pas que d'être un peu délicate à donner.

Pour un même corps, nous dirons que *sa température s'élève* ou *s'abaisse*, suivant qu'il s'échauffe ou se refroidit, ce dont nous pouvons juger avec précision par les variations de volume, et que sa température est *stationnaire* si son volume reste le même, pour une même pression extérieure bien entendu.

Qu'entend-on maintenant par deux ou plusieurs corps à la *même température* ou à des *températures différentes*?

Plaçons dans une même enceinte plusieurs corps A, B, C...; en général nous verrons, par le changement de volume qu'ils éprouvent, que la température de chacun d'eux varie, les uns s'échauffent, les autres se refroidissent. Mais, si la température de l'enceinte ne varie pas, il arrivera toujours un moment à partir duquel la température de chacun des corps A, B, C... ne variera plus. Nous dirons que dans cet état ces corps A, B, C..., et l'enceinte ont la *même température*.

Ainsi, quand plusieurs corps sont dans le voisinage les uns des autres, leur température tend à s'égaliser par échange de chaleur entre eux.

Il résulte de là que, si un corps A cède de la chaleur à un corps B, *sa température est plus élevée que celle de* B, puisque la température de A s'abaisse, que celle de B s'élève par cet échange de chaleur, et que ces deux températures tendent à devenir égales.

D'après la définition même de la température, la loi des phénomènes de dilatation étudiés dans le paragraphe précédent peut s'énoncer ainsi :

*Le volume d'un corps, soumis à une même pression extérieure dépend de sa température. Dans l'immense majorité des cas, quand la température s'élève, le volume augmente, quand elle s'abaisse le volume diminue, et celui-ci reprend toujours la même valeur pour une même température, s'il n'a subi aucune altération.*

Et il résulte de là que :

*La force élastique d'une même masse gazeuse, qui conserve*

*le même volume, augmente, quand la température s'élève, diminue, quand elle s'abaisse, reprend la même valeur, quand la température redevient la même.*

5. **TEMPÉRATURES FIXES.** — Si nous laissons dans l'air l'appareil représenté par la figure 161, nous verrons que le volume du liquide éprouve constamment des variations lentes, ce qui nous indique que l'air atmosphérique ne conserve pas indéfiniment la même température. Nous verrions de même que l'eau des rivières, des sources, de la mer, etc., a une température variable avec le temps, ainsi que la plupart des corps placés à la surface du sol. Il serait pourtant utile d'avoir comme points de repère des températures invariables ; il en existe heureusement. Plaçons l'appareil de la figure 161 dans de la glace fondante, la colonne liquide finira par prendre une position fixe dans le tube, indiquant que la glace fondante conserve indéfiniment la même température, et cela quand même la pièce dans laquelle elle est placée s'échauffe ou se refroidit. Toutes les fois que nous remettrons le même appareil dans de la glace bien pure en fusion, la colonne liquide s'arrêtera au même point dans le tube. Ainsi la glace fondante possède toujours la même température.

Ce fait n'est pas particulier à la glace; nous pourrions constater de même que tout corps qui fond conserve une température invariable pendant toute la durée de la fusion, mais cette température change avec la nature du corps. On a ainsi une série de températures fixes.

Un autre phénomène peut encore nous fournir des températures constantes. Plaçons l'appareil, qui vient de nous servir dans l'expérience précédente, au milieu de la vapeur d'eau bouillante ; nous verrons que la colonne liquide, après s'être élevée, s'arrête dans le tube à un niveau qui ne varie plus, si toutefois la pression de l'atmosphère dans laquelle se dégage la vapeur d'eau demeure constante.

La vapeur d'eau bouillante sous une même pression est donc à une température invariable. Ce fait n'est pas particulier à l'eau: la température de la vapeur de tout liquide en ébullition est constante pour une même pression; mais cette température — 1° varie avec la nature du liquide, — 2° augmente avec la force élastique

de l'atmosphère qui l'entoure. Cette dernière propriété perme d'obtenir une infinité de températures fixes se suivant par degré continus.

**6. THERMOMÉTRIE.** — La température est une grandeur mesu rable, et les instruments qui servent à la déterminer s'appelle *thermomètres*. La *thermométrie* pratique repose sur les deu principes suivants :

1° Le volume d'un corps sous une même pression peut défini sa propre température, ou, dans le cas d'un gaz, la force élasti que de celui-ci, sous un même volume, peut définir sa propr température.

2° Un corps prend, au bout d'un certain temps, la températur du milieu qui l'environne; si sa propre température est connu on a, par là même, la température de ce milieu.

Par conséquent tout corps dont le volume sert à définir s propre température est un thermomètre : *la valeur de la tem pérature est l'indication du thermomètre.*

On peut encore se servir comme thermomètre d'une mass gazeuse conservant le même volume et dont on détermine force élastique, celle-ci permettant de définir la températur

**7. CHOIX D'UNE SUBSTANCE THERMOMÉTRIQUE.** — Le choix d corps qui doit servir de thermomètre n'est pas tout à fait indiffé rent. Il est clair d'abord qu'il faut exclure comme agent thermo métrique les corps, en très petit nombre (eau, dissolutions aque ses et quelques cristaux), qui, pour une température déterminé prennent un minimum de volume, car il en résulte qu'un mêm volume peut correspondre à deux températures différentes, ce q pourrait donner lieu à une incertitude dans leur usage comm thermomètre.

Il faut encore que la substance employée ne s'altère pas p l'échauffement. Or, outre les décompositions chimiques que p opérer une élévation de température, des modifications perm nentes, ou du moins qui ne disparaissent qu'avec une extrê lenteur, se produisent dans la structure des métaux, du verr de la plupart des corps solides, quand ils ont été chauffés.

Mettons une barre un peu longue d'un de ces corps dans d glace fondante, mesurons par un moyen précis sa longueur, 

après l'avoir chauffée, replaçons-la dans la glace fondante et recommençons la mesure ; quand la longueur de la barre ne variera plus, nous la trouverons un peu différente de ce qu'elle était dans le premier cas. Il faudra parfois des années pour que le changement de structure, d'où résulte la variation de longueur à une même température, ait disparu.

Les thermomètres métalliques, qui peuvent rendre des services dans certains cas, présentent l'inconvénient grave que nous venons de signaler ; c'est ce qui en fait exclure l'usage pour les recherches précises.

Les liquides et les gaz n'ont jamais ce défaut, aussi sont-ils bien préférables comme agents thermométriques. Mais ces fluides doivent être renfermés dans des enveloppes solides, généralement en verre, comme dans les appareils représentés figures 161 et 162. Or les indications de ces instruments dépendent non-seulement du volume du fluide, mais encore de la capacité du vase. Quand l'instrument revient à la même température, le fluide reprend le même volume (pour une même pression, bien entendu), mais il peut n'en être pas exactement de même de la capacité de l'enveloppe. Dès lors, en revenant à une même température, l'instrument donne une indication un peu différente, ce qui est une cause d'erreur. Mais celle-ci est d'autant plus faible, que la dilatation $\delta$ qu'éprouve le fluide pour une variation de température déterminée est plus considérable, car la différence d'indication nous fait croire à une variation de température d'autant plus faible que la dilatation $\delta$ est plus forte. Aussi cette cause d'erreur, déjà très petite, mais pas tout à fait négligeable, lorsqu'on emploie un liquide, tel que le mercure, pour construire le thermomètre, devient-elle tout à fait insignifiante quand on fait usage d'un gaz comme agent thermométrique.

**8. MESURE CONVENTIONNELLE DES TEMPÉRATURES. — ÉCHELLES THERMOMÉTRIQUES.** — Prenons le thermomètre à liquide représenté par la figure 161 ; divisons la tige par des traits assez rapprochés, équidistants ou non, et inscrivons 0, 1, 2, 3, 4... devant chacun de ces traits en commençant par le bas. Suivant la température de l'instrument, la colonne liquide s'arrêtera devant l'une ou l'autre de ces divisions. Nous pouvons convenir de prendre

comme mesure de la température le nombre inscrit devant le trait où la colonne liquide s'arrête : nous aurons ainsi un thermomètre à échelle arbitraire. Mais il est clair que si aucune loi ne préside à leur graduation, les divers thermomètres ne seront pas comparables entre eux, chacun donnant un nombre différent pour la même température. C'est là un inconvénient qu'il faut faire disparaître en convenant d'une échelle uniforme.

En France, et dans la plupart des pays étrangers, on a adopté maintenant l'échelle *centigrade*.

On prend la température fixe de la glace fondante pour température 0, et la température fixe de la vapeur d'eau pure et bouillante sous la pression de 76 cent. de mercure pour la température 100.

Soit $V_0$ le volume du corps thermométrique à la température 0, et soit $V_{100}$ son volume à la température 100 ainsi définie. Divisons l'augmentation de volume $(V_{100} - V_0)$ en 100 parties égales $\frac{V_{100} - V_0}{100}$. Chaque fois que le volume du corps s'accroîtra de $\frac{V_{100} - V_0}{100}$, nous dirons que la température augmente *d'un degré centigrade*. D'après cela, si $V_t$ est le volume du corps à une certaine température $t$, comme son accroissement de volume à partir de 0 est $V_t - V_0$ et qu'il contient $\frac{V_t - V_0}{\left(\frac{V_{100} - V_0}{100}\right)}$ fois l'augmentation de volume correspondant au degré, on aura, d'après la définition même de la mesure de la température sur l'échelle centigrade :

$$(1) \qquad t - 0 = \frac{V_t - V_0}{\left(\frac{V_{100} - V_0}{100}\right)} = 100 . \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \quad (1)$$

(1) On appelle coefficient thermométrique le rapport $\frac{V_{100} - V_0}{100\, V_0}$. Il est

$t$ peut être ainsi un nombre entier ou fractionnaire, positif ou négatif; si $V_t$ est plus grand que $V_0$ la température est supérieure à 0°, elle est positive ; si $V_t$ est plus petit que $V_0$ la température est inférieure à 0°, elle est négative.

Quand l'agent thermométrique est un liquide, on peut, au lieu des variations réelles de volumes($V_t - V_0$) et ($V_{100} - V_0$), prendre les variations apparentes, obtenues par la lecture du nombre de divisions d'égale capacité dont s'avance la colonne liquide et qui seraient identiques aux augmentations réelles de volume, si le vase n'éprouvait aucun changement de capacité par suite de la variation de température.

Dans le cas où l'agent thermométrique est une masse gazeuse, on peut, si l'on conserve à celle-ci le même volume, mesurer la température par ses variations de force élastique. En effet, désignons par $V_0$ et $P_0$ le volume et la force élastique du gaz à 0°, par $V_t$ son volume à $t$°, si sa force élastique reste $P_0$, et par $P_t$ sa force élastique à $t$°, si son volume au contraire ne varie pas et reste $V_0$ ; admettons que le gaz obéisse à la loi de Mariotte à toute température on a :

$$V_t P_0 = V_0 P_t \tag{2}$$

d'où :

$$\frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{P_t - P_0}{P_0} \tag{3}$$

clair que cette grandeur ne dépend que de la nature de la substance et est indépendante de sa quantité, puisque c'est la 100me partie de l'accroissement de volume qu'éprouve, en passant de 0° à 100°, la masse du corps qui occupe l'unité de volume à 0°. En désignant cette quantité par $k$, la formule (1) peut s'écrire :

$$t = \frac{1}{k}\frac{V_t - V_0}{V_0} \qquad \text{d'où :} \qquad V_t = V_0(1 + kt)$$

En particulier, si la température $t$ devient égale à 100°, on a :

$$(4) \qquad \frac{V_{100} - V_0}{V_0} = \frac{P_{100} - P_0}{P_0}$$

d'où, en divisant membre à membre (3) et (4), il vient :

$$\frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} = \frac{P_t - P_0}{P_{100} - P_0}$$

or on a par définition :

$$(5) \qquad t = 100 \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0}$$

d'où :

$$(6) \qquad t = 100 \frac{P_t - P_0}{P_{100} - P_0}$$

La température $t$ correspond à autant de degrés centigrades que la variation de force élastique $(P_t - P_0)$ à partir de la température 0° contient de fois la 100$^{me}$ partie $\frac{P_{100} - P_0}{100}$ de l'accroissement de force élastique éprouvée en passant de température 0° à la température de 100°.

La définition directe du degré centigrade d'après la définition indirecte donnée plus haut, est donc la suivante :

*Le degré centigrade est l'accroissement de température qui correspond à une augmentation de volume de l'agent thermométrique égale à la 100$^{me}$ partie de l'augmentation de volume qu'il éprouve en passant de la température de la glace fondante à celle de la vapeur d'eau pure et bouillante sous la pression qu'exercent à Paris 76 centimètres de mercure à la température*

*de la glace fondante.* (Les augmentations de volume étant réelles ou apparentes dans le cas des liquides) (1).

Il se présente maintenant une question importante : est-on *bien* sûr que le degré centigrade, ainsi défini, soit une quantité constante quelle que soit la substance thermométrique employée ? *Sera*-t-il le même si aux dilatations vraies on substitue les dilatations apparentes dans le cas des liquides ?

Il est bien clair que tous les thermomètres à échelles centigrades donneront la même indication dans la glace fondante ou

(1) Pendant longtemps, en France, on s'est servi de la graduation Réaumur. Comme dans l'échelle centigrade, le zéro de cette graduation correspond à la température de la glace fondante : mais, à la température de la vapeur d'eau bouillante correspond la division 80. Il résulte de là que 80 degrés Réaumur valent 100 degrés centigrades et que, par conséquent, 1 degré Réaumur vaut $\frac{100}{80} = \frac{5}{4}$ de degré centigrade. Si C et R désignent les nombres de degrés sur l'échelle centigrade et sur l'échelle Réaumur qui correspondent à la même température, on a :

$$C = \frac{5}{4} R$$

formule qui permet de convertir en degrés centigrades les indications du thermomètre Réaumur et inversement.

En Angleterre on se sert encore d'une échelle thermométrique due à Fahrenheit. La température de la glace fondante correspond au $32^{me}$ degré, celle de la vapeur d'eau bouillante au $212^{me}$. Il résulte de là que 212 — 32 ou 180 degrés Fahrenheit valent 100 degrés centigrades ; par conséquent, 1 degré Fahrenheit vaut les $\frac{100}{180} = \frac{5}{9}$ d'un degré centigrade. Si la température en degrés Fahrenheit est F, elle est de (F — 32) degrés Fahrenheit plus élevée que celle de la glace fondante, et en degrés centigrades (F — 32) $\frac{5}{9}$. Ainsi, en représentant par C le nombre de degrés

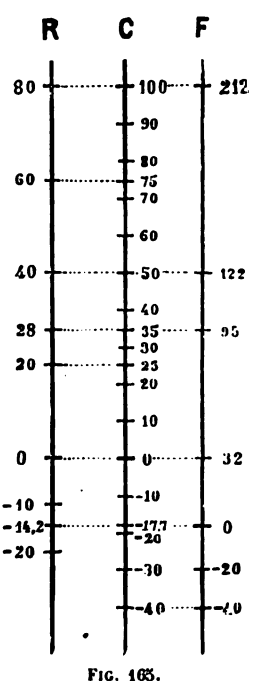


FIG. 165.

dans la vapeur d'eau bouillante, puisque le mode même de graduation les astreint à marquer 0° dans le premier cas, 100° dans le second. Mais est-on assuré qu'à la température où un thermomètre à mercure marque 45°, un thermomètre à air donnera le même nombre? C'est à l'expérience à répondre à ces questions. Or, elle montre que les indications de thermomètres de nature différente, d'accord exactement à 0° et à 100°, sont encore à très peu près d'accord pour les températures comprises entre 0° et 100°; mais pour des températures élevées le désaccord peut être très notable. Nous reviendrons plus loin sur cette question importante, qu'il était utile de soulever tout de suite pour montrer que cette convention de l'échelle centigrade n'est pas encore suffisamment précise.

Faisons remarquer, en outre, que les indications d'un thermomètre à gaz, dans le cas où la température est donnée par la mesure de la force élastique à volume constant, ne doivent coïncider exactement avec celles fournies dans le cas où la température se déduit de la mesure du volume à pression constante, que si le gaz obéit à la loi de Mariotte, d'après le petit calcul que nous avons fait ci-dessus. Or, on sait qu'aucun gaz ne suit rigoureusement cette loi, et que l'écart dépend de la température et de la pression. Mais le désaccord entre les résultats fournis par les deux manières de consulter le thermomètre à gaz doit être extrêmement faible dans le cas de l'air sec ou des autres gaz difficilement liquéfiables.

qui, sur l'échelle centigrade, correspond à la température F de l'échelle Fahrenheit, on a :

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

d'où :

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Ces deux formules permettent d'effectuer les conversions.

La figure 165 représente les trois échelles Réaumur R, centigrade C et Fahrenheit F.

Ainsi il convient de donner plus de précision encore à la définition du degré centigrade, en adoptant un agent thermométrique spécial, et en indiquant la manière de consulter le thermomètre.

Les gaz difficilement liquéfiables, comme l'air, conservent le même état dans les limites les plus étendues où nous puissions mesurer les températures, tandis que les solides et les liquides, deviennent gazeux aux hautes températures. En outre, nous avons vu plus haut d'autres raisons qui font préférer un gaz à un solide ou à un liquide comme agent thermométrique. Si nous ajoutons que l'observation de la variation de force élastique d'un gaz, qui conserve le même volume, est plus facile et moins sujette à erreur que l'observation des changements de volume d'une masse gazeuse qui conserve la même force élastique, on comprendra pourquoi Regnault a fait adopter la définition précise du degré centigrade que voici :

*Le degré centigrade est l'élévation de température à laquelle correspond un accroissement de force élastique d'une masse d'air sec, qui conserve le même volume, égal à la 100^me^ partie de l'accroissement qu'elle éprouverait en passant de la température de la glace fondante à celle de la vapeur d'eau bouillante sous la pression qu'exerce à Paris 76 cent. de mercure à 0°, la force élastique de la masse d'air à la température de la glace fondante étant égale à la pression atmosphérique.*

D'après cette définition si $P_0$, $P_{100}$, $P_t$ sont les forces élastiques de la masse d'air sec sous le même volume à 0°, à 100° et à $t$°, on a :

$$(2) \qquad t = \frac{P_t - P_0}{\left(\frac{P_{100} - P_0}{100}\right)} = \frac{\frac{P_t - P_0}{P_0}}{\frac{P_{100} - P_0}{100\,P_0}}$$

La quantité $\frac{P_t - P_0}{100\,P_0}$ est une constante absolue; c'est le

*coefficient thermométrique* du thermomètre à air. Nous verrons plus loin comment on a déterminé sa valeur : elle est égale à 0,003665. Désignons-la pour abréger par $\alpha$ ; on a alors :

$$(3) \qquad t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{P_t}{P_0} - 1\right) \qquad \text{d'où :} \quad P_t = P_0(1 + \alpha t)$$

Avant de décrire les thermomètres les plus employés, il est nécessaire, pour l'intelligence de ce qui va suivre, de donner tout de suite quelques notions générales sur les dilatations.

**9. GÉNÉRALITÉS SUR LES DILATATIONS.** — Désignons par $\Delta_t$ l'accroissement de volume qu'éprouve la masse d'une substance occupant l'unité de volume à 0° quand la température varie de 0° à $t$° (l'échelle thermométrique étant quelconque du reste), de façon que le volume de cette masse à $t$° soit $1 + \Delta_t$. Si $V_0$ est le volume à 0° d'un corps formé de cette substance, comme il renferme $V_0$ masses dont le volume occupe l'unité à zéro, son volume $V_t$ à $t$° sera $V_0(1 + \Delta_t)$ ; d'où l'égalité :

$$(1) \qquad V_t = V_0(1 + \Delta_t)$$

cette relation fait connaître l'une des trois quantités $V_0$, $V_t$, $\Delta_t$ quand les deux autres sont connues.

La quantité $\Delta_t$ s'appelle *la dilatation cubique de la substance entre* 0 *et t degrés :* c'est une fonction de la température. Or l'expérience prouve que, si la température est comptée sur une échelle thermométrique régulière, comme l'échelle centigrade, quelle que soit d'ailleurs la nature du thermomètre, cette fonction peut se développer suivant les puissances croissantes de la température :

$$\Delta_t = at + bt^2 + ct^3 + \ldots$$

et que les coefficients $a$, $b$, $c$, ... des puissances de plus en plus élevées de $t$ décroissent très rapidement. En employant les deux premiers termes ($at + bt^2$) pour les solides et les gaz, les trois premiers termes ($at + bt^2 + ct^3$) pour les liquides, autres que l'eau (1), on a des fonctions paraboliques qui représentent avec une exactitude suffisante la valeur de $\Delta_t$ (2).

L'égalité (1) peut s'écrire

$$V_t = V_0\left[1 + \left(\frac{\Delta_t}{t}\right)t\right]$$

(1) L'eau et les dissolutions aqueuses ont une dilatation qui ne peut pas être représentée par une formule parabolique à exposants entiers dans toute l'étendue des températures d'observation. Nous ferons plus loin (Chap. III, §§ 7, 8, 9, 10 et 11) l'étude particulière de la dilatation de l'eau.

(2) L'expérience permet de trouver la valeur de $\Delta_t$ pour autant de températures $t$ qu'on le désire, comme nous le verrons plus loin. Si, à l'aide des données expérimentales, on veut déterminer les coefficients $a$, $b$, $c$, que nous supposerons au nombre de trois seulement, on fera choix de trois observations, parmi celles qui paraissent les meilleures, correspondant à des températures convenablement espacées. Représentons les valeurs trouvées aux températures $t_1$, $t_2$, $t_3$ par $\Delta_{t_1}$, $\Delta_{t_2}$, $\Delta_{t_3}$; on a :

$$ct_1^3 + bt_1^2 + at_1 = \Delta_{t_1}$$
$$ct_2^3 + bt_2^2 + at_2 = \Delta_{t_2}$$
$$ct_3^3 + bt_3^2 + at_3 = \Delta_{t_3}$$

Ces trois équations du premier degré à trois inconnues $c$, $b$, $a$, les déterminent. On trouvera presque toujours que, pour tous les solides et les gaz, $c$ est négligeable. Il est indispensable de vérifier après coup que la formule

$$\Delta_t = at + bt^2 + ct^3$$

où $a$, $b$, $c$, sont les coefficients déterminés comme nous venons de le dire, représente convenablement les observations autres que celles qui ont servi à déterminer ces coefficients.

Il est avantageux, au point de vue de l'exactitude, de prendre pour $\Delta_{t_1}$, $\Delta_{t_2}$, $\Delta_{t_3}$ non les résultats directs des expériences, mais les valeurs de $\Delta_t$ fournies pour les températures espacées $t_1$, $t_2$, $t_3$, par une courbe qui représente l'ensemble des observations corrigées en partie des erreurs inévitables de l'expérience. Cette courbe se construit comme nous l'indiquons plus loin (Chap. III, § 2, page 434) à propos des expériences de Regnault sur la dilatation absolue du mercure.

La quantité $\frac{\Delta_t}{t}$ s'appelle le *coefficient de dilatation moyen entre 0° et t°*; en le désignant par $m_t$, on a :

$$V_t = V_0(1 + m_t t) \tag{2}$$

et

$$m_t = \frac{\Delta_t}{t} = a + bt + ct^2 \tag{3}$$

$m_t$ est donc une fonction de $t$. Mais comme $b$ et surtout $c$ sont très petits, on voit que pour les valeurs de $t$ peu considérables, $m_t$ se réduit sensiblement au terme constant $a$, ce qui rend la formule (2) très simple : dans la plupart des applications qu'on a à faire de la formule (2), on a une précision suffisante en considérant $m_t$ comme une constante (*coefficient de dilatation*).

A un degré de précision plus grand, il peut être utile de considérer un coefficient de dilatation moyen entre deux températures $t_1$ et $t_2$ ; en appliquant la formule (1), on a :

$$V_{t_1} = V_0(1 + \Delta_{t_1})$$
$$V_{t_2} = V_0(1 + \Delta_{t_2})$$

d'où :

$$V_{t_2} - V_{t_1} = V_0(\Delta_{t_2} - \Delta_{t_1}) = V_0\left(\frac{\Delta_{t_2} - \Delta_{t_1}}{t_2 - t_1}\right)(t_2 - t_1)$$

la quantité $\frac{\Delta_{t_2} - \Delta_{t_1}}{t_2 - t_1}$ est *le coefficient de dilatation moyen entre $t_1$ et $t_2$* : désignons-le par $m_{t_1 t_2}$.

On a alors :

$$V_{t_2} - V_{t_1} = V_0 m_{t_1 t_2}(t_2 - t_1)$$

et

$$m_{t_1 t_2} = a + b\,\frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2 - t_1} + c\,\frac{t_2^3 - t_1^3}{t_2 - t_1}$$

ce qui se réduit le plus souvent à :

$$m_{t_1 t_2} = a + b(t_1 + t_2)$$

Voici quel est l'usage de ce coefficient de dilatation moyen : quand on a une série de calculs à faire sur les variations de volume d'un corps pour des températures $t$ comprises entre deux températures voisines $t_1$ et $t_2$, on devrait rigoureusement employer la formule

$$V_t - V_{t_1} = V_0 m_{t_1 t}(t - t_1)$$

mais comme $m_{t_1 t}$, fonction de la température $t$, diffère à peine de $m_{t_1 t_2}$, qui en est indépendant, on peut employer, pour simplifier les calculs, ce dernier coefficient mesuré ou calculé une fois par toutes, au lieu de $m_{t_1 t}$, si l'on n'a pas besoin d'une extrême précision.

Supposons que les deux températures $t_1$ et $t_2$ entre lesquelles on considère le coefficient de dilatation moyen se rapprochent indéfiniment et tendent vers une limite commune $t$, le coefficient de dilatation moyen tend vers la limite du rapport

$$\frac{\Delta_{t_2} - \Delta_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

c'est-à-dire vers la dérivée de la fonction $\Delta_t$ par rapport à la varia-

ble $t$. On désigne cette limite sous le nom de ***coefficient de dilatation vraie à $t°$***; d'après cela, si nous le désignons par $m_t$ nous avons :

$$m_t = \lim. \frac{\Delta_{t_2} - \Delta_{t_1}}{t_2 - t_1} = (\Delta_t)' = a + 2bt + 3ct^2$$

Si l'on a à calculer les variations de volume d'un corps pour des températures $t'$ très voisines de $t$ on peut employer la formule

$$V_{t'} - V_t = V_0 m_t (t' - t)$$

car $m_t$, qui est constant par rapport à $t'$, et qu'on peut calculer une fois pour toutes, diffère à peine de $m_{tt'}$.

**10. DILATATION APPARENTE.** — Supposons qu'un liquide soit renfermé dans un vase surmonté d'un tube mince, portant des divisions d'égale capacité, comme dans la figure 161. Si la température s'élève, le liquide monte dans le tube d'un nombre de divisions qu'une simple lecture suffit à faire connaître. Soit N le volume du liquide à la température de 0°, en prenant comme unité de volume celui d'une division de la tige à cette température ; soit $n$ le nombre de divisions dont a avancé le liquide à la température $t$. Si le vase n'avait subi aucune augmentation de capacité, $\frac{n}{N}$ serait la dilatation vraie du liquide ; mais, comme le vase s'est dilaté, on appelle ce rapport $\frac{n}{N}$ la ***dilatation apparente*** ; désignons cette quantité par $a_t$ :

$$a_t = \frac{n}{N}$$

La dilatation apparente étant très facile à déterminer, c'est elle qu'on mesure directement dans la plupart des recherches

faites sur la dilatation des liquides. Voyons comment elle est liée à la dilatation vraie ou *absolue* du liquide $\Delta_t$, et à la dilatation du vase $K_t$.

Puisque N est le volume du liquide à 0°, son volume à $t$° est $N(1 + \Delta_t)$. Le liquide est contenu alors dans une partie du vase dont le volume à 0° est $(N + n)$, mais qui étant à $t$° a pour volume réel $(N + n)(1 + K_t)$. Comme le volume du contenu égale celui du contenant on a :

$$N(1 + \Delta_t) = (N + n)(1 + K_t)$$

ou

$$1 + \Delta_t = \left(1 + \frac{n}{N}\right)(1 + K_t)$$

et, puisque $\frac{n}{N}$ est la dilatation apparente $a_t$ :

$$1 + \Delta_t = (1 + a_t)(1 + K_t)$$

Telle est la relation cherchée. Mais comme le produit $a_t K$ des deux quantités très petites $a_t$ et $K_t$ est le plus souvent négligeable, en développant, cette relation se simplifie alors et devient :

$$\Delta_t = a_t + K_t$$

*La dilatation vraie égale la somme de la dilatation apparente et de la dilatation de l'enveloppe.*

Le quotient $\frac{a_t}{t}$ s'appelle le coefficient de dilatation apparent moyen entre 0° et $t$°.

**11. Variation de la densité avec la température.** — Si $D_0$ et D représentent les densités, et $V_0$ et $V_t$ les volumes d'un

même corps à 0° et à $t°$, en écrivant que la masse ne varie pas avec la température, ce qu'il est aisé de constater avec la balance, on a :

$$V_0 D_0 = V_t D_t$$

d'où :

$$\frac{D_t}{D_0} = \frac{V_0}{V_t} = \frac{1}{1 + \Delta_t}$$

et par conséquent :

$$D_t = \frac{D_0}{1 + \Delta_t}$$

La même formule est évidemment applicable aussi aux poids spécifiques relatifs ou absolus, $D_0$ et $D_t$ représentant l'une ou l'autre de ces grandeurs à 0° et à $t°$.

Comme en général $\Delta_t$ augmente avec la température, on voit que la densité du corps diminue quand sa température s'élève. Les corps qui, comme l'eau et quelques cristaux, prennent un volume minimum à une certaine température, présentent pour celle-ci un maximum de densité.

**12. RELATION ENTRE LE VOLUME, LA TEMPÉRATURE ET LA FORCE ÉLASTIQUE D'UNE MASSE GAZEUSE.** — Soit V le volume d'une masse gazeuse possédant une force élastique H à la température $t$. D'après la loi de Mariotte son volume à la même température et pour l'unité de force élastique adoptée est VH ; si nous désignons maintenant par $\alpha_t$ le coefficient de dilatation moyen du gaz entre 0° et $t°$, le volume de cette masse gazeuse pour l'unité de force élastique et à la température de 0°, est $\frac{VH}{1 + \alpha_t t}$.

Désignons le volume, la force élastique et la température de la même masse gazeuse dans d'autres états par $V', H', t'$, $V'', H'', t''$, etc., on a :

$$(1) \quad \frac{VH}{1+\alpha_t t} = \frac{V'H'}{1+\alpha_{t'} t'} = \frac{V''H''}{1+\alpha_{t''} t''} = \ldots = \text{constante}$$

puisque chacune de ces expressions représente la même quantité, savoir le volume de la masse gazeuse à 0° quand elle possède l'unité de force élastique.

Si $V_0$ et $H_0$ représentent le volume et la force élastique du gaz à la température de 0°, on a :

$$V_0 H_0 = \frac{VH}{1+\alpha_t t}$$

si maintenant les forces élastiques H et $H_0$ sont les mêmes, la formule se réduit à :

$$(2) \quad V_0 = \frac{V}{1+\alpha_t t} \qquad \text{d'où : } V = V_0(1+\alpha_t t)$$

si au contraire les volumes V et $V_0$ sont les mêmes, la formule se réduit à :

$$(3) \quad H_0 = \frac{H}{1+\alpha_t t} \qquad \text{d'où : } H = H_0(1+\alpha_t t)$$

Ainsi, on voit que pour les gaz qui obéissent à la loi de Mariotte le *coefficient d'augmentation de pression à volume constant* qui figure dans cette dernière formule est le même que le *coefficient de dilatation à pression constante.*

Mais il est aisé de voir qu'il n'en est plus ainsi si le gaz n'obéit pas à la loi de Mariotte. Conservons la notation $\alpha_t$ pour

représenter le *coefficient d'augmentation de pression moye-* *entre* 0° *et* $t$° *à volume constant* défini par la relation (3), c'est-à-dire par :

$$\alpha_t = \frac{1}{t}\left(\frac{H}{H_0} - 1\right) \qquad \left(\text{d'où : } H = H_0(1 + \alpha_t t)\right)$$

H et $H_0$ étant les forces élastiques d'une même masse gazeu… conservant le même volume à $t$° et à 0°.

Désignons par la notation $\beta_t$ le *coefficient de dilatat…ion moyen entre* 0° *et* $t$° *à pression constante* :

$$\beta_t = \frac{1}{t}\left(\frac{V}{V_0} - 1\right) \qquad \left(\text{d'où : } V = V_0(1 + \beta_t t)\right)$$

V et $V_0$ étant les volumes d'une même masse gazeuse conservant la même force élastique à $t$° et à 0°.

Portons une masse de gaz, qui à 0° occupe le volume $V_0$ et possède la force élastique $H_0$, à la température $t$ sans changer la pression; le volume deviendra $V = V_0(1 + \beta_t t)$. Comprimons maintenant le gaz à la température $t$ de façon à lui rendre son volume primitif $V_0$, la force élastique de $H_0$ passera à la valeur H donnée par la relation :

$$\frac{VH_0}{V_0H} = 1 + \varepsilon$$

$\varepsilon$ étant connu d'après les expériences de Regnault. Mais puisque le volume du gaz est redevenu $V_0$, on a $H = H_0(1 + \alpha_t t)$ ; et en remplaçant dans la formule ci-dessus H et V par leur valeur, il vient :

$$\frac{V_0(1 + \beta_t t)H_0}{V_0H_0(1 + \alpha_t t)} = 1 + \varepsilon$$

d'où :

$$1 + \beta_t t = (1 + \varepsilon)(1 + \alpha_t t)$$

ou encore, en négligeant le produit des deux quantités très petites $\varepsilon$ et $\alpha_t t$ :

$$\beta_t = \alpha_t + \frac{\varepsilon}{t} \quad (1)$$

Sauf l'hydrogène, tous les gaz, se comprimant plus que ne l'indique la loi de Mariotte, ont un coefficient de dilatation $\beta_t$ plus grand que le coefficient d'augmentation de pression $\alpha_t$, puisque $\varepsilon$ est positif. Pour l'hydrogène $\varepsilon$ est négatif, et $\beta_t$ est plus petit que $\alpha_t$. Mais pour tous les gaz difficilement liquéfiables, $\varepsilon$ étant toujours très petit, les deux coefficients $\beta_t$ et $\alpha_t$ diffèrent à peine l'un de l'autre.

Quand la température est définie par le thermomètre à air à volume constant, pour une masse d'air dont la force élastique à 0° est voisine de la pression atmosphérique, le coefficient d'augmentation de pression $\alpha_t$ est une constante, absolument indépendante de la température, puisque c'est la constance de ce nombre qui sert à définir celle-ci. En est-il de même pour les autres gaz ou pour l'air partant d'une force élastique, notablement différente de la pression atmosphérique? C'est à l'expérience à nous l'apprendre; et nous verrons plus loin que s'il n'en est pas rigoureusement ainsi, du moins pour tous les gaz qui suivent à peu près la loi de Mariotte, non seulement les coefficients $\alpha_t$, et par conséquent $\beta_t$, varient très peu avec la tempé-

(1) Faisons remarquer que $\varepsilon$ est d'autant plus petit que H et $H_0$ sont plus voisins, c'est-à-dire que $t$ est plus petit ; $\varepsilon$ tend vers zéro en même temps que $t$, ce qui fait que le rapport $\frac{\varepsilon}{t}$ tend alors vers une valeur finie, très petite du reste.

rature comptée sur le thermomètre à air, mais encore diffèrent fort peu d'un gaz à un autre. Cette loi expérimentale simplifie beaucoup l'application de la formule (1), puisque les quantités $\alpha_t$, $\alpha_{t'}$, $\alpha_{t''}$ qui *a priori* devaient être considérées comme des fonctions de $t$, $t'$, $t''$, peuvent être remplacées par une constante ($\alpha = 0,00367$) dans la plupart des applications.

Enfin, faisons remarquer que dans l'emploi de la formule $\frac{VH}{1+\alpha t} = \frac{V'H'}{1+\alpha t'}$, si V est très voisin de V' il faut prendre pour $\alpha$ le coefficient d'augmentation de pression du gaz puisque c'est la pression qui a surtout varié. Si au contraire, H est très voisin de H' il faut prendre le coefficient de dilatation du gaz, toujours peu différent, du reste, du coefficient précédent.

**13. DILATATION LINÉAIRE.** — Nous pouvons répéter exactement pour les variations de longueur des corps solides tout ce que nous avons dit au § 9 pour les variations de volume. Désignons par $\lambda_t$ l'accroissement que subit en passant de 0° à $t$° la longueur d'une dimension linéaire d'un corps solide qui à 0° était égale à l'unité, de façon qu'à $t$ cette dimension linéaire devienne $1 + \lambda_t$. Il est clair que si une dimension linéaire de ce corps possède à 0° une longueur $l_0$, à $t$° sa longueur $l_t$ sera donnée par :

$$l_t = l_0(1 + \lambda_t)$$

Cette quantité $\lambda_t$ est la dilatation linéaire du corps entre 0 et $t$°.

Nous pouvons considérer un coefficient de dilatation linéaire moyen [illegible] entre 0° et $t$, un coefficient de dilatation linéaire moyen [illegible] entre $t_1$ et $t_2$, enfin un coefficient de dilatation [illegible] $\frac{[illegible]}{[illegible]} = [illegible]$. Ces coefficients [illegible] sur celles du § 9.

Pour un corps qui possède une même dilatation linéaire dans toutes les directions, et qui, par conséquent, affecte des formes géométriquement semblables aux diverses températures, ce qui est le cas le plus commun, il y a une relation très simple entre la dilatation linéaire $\lambda_t$ et la dilatation cubique $\Delta_t$.

Soient effectivement $V_0$ et $l_0$, $V_t$ et $l_t$ le volume d'un corps et la longueur d'une de ses dimensions linéaires à 0° et à $t$°, on a :

$$V_t = V_0(1 + \Delta_t) \qquad l_t = l_0(1 + \lambda_t)$$

Mais, puisque dans les deux états, à 0° et à $t$°, les deux solides sont géométriquement semblables, on a la relation :

$$\frac{V_t}{V_0} = \left(\frac{l_t}{l_0}\right)^3 \qquad \text{ou} \qquad 1 + \Delta_t = (1 + \lambda_t)^3$$

ce qui, en développant, devient :

$$\Delta_t = 3\lambda_t + 3\lambda_t^2 + \lambda_t^3$$

Or l'expérience montre que $\lambda_t$ est toujours très petit, ainsi pour le cuivre entre 0° et 100° du thermomètre centigrade on a $\lambda_t = 0{,}0017$ ; il en résulte que les quantités $3\lambda_t^2$ et $\lambda_t^3$ (égales respectivement dans l'exemple choisi à 0,00000867 et à 0,000000004913) sont absolument négligeables ; dès lors l'égalité ci-dessus se réduit à :

$$\Delta_t = 3\lambda_t$$

*La dilatation cubique est le triple de la dilatation linéaire.* Il est clair, d'après cela, que les divers coefficients de dilatation cubique (moyens, vrais, etc...) sont respectivement le triple des coefficients de dilatation linéaire correspondants.

**DILATATION DES CRISTAUX.** — Les corps cristallisés ont en général des coefficients de dilatation linéaire variables suivant la direction considérée à l'intérieur du cristal. Il en résulte qu'un plan de particules cristallines ne reste généralement pas parallèle à lui-même pendant la dilatation, comme cela a lieu dans les corps amorphes, et que le solide ne reste pas semblable à lui-même.

L'expérience montre que dans tout cristal on peut trouver trois directions rectangulaires entre elles, telles que les plans perpendiculaires à ces trois directions restent parallèles à eux-mêmes pendant la dilatation. Nous appellerons ces directions les trois *directions principales*, et les trois dilatations linéaires généralement différentes $\xi_t$, $\eta_t$, $\zeta_t$ suivant ces trois directions les *dilatations linéaires principales*.

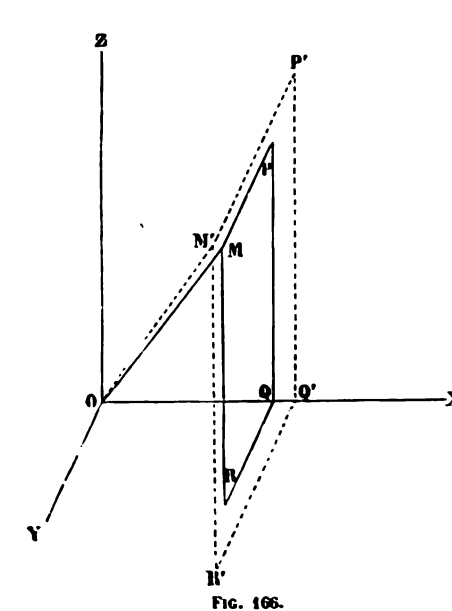


Fig. 166.

Prenons pour axes de coordonnées trois directions principales OX, OY et OZ, passant par un même point O (fig. 166). Soit $x_0$ la distance OQ à l'origine O, d'un plan MPQR perpendiculaire à OX quand la température est 0°; si la température s'élève à $t°$, ce plan se déplace parallèlement à lui-même, et sa nouvelle distance $OQ' = x_t$ à l'origine est donnée par :

$$(1) \qquad x_t = x_0(1 + \xi_t)$$

de même pour des plans perpendiculaires à OY et à OZ on aurait :

$$(1) \qquad y_t = y_0(1 + \eta_t) \quad \text{et} \quad z_t = z_0(1 + \zeta_t)$$

Considérons maintenant une particule cristalline quelconque occupant respectivement les positions M et M' à 0° et à $t°$. Nous pouvons la considérer comme se trouvant à la fois dans trois plans respectivement perpendiculaires à OX, OY, OZ et située à des distances $x$, $y$, $z$ de l'origine,

$x, y, z$ étant précisément les coordonnées de la particule cristalline. Ces plans sont à des distances $x_0$, $y_0$, $z_0$, de l'origine à la température 0° et, à la température $t$°, à des distances $x_t$, $y_t$, $z_t$, fournies par les formules ci-dessus. Celles-ci donnent par conséquent les coordonnées du point considéré à la température $t$.

Désignons par $l_0$ et $l_t$ les distances de M et de M' à l'origine et par $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$, $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ les angles faits pas les directions OM et OM', avec OX, OY et OZ aux températures 0° et $t$° ; on a :

$$
(2) \quad
\begin{aligned}
x_0 &= l_0 \cos\alpha_0 \\
y_0 &= l_0 \cos\beta_0 \\
z_0 &= l_0 \cos\gamma_0
\end{aligned}
$$

$$
(3) \quad
\begin{aligned}
x_t &= l_t \cos\alpha_t \\
y_t &= l_t \cos\beta_t \\
z_t &= l_t \cos\gamma_t
\end{aligned}
$$

d'où l'on tire :

$$
(4) \quad
\begin{aligned}
l_t \cos\alpha_t &= l_0 \cos\alpha_0 \, (1 + \xi_t) \\
l_t \cos\beta_t &= l_0 \cos\beta_0 \, (1 + \eta_t) \\
l_t \cos\gamma_t &= l_0 \cos\gamma_0 \, (1 + \zeta_t)
\end{aligned}
$$

En ajoutant membre à membre ces trois égalités après les avoir élevées au carré, il vient :

$$l_t^2 = l_0^2 \left[ \cos^2\alpha_0 (1 + \xi_t)^2 + \cos^2\beta_0 (1 + \eta_t)^2 + \cos^2\gamma_0 (1 + \zeta_t)^2 \right]$$

En développant les carrés des binômes, en négligeant les carrés des quantités très petites $\xi_t$, $\eta_t$, $\zeta_t$ et enfin en extrayant la racine carrée des deux membres, il vient :

$$l_t = l_0 (1 + 2\xi_t \cos^2\alpha_0 + 2\eta_t \cos^2\beta_0 + 2\zeta_t \cos^2\gamma_0)^{\frac{1}{2}}$$

En remarquant que dans la parenthèse la quantité qui suit l'unité est petite, nous pouvons, au même degré d'approximation que ci-dessus, négliger son carré et ses puissances supérieures, ce qui limite le développement de la puissance $\frac{1}{2}$, et l'on a :

$$l_t = l_0 (1 + \xi_t \cos^2\alpha_0 + \eta_t \cos^2\beta_0 + \zeta_t \cos^2\gamma_0)$$

Cette formule montre bien que la dilatation varie avec la direction considérée dans le cristal.

Les formules (4) nous donnent les angles $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ de la nouvelle direction de OM à la température $t$. On voit qu'ils ne sont pas égaux généralement aux angles $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$.

Toutes les particules contenues à 0° dans le plan dont l'équation est

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$$

sont à $t°$ contenues dans la surface

$$(6) \qquad \frac{A}{1+\xi_t}x + \frac{B}{1+\eta_t}y + \frac{C}{1+\zeta_t}z + D = 0$$

qui est encore un plan mais, en général, non parallèle au premier.

Si nous considérons une portion du cristal qui à 0° est renfermée dans un cube ayant ses arêtes égales à l'unité suivant les trois directions principales, cette portion du cristal se transforme à la température de $t°$ en un parallèlipipède rectangle, dont les arêtes ont pour longueur $1 + \xi_t$, $1 + \eta_t$, $1 + \zeta_t$, et, par conséquent, dont le volume est $(1 + \xi_t)(1 + \eta_t)(1 + \zeta_t)$. On voit par là, que l'accroissement de volume, de la portion du cristal qui à 0° avait un volume égal à l'unité, c'est-à-dire la dilatation cubique, est donnée par :

$$\Delta_t = (1 + \xi_t)(1 + \eta_t)(1 + \zeta_t) - 1$$

ou, en négligeant les produits des quantités très petites $\xi_t$, $\eta_t$, $\zeta_t$ par

$$(7) \qquad \Delta_t = \xi_t + \eta_t + \zeta_t$$

*La dilatation cubique est la somme des trois dilatations principales.*

Les raisons de symétrie font prévoir et l'expérience justifie que dans les cristaux appartenant au système du cube, du prisme droit à base carrée et du prisme droit à base rectangle les directions principales ou *axes d'élasticité* coïncident avec les axes cristallographiques. Dans le système du prisme droit à base hexagonale, l'un des axes d'élasticité coïncide avec l'axe cristallographique inégal, les deux autres occupent une position arbitraire dans le plan perpendiculaire à ce dernier. Dans le système du prisme oblique à base de parallélogramme, l'un des axes d'élasticité est perpendiculaire au plan de symétrie; les deux autres ont des positions déterminées dans ce plan, mais ces positions ne présentent aucune relation simple avec celles des axes cristallographiques. Enfin dans le dernier système il n'y a aucune relation simple entre la position des axes d'élasticité et celles des axes cristallographiques.

Dans le système du cube les trois dilatations principales sont égales ; dans le système du prisme droit à base carrée et du prisme droit à base hexagonale, les deux dilatations principales comprises dans le plan des axes [illegible] sont égales entre elles, mais différentes de la troisième ; enfin, dans les trois autres systèmes, les trois dilatations principales sont différentes entre elles.

[illegible]que dans le système du cube on a $\xi_t = \eta_t = \zeta_t = \lambda_t$ les formules [illegible] et (7) deviennent respectivement :

$$[illegible] (1 + \lambda_t) \qquad \text{d'où :} \quad \alpha_t = \alpha_0 \qquad \beta_t = \beta_0 \qquad \gamma_t = \gamma_0$$

$$[illegible] + By + Cz + D(1 + \lambda_t) = 0 \qquad \Delta_t = 3\lambda_t$$

[illegible] qu'un corps cristallisé dans ce système se comporte au point [illegible]ations comme un corps amorphe.

# CHAPITRE II

## THERMOMÈTRES

**1. DESCRIPTION DU THERMOMÈTRE A MERCURE A TIGE.** — Le thermomètre à mercure est l'instrument le plus employé pour mesurer la température. Il se compose (fig. 167) d'un réservoir en verre renfermant du mercure, et ayant généralement une forme cylindrique, ou mieux, légèrement conique; celui-ci est surmonté d'une tige de verre creusée d'un canal très fin dans lequel le mercure du réservoir s'élève à une certaine hauteur. Elle est fermée par en haut, et un gaz très raréfié existe dans la partie du canal qui n'est pas occupée par le mercure.

Cette tige est partagée par des traits numérotés en divisions d'égale capacité. Quand l'instrument est gradué suivant l'échelle centigrade, le mercure s'arrête au trait 0 à la température de la glace fondante et au trait 100 à la température de la vapeur d'eau bouillante sous la pression de 76 cent. de mercure. L'intervalle entre le trait 0 et le trait 100 est en général divisé en 100 parties; chacune correspond alors au degré centigrade. L'instrument est d'autant plus sensible qu'il y a une distance plus grande entre deux traits limitant un degré, c'est-à-dire que la section du canal est plus petite par rapport à la capacité du réservoir. Dans les thermomètres très sensibles, l'intervalle correspondant au degré est divisé en dixièmes, parfois même en centièmes de degré. La température la plus basse que puisse marquer cet instrument est — 40° point de congélation du mercure, la plus élevée + 360° température d'ébullition de ce liquide [1].

[1] Au delà de cette température la force élastique de la vapeur du mer-

r observer l'instrument, il faut placer dans le milieu n veut déterminer la température, non seulement rvoir, mais encore la partie de la tige contenant nne mercurielle. Le point où s'arrête le mercure la température. On voit qu'en prenant les indi- s mêmes de cet instrument comme valeur de i, on adopte la définition suivante pour le degré rade :

*t l'élévation de température qui correspond à la partie de la dilatation apparente qu'éprouve le re dans le verre en passant de la température glace fondante à celle de la vapeur d'eau bouil- sous la pression de 76 centimètres de mercure.*

ignons par V le volume à 0° du réservoir et de ie de la tige jusqu'au trait zéro, par $u$ le volume 'une division correspondant au degré. Si $n$ est nbre de degrés dont à $t$° la colonne mercurielle : au-dessus du trait zéro, $\frac{nu}{V}$ est la dilatation nte $a_t$ du mercure dans le verre :

$$\frac{nu}{V} = a_t \qquad \text{d'où :} \qquad \frac{u}{V} = \frac{a_t}{n}$$

a température est donnée par l'indication du omètre à mercure, on a $n = t$; d'où :

$$\frac{a_t}{t} = \frac{u}{V}$$

$\frac{u}{V}$ étant indépendant de la température, on voit finir celle-ci par le thermomètre à mercure revient à dire

FIG. 167.

e contient le canal dépasse la pression atmosphérique, et le réservoir d'éclater.

que le coefficient de dilatation apparente $\frac{a_t}{t}$ du mercure dans le verre est une quantité constante.

Cette convention pour la mesure de la température n'est pas celle que Regnault a fait adopter; mais on conçoit qu'une comparaison du thermomètre à mercure et du thermomètre à air permette de dresser une table de correction pour ramener les indications du premier instrument à celles que fourniraient le second ; et, comme le thermomètre à mercure est beaucoup plus simple que le thermomètre à air, c'est encore l'instrument le plus souvent employé, même dans les recherches précises.

2. **COMPARABILITÉ DES THERMOMÈTRES A MERCURE.** — Tous les thermomètres à mercure donnent-ils la même indication à la même température quelle que soit leur forme, quelle que soit la nature du verre dont ils sont formés ? Le raisonnement suivant montre aisément que la forme de l'instrument est sans influence sur ses indications.

Reprenons la formule.

$$(1) \qquad \frac{u}{V} = \frac{a_t}{n}$$

du paragraphe précédent; en y faisant $t = 100°$, comme $n = 100$ d'après le mode de graduation même, celle-ci devient :

$$(2) \qquad \frac{u}{V} = \frac{a_{100}}{100}$$

de (1) et de (2) on tire.

$$t = 100\,\frac{a_t}{a_{100}}$$

or

$$a_t = \Delta_t - k_t, \qquad a_{100} = \Delta_{100} - k_{100}$$

en désignant par $\Delta_t$ et $k_t$ la dilatation absolue du mercure et celle du verre entre 0° et $t$°, et par $\Delta_{100}$ et $k_{100}$ les mêmes quantités entre 0° et 100° ; la relation (3) devient ainsi :

$$n = 100 \frac{\Delta_t - k_t}{\Delta_{100} - k_{100}}$$

On voit que la valeur de $n$, étant indépendante de $u$ et de V, est la même quelle que soit la forme de l'instrument ; mais $n$ dépend de $k_t$ et de $k_{100}$ ; par conséquent, la nature du verre peut avoir de l'influence sur l'indication. C'est ce que vérifie en effet l'expérience. Le tableau suivant, tiré du mémoire de Regnault, donne les indications pour des températures égales, de plusieurs thermomètres à mercure formés de verres différents.

Pour de hautes températures il peut y avoir plus de 6° d'écart. Cette raison n'a pas peu contribué à faire abandonner le choix du thermomètre à mercure pour définir la température, puisqu'il aurait fallu définir alors la nature du verre employé, ce qui est impossible.

| TEMPÉRATURE INDIQUÉE par le thermomètre à air (thermomètre normal) | TEMPÉRATURE INDIQUÉE PAR UN THERMOMÈTRE A MERCURE | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Cristal de Choisy-le-Roi | Verre ordinaire | Verre vert | Verre de Suède |
| 100° | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 100,00 |
| 150° | 150,40 | 149,80 | 150,30 | 150,15 |
| 200° | 201,25 | 199,70 | 200,80 | 200,50 |
| 250° | 253,00 | 250,05 | 251,85 | 251,44 |
| 300° | 305,72 | 301,08 | » | » |
| 350° | 360,50 | 354,00 | » | » |

**3. CONSTRUCTION DU THERMOMÈTRE A MERCURE. — Remplissage.** — On commence par se procurer une tige de verre dont le canal ait autant que possible la même section dans toute sa longueur. On s'en assure en y introduisant une colonne de mercure qui

doit y occuper une longueur de deux ou trois centimètres, et à laquelle on fait parcourir les différentes parties de la tige; la longueur de la colonne doit être à peu près constante. On souffle à l'une des extrémités de la tige choisie un réservoir R (fig. 168)

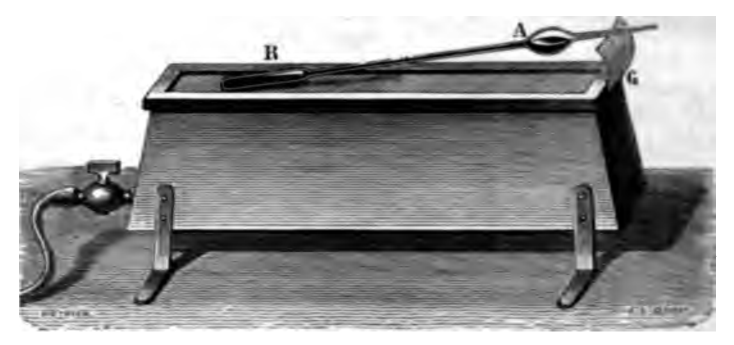



Fig. 168.

dont la capacité est déterminée approximativement par la longueur qu'on veut faire occuper au degré sur la tige [1]. A l'autre extrémité on soude une ampoule A formant entonnoir. Après avoir introduit dans celle-ci du mercure bien pur, on

(1) Soit à 0°, $s$ la section mesurée du canal, $l$ la longueur que l'on veut faire occuper au degré, V le volume que doit avoir pour cela le réservoir et la portion de la tige jusqu'au zéro. En écrivant qu'à 1° le volume du mercure égale le volume du vase qui le contient, et en employant les notations du paragraphe précédent, on a :

$$V(1+\Delta_1) = (V + ls)(1+k_1) \qquad \text{d'où :} \qquad \frac{ls}{V} = \frac{\Delta_1 - k_1}{1+k_1}$$

ou approximativement

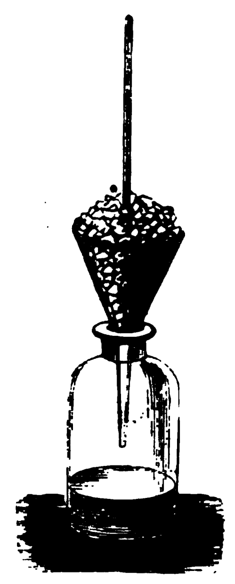
$$\frac{ls}{V} = \Delta_1 - k_1$$

Or, d'après Dulong et Petit, $\Delta_1 - k_1 = \frac{1}{6480}$. Par conséquent $V = 6480\,ls$. Il est bien clair que le souffleur ne peut que se rapprocher de cette valeur déterminée par ce calcul, mais cela suffit pour donner au degré la longueur qui convient.

che l'appareil, en l'inclinant un peu, sur une grille G, placée dessus d'une rampe à gaz. On chauffe uniformément le réser- R, la tige et l'ampoule A : une certaine quantité d'air happe du réservoir à travers le mercure de l'ampoule. En sant refroidir, la force élastique de l'air contenu dans le rvoir diminue, et la pression atmosphérique force le mercure tenu dans l'ampoule à franchir le canal capillaire et à pénétrer s R (1). Après y avoir introduit ainsi une certaine quantité mercure, on porte ce liquide à l'ébullition, et l'on prolonge -ci assez longtemps pour être certain que toute trace d'hu- ité ait disparu.

es vapeurs mercurielles, en se dégageant, entraînent l'air, et le refroidissement, le réservoir et anal se remplissent entièrement du cure contenu dans l'ampoule.

vant de fermer la tige à sa partie érieure, on porte l'instrument à la s haute température qu'on veut lui e marquer, pour chasser l'excès de cure. On sépare alors l'ampoule de ige, et l'on ferme celle-ci à la lampe. le refroidissement, le mercure rentre partie dans le réservoir et laisse le au-dessus de lui. L'instrument est t à être gradué.


FIG. 169.

ÉTERMINATION DES POINTS FIXES. — ur obtenir le point où l'on doit mar- r le trait 0°, on plonge le réservoir une portion de la tige au milieu de ce pilée, bien tassée et à l'état de ion; celle-ci est contenue dans un onnoir (fig. 169) pour permettre à u provenant de sa fusion de s'écouler. Le réservoir doit être

(1) Si le mercure était plus chaud ou moins chaud que le verre du réser- il amènerait la rupture de celui-ci en y pénétrant; c'est pour cela qu'il t chauffer uniformément l'appareil.

placé à plusieurs centimètres au-dessous de la couche de glace supérieure pour que l'eau produite par la fusion de celle-ci, et qui s'est un peu surchauffée, soit bien revenue à zéro par l'écoulement sur la glace, avant d'atteindre le réservoir.

Le mercure baisse, et l'on marque un trait au point où il s'arrête ([1]). On doit du reste prendre la précaution d'enfoncer la tige assez profondément pour que le point où se fixe le mercure fasse à peine saillie au-dessus de la glace.

Pour déterminer le point 100°, on place l'instrument dans une étuve à vapeur : la figure 170 représente le modèle qui est employé depuis Regnault. La vapeur d'eau provenant d'une chaudière A, monte dans un cylindre B qui contient le thermomètre, puis redescend dans l'espace annulaire compris entre ce cylindre et une enveloppe extérieure ME pour s'échapper dans l'atmosphère par le tube EF ; la vapeur qui circule dans l'enveloppe ME empêche le refroidissement de celle qui se trouve autour du thermomètre. Un petit manomètre à air libre conten[illegible] de l'eau CLD est destiné à in[illegible]quer si la force élastique de [illegible] vapeur à l'intérieur de l'étuve [illegible] bien égale à la pression atmo[illegible]phérique. La tige du ther[illegible]mètre passe par une ouvert[illegible] pratiquée dans le couvercle [illegible] l'étuve, et y est assujetti[illegible] l'aide d'un bouchon.



Fig. 170.

Dès que l'eau est à l'ébullition on voit le mercure monter [illegible]

(1) Supposons que la colonne mercurielle s'arrête dans le thermo[illegible] juste à la hauteur d'un trait marqué sur la tige. Comme la tige a une [illegible] taine épaisseur, en plaçant l'œil plus bas que le trait, on verra l'extré[illegible]

dement puis se fixer à une certaine position. On doit enfoncer l'instrument dans l'étuve de façon que le niveau du mercure sorte à peine de celle-ci. On marque un trait en ce point. Si la colonne barométrique indiquant la pression atmosphérique du moment est de 76 cent., et l'on peut toujours attendre un moment où il en soit ainsi, on inscrira 100° devant ce trait. Quand la hauteur du baromètre diffère de 76 cent., on peut encore trouver aisément la température qui doit être inscrite vis-à-vis du point où s'arrête la colonne thermométrique. En effet l'étude de la force élastique maxima de la vapeur d'eau montre que pour un accroissement de 2c,7 dans la hauteur du baromètre, la température d'ébullition de l'eau s'élève de 1° centigrade dans le voisinage de 100°. D'après cela un simple calcul de proportion indique où il faut marquer le point 100°.

Graduation. — On divise l'intervalle entre le trait 0° et le trait 100° en cent parties d'égale longueur, à l'aide de la machine à diviser (1), et on prolonge cette graduation en parties égales en-deçà du trait 0° et au-delà du trait 100°. On a ainsi des divisions d'égales capacités à condition que le canal soit parfaitement cylindrique.

Étude du canal capillaire. — Il est à peu près impossible de trouver des tiges de verre à canal parfaitement cylindrique, et pourtant, d'après le mode de graduation indiqué ci-dessus, cette condition est indispensable pour l'exactitude de l'instrument. Comme le plus souvent, au lieu de faire soi-même le thermo-

de la colonne mercurielle au-dessous du trait; si, au contraire, on place l'œil plus haut que le trait, l'extrémité de la colonne paraîtra au-dessus du trait. Ainsi, suivant la position de l'œil, on peut commettre des erreurs dans la lecture, dites *erreurs de collimation*.

On évite ces erreurs, en observant l'instrument de loin avec une lunette dont l'axe doit être perpendiculaire à la tige du thermomètre. Il faudra procéder ainsi pour marquer sans erreurs la position des points fixes sur la tige.

(1) En général, on grave les traits sur la tige de verre par l'acide fluorhydrique. Pour cela on recouvre celle-ci d'un vernis inattaquable par cet acide; à l'aide du burin de la machine à diviser, on fait des traits qui mettent le verre à nu; puis on traite par l'acide, et enfin on enlève le vernis.

mètre dont on a besoin, on se le procure tout construit, il est essentiel de voir si l'instrument livré par le constructeur possède une tige suffisamment régulière pour le degré d'exactitude qu'on désire.

Pour faire cette vérification, on détache une portion de l'extrémité de la colonne thermométrique [1], de manière à former un index auquel on fera parcourir les diverses parties de la tige : il suffit d'incliner légèrement celle-ci pour faire voyager l'index. Si celui-ci occupe partout le même nombre de divisions, le canal est bien cylindrique. Mais il n'en est presque jamais ainsi ; on juge alors, d'après les variations de longueur de l'index, du défaut d'exactitude de la graduation. En redressant verticalement l'instrument, l'index se soude au reste de la colonne thermométrique, et l'instrument est ramené à son premier état.

**4. VARIATIONS DES POINTS FIXES.** — Quand on vient à déter-

(1) Pour détacher un index, le meilleur procédé consiste à retourner l'instrument verticalement, le réservoir étant en haut. Le mercure descend alors dans la tige et un espace vide, une bulle, se forme au sommet du réservoir. En amenant ensuite l'instrument dans une position presque horizontale, un peu inclinée du côté du réservoir, la bulle gagne la partie supérieure de celui-ci, et la colonne thermométrique se rompt à la base de la tige. On a ainsi détaché un index, mais il n'a pas généralement la longueur voulue.

Quand on veut un index de longueur déterminée, on fait avancer l'index précédent dans la tige jusqu'à ce que son extrémité la plus rapprochée du réservoir occupe une certaine division A, qu'on note, et qui doit être d'autant plus loin dans la tige qu'on veut un index plus court. En chauffant alors le réservoir, tout en tenant l'instrument horizontal, on fait dilater le mercure qui pénètre dans le canal et vient se souder à l'index, vis-à-vis de la division A et s'avance encore si l'on continue à chauffer. On laisse alors refroidir lentement l'instrument dans la même position : l'extrémité de la colonne thermométrique rétrograde, et, au moment où elle ne dépasse plus la division A que de la longueur qu'on veut donner à l'index, on incline brusquement l'instrument du côté du réservoir : la colonne se rompt en A, et l'on a séparé un index de la longueur voulue.

Ce phénomène singulier, qui est mis à profit ici, paraît s'expliquer par la présence d'une bulle gazeuse microscopique qui resterait en A sur le verre à l'endroit même où s'est opérée la jonction entre le premier index et la colonne mercurielle de la tige. Cette bulle qui resterait en A malgré les déplacements de la colonne, produirait un point faible, qui permettrait à celle-ci de se rompre plus aisément en ce point qu'ailleurs.



iner à nouveau la position du zéro d'un thermomètre à mercure isieurs mois après une détermination qui a suivi la construcn de l'instrument, on trouve que la colonne mercurielle rrête dans la glace fondante un peu plus haut que dans le preer cas; la différence peut atteindre jusqu'à 1°. On ne peut pliquer ce phénomène qu'en admettant que le réservoir diminue itement de capacité par suite d'un changement de structure verre.

Ce corps, après avoir été chauffé pour souffler le réservoir, ne prend son état primitif qu'après avoir été maintenu pendant usieurs années à la température ordinaire. Aussi convient-il de éterminer les points fixes de l'instrument un ou deux ans après a confection. Cette précaution n'est même pas suffisante, car I. Berthelot a remarqué que toutes les fois que l'instrument est naintenu dans le voisinage de 100°, ou a fortiori à une température plus élevée, ne fût-ce que pendant un quart d'heure, le zéro st abaissé, et que l'effet met plusieurs mois à disparaître.

Ce qu'il y a de mieux à faire pour obvier le plus possible à cet nconvénient est de déterminer longtemps après la construction le l'instrument — 1° le point 100°, — 2° le point 0° tout de suite iprès, pour avoir la valeur du degré. Toutes les fois qu'on aura à e servir de l'instrument pour mesurer des températures peu levées, on déterminera le zéro, et l'on élèvera toute l'échelle de a valeur de son déplacement.

5. **THERMOMÈTRE DE PRÉCISION.** — Comme nous l'avons déjà it, il est à peu près impossible de trouver une tige de verre dont e canal présente partout la même section.

Ce défaut de cylindricité, joint à l'inconvénient dû au déplaceient des points fixes, a fait renoncer à graduer en degrés la tige es thermomètres de haute précision : on se borne à graduer elle-ci en parties d'égales longueurs.

Par sa construction même, la tige de verre présente un canal igèrement conique, et l'on trouve aisément une tige telle qu'un idex de mercure introduit dans le canal varie régulièrement de ongueur d'une extrémité à l'autre : si cette variation n'excède pas $\frac{1}{50}$ de la longueur totale, la tige peut être considérée comme bonne.

On s'en sert alors pour construire le thermomètre et, sans déterminer à l'avance la position des points fixes, on gradue la tige, en parties d'égales longueurs, en millimètres généralement, d'une extrémité à l'autre. On inscrit 0 devant la première division du côté du réservoir, et on numérote les autres divisions de dix en dix; l'instrument présente ainsi une échelle arbitraire. Le rôle du constructeur est fini ; c'est au physicien à déterminer la température correspondant à chacune de ces divisions.

Pour cela, on note d'abord la division correspondant à 100° et tout de suite après la division correspondant au 0°, comme nous l'avons dit au paragraphe précédent. Puis, en détachant successivement des index de longueurs convenables, on arrive, par une méthode qui serait trop longue à exposer ici dans tous ses détails, à connaître les capacités de chaque division, en prenant comme unité la centième partie de la capacité comprise entre les divisions correspondant à 0° et à 100°.

On sait alors à quelle fraction de degré correspond l'intervalle compris entre deux divisions consécutives déterminées, et l'on dresse une table, où vis-à-vis de chacune des divisions de l'échelle arbitraire se trouve inscrite la température qu'indiquerait un thermomètre à mercure idéal réalisant toutes les conditions d'exactitude nécessaires.

Avant chaque série d'observations, il convient de prendre la position exacte du point 0° et de corriger la table de la petite quantité dont a varié la position de ce point, si les observations doivent se faire aux températures ordinaires.

**6. THERMOMÈTRES A ALCOOL. THERMOMÈTRES A SULFURE DE CARBONE.** — Les thermomètres à alcool, coloré en rouge par de l'orseille, se construisent comme les thermomètres à mercure. Mais la détermination du point 100°, ne pouvant être faite sur ces instruments, puisqu'ils ne peuvent supporter une température supérieure à 80°, on détermine à sa place un autre point, 40° par exemple, en le comparant à un thermomètre à mercure ; on divise, dans ce cas, en 40 parties égales, l'intervalle compris entre le point 0° et le point 40° et l'on prolonge cette graduation au-dessous de 0° et au-delà de 40°. Faisons remarquer qu'il n'y a aucune raison pour qu'un thermomètre ainsi gradué soit exactement

avec le thermomètre à mercure en dehors des points 0°
, par le fait, ses indications sont notablement différentes
›s températures.
› l'alcool est plus dilatable que le mercure, on emploie
nent une tige à canal plus large. Ces instruments sont
loyés comme thermomètres grossiers, à cause du bon
elatif de l'alcool. On s'en sert encore pour mesurer de
es températures, car l'alcool ne se solidifie pas au plus
id qu'on a pu obtenir.
ıt employer aussi pour cet usage des thermomètres à
e carbone.

**MOMÈTRES A MAXIMA ET A MINIMA.** — Pour les obser-
nétéorologiques, on a besoin d'instru-
diquant, soit la plus haute tempéra-
;'est produite pendant un certain laps
, soit la plus basse.
dans ce but qu'on a construit les
ètres à *maxima*, et les thermomètres
ı. Il en existe de beaucoup de mo-
férents. Nous nous bornerons à dé-
e *thermométrographe* de Six et Bel-
171) qui indique à la fois les maxima
ıima de température.
ın thermomètre à alcool dont la tige
ırbée en U. La colonne d'alcool est
›ue par du mercure qui occupe la
inférieure et s'élève à une certaine
dans les deux branches verticales.
tits index en fer peuvent glisser à
ıt dans chacune de ces branches;
ls sont mouillés par l'alcool et non
ercure, par suite d'un phénomène de
é, ils ne peuvent pénétrer dans ce dernier liquide.

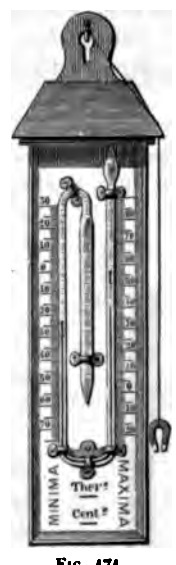


FIG. 171.

on veut se servir de l'instrument, à l'aide d'un petit
ın fait glisser les index jusqu'à la surface du mercure.
ıs qu'à partir de ce moment la température s'élève,
e dilatant, le mercure descend à gauche et monte à

droite ; l'index de gauche reste en place à cause du frottem tandis que l'autre index, poussé par le mercure, s'élève avec Si maintenant la température passe par un maximum, puis baisse, le mercure en descendant dans la branche de d abandonne l'index qui reste en place, et qui, par son extré inférieure, indique la plus grande hauteur que le mercu atteint, c'est-à-dire la température maxima. Par suite d'un nomène du même genre, l'index de gauche est poussé par le cure, tant que la température s'abaisse au-dessous de la te rature initiale, puis reste en place quand la température sant par un minimum s'élève ensuite ; il marque ainsi, pa extrémité inférieure, la plus grande hauteur qu'a occu colonne mercurielle dans la branche de gauche, et, par là, la température minima.

On gradue cet instrument par comparaison avec un th mètre à mercure.

**8. THERMOMÈTRE A POIDS.** — Le *thermomètre à poids*, beaucoup servi à Dulong et à Petit, consiste en un gros rése R (fig. 172) en verre, de forme cylindrique, ayant une cap de 150$^{cc}$ au moins, surmonté d'un tube capi deux fois recourbé et effilé en pointe P.



Fig. 172.

Après avoir porté l'instrument sur la balan en avoir fait la tare, on le remplit de mercur plaçant sous la pointe P une capsule C renfer ce liquide, et en opérant exactement comme remplir un thermomètre à tige.

Quand on veut se servir de cet instrument, o porte dans la glace fondante, après avoir plong bec P dans du mercure, pour que ce liquide e dans l'appareil à mesure que celui-ci se refroi Lorsque le thermomètre est plein de mercure à 0° dont on s'assure en retirant la capsule, pour voi le mercure ne rentre plus dans le réservoir, on la capsule, on en fait la tare, et, après l'avoir placée sous le bec, on porte l'instrument sur la balance p prendre la masse P du mercure qu'il renferme à 0°.

On place le thermomètre ainsi préparé dans l'enceinte de

on veut déterminer la température (celle-ci devant être supérieure à 0°). Il sort par la pointe une certaine quantité de mercure dont la masse $p$ est donnée par une pesée. Cette dernière mesure suffit à faire connaître la température, si, une fois pour toutes, on a pesé — 1° la masse $p_{100}$ de mercure qui sort par la pointe du même instrument quand on le porte de la glace fondante dans la vapeur d'eau bouillante sous la pression de 76 cent. de mercure, — 2° la masse P du mercure qui remplit l'appareil à 0°, comme nous venons de l'indiquer ci-dessus.

En effet, désignons par D la densité de ce liquide à 0°, $\frac{P}{D}$ est le volume du mercure contenu dans l'appareil à 0°, et par conséquent est aussi la capacité de l'instrument à cette température. A $t$° la capacité de l'enveloppe de verre devient $\frac{P}{D}\left(1 + K_t\right)$, en appelant $K_t$ la dilatation du verre ; à cette température l'instrument ne renferme plus qu'une masse $P - p_t$ de mercure dont le volume à 0° serait $\frac{P - p_t}{D}$, mais qui à $t$° occupe un volume

$$\frac{P - p_t}{D}\left(1 + \Delta_t\right)$$

$\Delta_t$ étant la dilatation absolue du mercure. Comme le volume du contenu égale celui du contenant, on a :

$$\frac{P}{D}\left(1 + K_t\right) = \frac{P - p_t}{D}\left(1 + \Delta_t\right)$$

d'où :

$$\frac{P}{P - p_t} = \frac{1 + \Delta_t}{1 + K_t} = 1 + at$$

$a$ étant le coefficient de dilatation apparente du mercure dans le verre. On tire de là :

$$\frac{p_t}{P - p_t} = at \qquad (1)$$

Définissons la température par l'indication d'un thermomètre à tige formé du même verre : c'est dire que $a$ est une constante (§ 1). Pour déterminer celle-ci, mesurons la masse de mercure $p_{100}$ qui sort de l'appareil quand on le porte de 0° à 100°. On a :

$$\frac{p_{100}}{P - p_{100}} = a \times 100 \qquad (2)$$

équation qui fait connaître $a$. Dulong et Petit ont trouvé pour le verre dont ils se servaient $a = \frac{1}{6480}$.

$a$ étant connu, l'égalité (1) donne la température $t$, la même qu'indiquerait un thermomètre à tige formé du même verre.

Si l'on maintient le bec de l'instrument plongé dans le mercure qui s'en échappe, on a la température du moment même où l'on enlève la capsule. Si on laisse, au contraire, une certaine distance entre le bec et la surface du mercure de la capsule, le liquide peut sortir de l'instrument sans y rentrer, et celui-ci fournit la température maxima auquel il a été porté.

Le thermomètre à poids offre plus de précision que le thermomètre à tige ; car les pesées sont bien plus exactes que des évaluations de volume, toujours faites d'après un calibrage plus ou moins défectueux. Mais les pesées sont longues à faire ; en outre pour qu'elles aient de la précision il faut employer une masse de mercure assez considérable dans l'instrument, ce qui gêne dans un grand nombre d'expériences. Aussi le thermomètre à poids est-il beaucoup moins employé que le thermomètre à tige.

9. THERMOMÈTRE NORMAL. — Nous avons déjà vu que c'éta



aux indications du thermomètre à air à pression variable et à volume gazeux constant qu'on est convenu de rapporter toutes les mesures thermométriques.

Voici la forme à laquelle Regnault s'est définitivement arrêté pour cet instrument, que nous appellerons *thermomètre normal.*

Description. (fig. 173). — Le réservoir à gaz est généralement

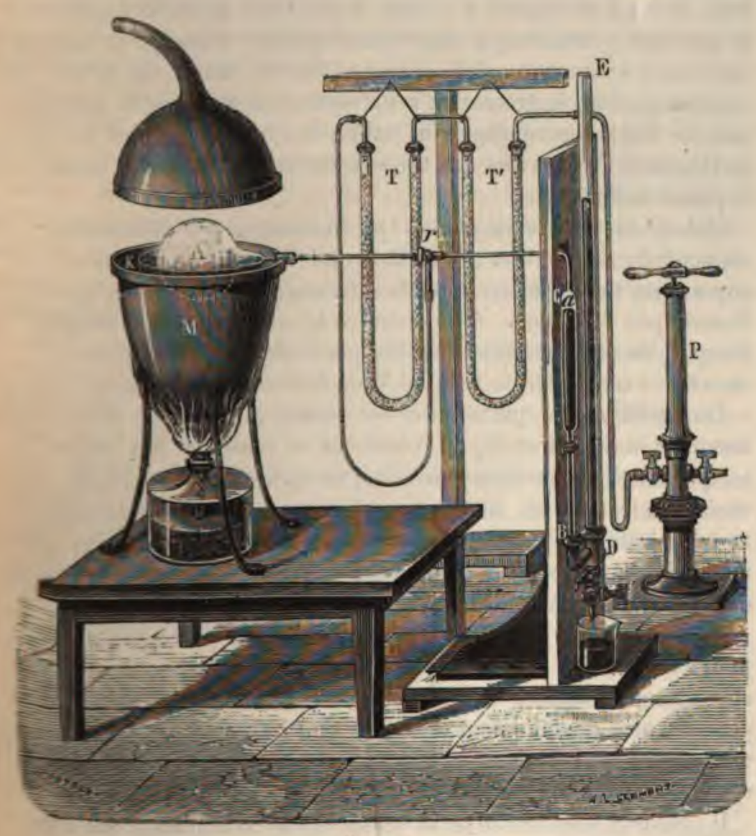



Fig. 173.

formé d'un vase de verre A (ballon ou cylindre suivant les usa-

ges) d'un demi-litre de capacité environ ; il doit être placé dans l'enceinte dont on veut déterminer la température. A ce réservoir est soudé un tube très fin qui sort de l'enceinte et fait communiquer le réservoir avec la branche CB du manomètre à air libre décrit L. III, chap. II, § 15 (fig. 95); celui-ci doit renfermer du mercure bien sec. La branche CB porte à sa partie supérieure, très près du point où aboutit le tube de communication, un trait de repère *a* ; c'est à ce trait qu'on fera affleurer le mercure avant chaque détermination pour ramener la masse gazeuse à occuper le même volume. Sur le trajet du tube de communication, se trouve en *r* un robinet à trois voies permettant de faire communiquer le ballon avec une pompe à gaz de Regnault P, à travers des tubes desséchants TT' renfermant de la ponce sulfurique.

Opérations préliminaires. — On commence par déterminer la capacité du réservoir A ; pour cela on le remplit de mercure à 0° comme un thermomètre à poids, et l'augmentation de sa masse donnée par la balance, fait connaître la masse du mercure qui le remplit; en divisant cette quantité par la densité du mercure à 0° on a très exactement le volume V du ballon à cette température.

On profite de ce que celui-ci est rempli de mercure pour déterminer la dilatation $K_T$ du verre qui le constitue aux diverses températures qu'on aura à évaluer, en opérant par le procédé du thermomètre à poids, indiqué un peu plus loin, et en déterminant la température T avec un thermomètre à mercure ordinaire. On mesure ensuite, par des pesées au mercure, le volume très petit des tubes de communication et de la partie de la branche manométrique BC qui se trouve au-dessus du point de repère *a*, pour pouvoir effectuer une correction. Comme ces parties de l'appareil restent toujours à la température ambiante qui change peu, on peut parfaitement admettre que ce volume *v* reste invariable. Ces opérations terminées, on met (après l'avoir vidé) le réservoir A en place dans l'appareil.

Il convient maintenant de le dessécher avec le plus grand soin : le verre est recouvert, dans les circonstances ordinaires, d'une couche d'humidité qu'il est très difficile de faire disparaître.

Voici comment, d'après le physicien suédois Rudberg, on doit procéder pour arriver à ce but. Après avoir porté à haute tem-



pérature (100° par exemple) le réservoir A, on fait le vide dans celui-ci à l'aide de la pompe P (1). Le vide fait, on laisse rentrer lentement de l'air qui se dessèche en traversant les tubes TT'. Cet air redevient humide aux dépens d'une portion de l'eau adhérente aux parois du ballon ; on l'enlève de nouveau pour le remplacer par de l'air sec. On recommence cette série d'opérations une dizaine de fois ; l'expérience a appris à Regnault que ce n'est qu'au bout de ce nombre d'opérations qu'on peut considérer le ballon comme parfaitement desséché (2).

Après avoir désséché ainsi le ballon, on y introduit une dernière fois de l'air sec ; on laisse refroidir le réservoir, puis on l'entoure de glace fondante. Pour chauffer celui-ci, on l'avait placé dans une chaudière M, munie d'un double fond K percé de trous ; pour le refroidir à 0°, il suffit de mettre de la glace pilée autour de lui dans ce double fond K ; l'eau provenant de la fusion s'écoule par les trous dans la partie inférieure de la chaudière.

On verse alors du mercure par la branche ouverte E jusqu'à amener le niveau dans la branche BC en *a*. Comme l'intérieur du ballon communique avec l'atmosphère par l'intermédiaire des tubes desséchants, le mercure se met sur le même plan horizontal dans les deux branches du manomètre. A ce moment, on note la pression atmosphérique H à l'aide du baromètre, pour connaître la force élastique de l'air contenu dans le ballon à 0°, et l'on note aussi la température *t* de l'air ambiant, à l'aide d'un thermomètre à mercure ordinaire, pour effectuer une correction ; on interrompt la communication du réservoir avec l'atmosphère

(1) Avant de faire le vide, il convient de tourner le robinet à trois voies qui se trouve au bas du manomètre (fig. 95), de manière à intercepter la communication entre les deux branches, pour empêcher le mercure de pénétrer dans le ballon. Si, comme dans la figure 173, il n'y a qu'un robinet simple au bas du manomètre, il faut faire écouler le mercure des deux branches à la fois par ce robinet ouvert pendant qu'on fait le vide, de manière à s'opposer ainsi à la rentrée du mercure dans le ballon.

(2) Tant que le ballon n'est pas parfaitement sec, on trouve des valeurs différentes pour le coefficient $\alpha$ (voir pages suivantes) ; c'est en voyant que la valeur trouvée pour ce coefficient ne varie plus dès qu'on a répété huit à dix fois l'opération précédente, que Regnault en a conclu que l'appareil était alors parfaitement desséché.

tout en le laissant communiquer avec le manomètre, en tourna convenablement le robinet à trois voies *r* [1]. L'appareil est alo disposé pour l'expérience.

MESURE DE LA TEMPÉRATURE. — On place le réservoir dans l'e ceinte dont on veut évaluer la température. Si cette températu est supérieure à 0°, l'air du ballon, se dilatant, refoule le mercu qui s'abaisse en BC et remonte en DE. Quand le niveau est d venu stationnaire , on verse dans la branche E du mercure po ramener exactement le niveau en *a*. Si, au contraire, la tempé rature était inférieure à 0°, à l'aide du robinet R on ferait écoul du mercure des deux branches BC et DE pour s'opposer à sc ascension.

Une fois le mercure ramené en *a*, on note — 1° la différence d niveau entre les deux branches, — 2° la hauteur du baromèt (ces deux quantités font connaître la force élastique H′ de l'ai contenu dans le ballon), — 3° la température *t′* de l'air ambian — 4° la température donnée par un thermomètre à mercure ordi naire plongé dans l'enceinte pour faire connaître $K_T$.

Si la capacité du ballon n'avait pas un peu varié par changement de température; si en outre il n'y avait pas une peti quantité d'air contenue dans le tube de communication et la part supérieure de la branche manométrique, qui n'est pas à la tem pérature du ballon, la température T de celui-ci serait donn par la formule très simple :

$$(1) \qquad H' = H(1 + \alpha T)$$

où $\alpha$ est un coefficient constant qu'on déterminerait une fois po toutes en faisant T = 100° par l'immersion du réservoir dan vapeur d'eau bouillante, d'après la définition même de la te pérature donnée par le thermomètre à air. Mais quelques corre tions sont nécessaires puisque le volume du réservoir, et p conséquent de l'air qu'il renferme, est V à 0° et $V(1 + K_T)$ à

(1) Au lieu du robinet à trois voies *r*, on peut mettre un simple tub a trois voies en verre; dans ce cas, on ferme à la lampe la branche qu communique avec les tubes desséchants.

empérature T à déterminer, et qu'en outre une portion de la masse gazeuse occupe le volume $v$ des tubes de communication t se trouve à une température qu'on doit considérer comme ant la température ambiante $t$ ou $t'$.

Afin d'établir l'égalité qui permet de calculer T, nous allons dmettre, pour un instant, que l'air suit exactement la loi de lariotte et, par conséquent, qu'il n'y a aucune différence entre on coefficient de dilatation et son coefficient d'augmentation de ression $\alpha$ (voir Chap. I, § 12) ; en outre, nous devons considérer ette quantité $\alpha$ comme une constante, puisque c'est sa constance ui définit la température donnée par le thermomètre à air.

Calculons quelle serait à 0° le volume de la masse d'air en ermée dans l'appareil si elle possédait l'unité de force élastique n nous servant — 1° des données expérimentales V, H, $t$, correspondant au cas où le réservoir se trouve dans la glace fondante 1er état ; — 2° des données $V(1+K_T)$, H' et $t'$, correspondant au as où il se trouve à la température T (2° état), et égalons ces leux expressions.

A 0°, et pour l'unité de force élastique, le volume de la masse l'air renfermé,

dans le 1er état
- à l'intérieur du réservoir, deviendrait $VH$
- à l'intérieur des tubes de communication, deviendrait $\dfrac{vH}{1+\alpha t}$

ns le 2° état
- à l'intérieur du réservoir, deviendrait $\dfrac{V(1+K_T)H'}{1+\alpha T}$
- à l'intérieur des tubes de communication, deviendrait $\dfrac{vH'}{1+\alpha t'}$

l'égalité :

$$\left(V+\frac{v}{1+\alpha t}\right)H=\left[\frac{V(1+K_T)}{1+\alpha T}+\frac{v}{1+\alpha t'}\right]H'$$

Si maintenant nous voulons tenir compte du fait que l'ai suit qu'à peu près la loi de Mariotte, nous devons nous deman si $\alpha$, dans cette formule, représente le coefficient de dilatati pression constante, ou le coefficient d'augmentation de pres à volume constant, ou enfin un coefficient intermédiaire. marquons d'abord que, l'air suivant à très peu près la loi Mariotte, l'application directe que nous avons faite de cette pour tenir compte du changement de volume de la masse gaz est parfaitement légitime, puisque ce changement de volume extrêmement faible; en outre, les coefficients de dilatatio d'augmentation de pression sont si voisins (voir Chap. I, § qu'il est absolument indifférent d'employer l'un ou l'autre p les termes correctifs très petits $\frac{v}{1+\alpha t}$ et $\frac{v}{1+\alpha t'}$. Quant signification exacte de $\alpha$ dans le terme principal $\frac{V(1-K}{1+\alpha T}$ elle n'est pas douteuse : rendons nuls, en effet, les termes cor tifs, très petits $v$ et $K_T$ ; la formule (2) se réduit, comme cela être, à la formule (1); ce qui montre que, dans ce terme, $\alpha$ rep sente le coefficient d'augmentation de pression constant avec température définie par le thermomètre à air. Nous pouvons ai employer cette même constante dans les trois termes en $\alpha$.

Pour obtenir la valeur de ce coefficient, qu'il est nécessaire connaître pour que la formule (2) puisse donner la température on fait une expérience à la température connue de la vapeur d'e bouillante. On se sert pour cela de la chaudière M représent sur la figure 173. La vapeur qui circule autour de l'envelopp protège contre le refroidissement celle qui se trouve à l'int rieur. La pression atmosphérique donnée par un baromètre f connaître exactement la température T de la vapeur d'eau bou lante, qui, par définition, égale 100° si la pression est de 76 cen timètres de mercure. Dans l'équation (2) tout est connu alors sauf $\alpha$ : la résolution de cette équation (1) en fournit la valeur.

(1) L'équation (2) est du troisième degré en $\alpha$; comme la résolution de cette équation numérique par les méthodes ordinaires serait laborieuse, on peut employer la méthode suivante dites des *approximations successives*. On ré-



Regnault a trouvé ainsi le nombre 0,0036645, comme moyenne de ses expériences.

Le coefficient $\alpha$ étant connu maintenant, la formule (2) permet

glige d'abord les termes correctifs très petits $\frac{v}{1+\alpha t}$ et $\frac{v}{1+\alpha t'}$ ; l'équation devient du premier degré, et donne de $\alpha$, une valeur approchée $\alpha_1$. On remplace ensuite $\alpha$ par cette valeur approchée $\alpha_1$ dans les termes correctifs négligés tout d'abord, ce qui en donne une valeur à très peu près exacte, et, de cette nouvelle équation du premier degré en $\alpha$, on tire une deuxième valeur $\alpha_2$ plus approchée que la première. On substitue à $\alpha$, dans les termes correctifs, cette nouvelle valeur $\alpha_2$, et l'on obtient pour $\alpha$ une troisième valeur plus approchée $\alpha_3$, et ainsi de suite. On s'arrête quand deux valeurs consécutives $\alpha_n$ et $\alpha_{n+1}$ ne diffèrent entre elles que d'une quantité inférieure à celle qui peut résulter des erreurs de l'expérience, et c'est cette dernière valeur $\alpha_{n+1}$ que l'on prend pour $\alpha$.

Nous saisissons cette occasion pour indiquer au lecteur comment on peut juger de la précision d'une expérience.

Chacune des mesures particulières dont l'ensemble est nécessaire pour trouver la quantité cherchée, est entachée d'une certaine erreur : ainsi, on peut commettre une légère erreur dans la lecture du vernier du cathétomètre qui sert à relever la hauteur d'une colonne de mercure; cette mesure nécessite deux pointés, celui du haut de la colonne et celui du bas: si chacune de ces lectures ne peut être faite qu'à $\frac{1}{40}$ de millimètre près, l'erreur maxima possible sur la hauteur de la colonne mercurielle sera $\frac{2}{40}$ ou $\frac{1}{20}$ de millimètre. Si la mesure d'une force élastique nécessite, comme dans le cas du manomètre à air libre, la mesure de deux colonnes mercurielles, celles du manomètre et celle du baromètre, chacune ne pouvant être connue qu'à $\frac{1}{20}$ de millimètre près, leur somme peut être entachée d'une erreur maxima possible de $\frac{2}{20}$ ou de $\frac{1}{10}$ de millimètre. Et c'est pourquoi le manomètre barométrique est plus précis que le manomètre à air libre, puisqu'il ne nécessite que deux pointés au lieu de quatre.

Il en est de même de toutes les autres mesures : mesure de volume, de masse, de température, etc... Il faut tenir compte, dans la formule qui donne la quantité cherchée, des erreurs maxima qui peuvent entacher chaque terme. Comme le signe de ces erreurs nous est inconnu, on prendra les signes de façon que toutes les erreurs s'ajoutent, et l'on aura l'erreur maxima possible qui peut affecter le résultat.

C'est là le moyen de se rendre compte *a priori* de la précision d'une

de déterminer la valeur de T d'après les données V, r, $K_T$, H', $t$ et $t'$, propres à chaque expérience.

Quand la température à mesurer est supérieure à celle à quelle le verre se ramollit, on remplace le réservoir de verre | un réservoir en porcelaine vernie à l'intérieur et à l'extéri qui peut supporter, sans se déformer, une bien plus haute tem rature. On emploie habituellement maintenant, comme tube communication entre le ballon et le manomètre, un tube en cui rouge à canal extrêmement fin. Ce tube peut avoir une gra longueur et sa capacité rester négligeable vis-à-vis de celle réservoir, ce qui permet d'éloigner le manomètre de l'enceint température élevée où se trouve celui-ci.

Ajoutons que des expériences comparatives, dans lesquel Regnault employait deux appareils thermométriques semblabl dont les réservoirs à gaz étaient placés dans le même bain, montré qu'on pouvait mettre dans le thermomètre de l'air s une pression initiale inférieure à la pression atmosphérique centimètres de mercure) ou supérieure à la pression atmosp

méthode, et d'en comparer les avantages à ceux d'un autre. Mais qu beaucoup d'expériences ont été faites par une même méthode, pour obt la valeur d'une même quantité, on peut très bien juger des erreurs a *dentelles*, telles que les erreurs de lecture, par la plus ou moins gra concordance des nombres. Si ceux-ci présentent toujours les trois prem chiffres significatifs communs, le nombre est connu avec trois chif significatifs exacts, et la moyenne du nombre donnera pour le chiffre vant une valeur entachée d'une erreur probable d'autant plus faible qu nombre des expériences est plus considérable.

Il est pourtant d'autres erreurs, dites ***erreurs systématiques***, qui peu dépendre de la disposition expérimentale même employée, ou de la man d'opérer, et qui, tendant à fausser tous les nombres dans le même sens, peuvent être mises en évidence par la comparaison des nombres obtenus | une même valeur, et ne disparaissent pas dans les moyennes. C'est en var les dispositions expérimentales, les manières d'opérer et les méthodes el mêmes qu'on arrive à découvrir et à éviter ces causes d'erreurs.

Regnault reconnaît, par exemple, que la mesure du coefficient de dilatation gaz par l'appareil décrit (Chap V, § 3 fig. 194 et 195) donne toujours un nom un peu plus faible que celui obtenu par d'autres méthodes : il y a là erreur systématique, et il découvre qu'une petite bulle d'air s'introduit d le réservoir refroidi au moment où il brise la pointe effilée sous le merc Il évite la rentrée de cet air par les artifices indiqués plus loin, et il tro des nombres identiques à ceux fournis pour les autres méthodes.

rique (150 centimètres de mercure), et que les indications de l'instrument étaient exactement les mêmes que celles du thermomètre renfermant de l'air sous une pression initiale égale à celle de l'atmosphère. Ce n'était pas évident *a priori.*

On voit par là que, dans l'emploi du thermomètre à air, on n'aura pas besoin de se préoccuper de mettre l'air sous une pression initiale exactement égale à la pression atmosphérique moyenne.

Regnault a constaté aussi que l'on pouvait remplacer l'air de l'un des ballons par de l'hydrogène ou par de l'acide carbonique et que les températures indiquées étaient encore les mêmes, pourvu qu'on se servit dans chaque cas du coefficient $\alpha$ correspondant au gaz employé; ce coefficient diffère peu, du reste, d'un gaz à un autre. Mais en mettant dans l'un des ballons de l'acide sulfureux, gaz très facilement liquéfiable, il n'en était plus de même : à haute température le thermomètre à acide sulfureux était en désaccord avec le thermomètre à air.

Il existe plusieurs autres formes de thermomètre à gaz : d'une façon générale tous les appareils qui servent à déterminer la dilatation des gaz, et dont plusieurs seront décrits plus loin, peuvent servir, cette dilatation une fois connue, à mesurer la température. Mais la plupart présentent pour ce but des inconvénients qui en ont fait abandonner l'usage.

Le volume assez considérable du réservoir du thermomètre à air restreint l'emploi de cet instrument. Ce gros réservoir est sans inconvénient dans la mesure de la température des vapeurs ou dans celle de grandes masses de liquide; mais on conçoit que pour une foule d'autres usages, en calorimétrie, par exemple, où le thermomètre doit être très petit et avoir une très faible masse, on ne puisse s'en servir. Cet instrument, comme nous l'avons déjà dit, est surtout employé, soit dans les mesures directes de température très élevées, soit pour comparer ses indications à celles du thermomètre à mercure ou du thermomètre à sulfure de carbone, de façon à dresser une table de correction qui permette de déduire des données de ces derniers instruments la température qu'indiquerait le thermomètre à air (1).

(1) Pour ces comparaisons il faut placer le réservoir du thermomètre à air

A propos de la mesure de la densité des vapeurs, nous
rons un autre procédé employé quelquefois pour éva
hautes températures (Chap. X, § 8).

et le thermomètre à mercure dans un même bain liquide, très pr
l'autre; on porte ce bain à des températures croissantes qu'on
constantes pendant quelque temps et qu'on rend uniforme dans tout
par des agitations fréquentes. Ce n'est que quand les indications
fixes qu'on fait l'observation comparée.

Pour maintenir la même température dans un bain liquide on
*thermo-régulateurs*. Un des pl
est celui qui a été imaginé par
noît et qui est employé au Burea
tional des Poids et Mesures.

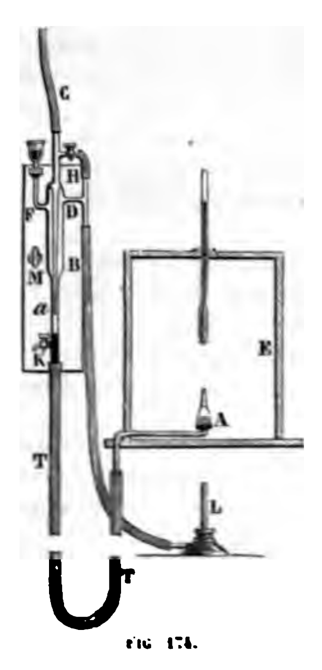


FIG. 174.

Cet ingénieux instrument (fig
compose d'un petit réservoir A
le bain ou dans l'étuve dont on
tenir la température constante;
voir A renferme un liquide v
exemple de l'esprit de bois, et
du mercure, qui remplit égaleme
de communication en caoutchouc
TT, aboutissant en K à un inter
gaz d'éclairage qui alimente la la
tinée à chauffer l'étuve. Le gaz
le conduit C, sort par l'orifice *a*
duit et, par le tube annulaire B
conduit D qui le mène à la lamp
par suite de l'élévation de temp
force élastique de la vapeur sa
liquide volatil placé en A a attei
leur suffisante pour soulever l
dans les tubes TK jusqu'en *a*,
se trouve bouché. La lampe
alors, si un peu de gaz ne lui a
core par le conduit à robinet H;
tite quantité de gaz permet au be
en veilleuse. L'étuve, ne recevant presque plus de chaleur, se r
force élastique de la vapeur saturante diminue en A et, le mercur
dans le tube TK, l'orifice *a* se trouve ouvert de nouveau; la fla
lampe reprend sa hauteur primitive, le liquide s'échauffe et le me
montant, bouche de nouveau l'orifice *a*. Il résulte de cette disposit
température du bain oscille entre deux limites très rapprochées,
est rendue pratiquement constante, car la force élastique max
vapeur d'un liquide volatil croît rapidement avec la température

**ISTORIQUE.** — La notion de température, si répandue l'hui, n'est pas d'origine bien ancienne. Van Helmont ([1]), mencement du XVII[e] siècle, paraît être le premier auteur fasse mention : il parle d'un instrument composé d'une urmontée d'un tube de verre creux renfermant de l'eau nte ou descend « *juxta temperamentum ambientis* » ([2]). ni attribue à Galilée l'invention du thermomètre : )7 il se serait servi d'une sorte rmomètre à air pourvu d'un représenté figure 175. Mais les le Galilée n'en font aucune men-'est pourquoi l'invention du ther-re est généralement attribuée à Van l, physicien hollandais qui, vers les ncements du XVII[e] siècle, en répan-age en Flandre et en Angleterre forme représentée figure 176. un réservoir à air prolongé par un rtical descendant plongeant dans renfermant de l'eau acidulée par forte (acide azotique), pour l'em-de geler, et qui s'élevait plus ou haut dans la tige suivant la tem-e. Cet instrument, comme celui de , était sensible aux variations de ion atmosphérique, dont alors on ignorait l'existence. rent les académiciens de Florence qui construisirent le

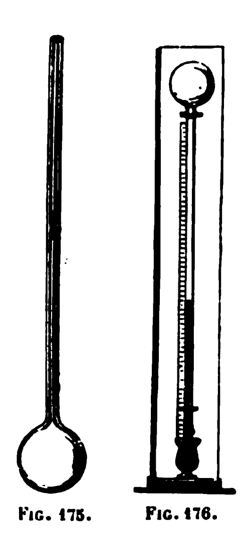


FIG. 175. FIG. 176.

ntenir pendant plusieurs heures une masse d'eau à une température ns que celle-ci éprouve une variation d'un dixième de degré. rupteur KMF est mobile le long d'une glissière verticale, et peut se fférentes hauteurs à l'aide d'une vis de pression M. Plus il est placé la température doit s'élever, pour que la force élastique de la va-rante du réservoir A puisse soulever le mercure jusqu'en *a*. C'est aisant varier la position de l'interrupteur qu'on peut passer d'une re constante à une autre.

(1) ı-Baptiste Van Helmont, né à Bruxelles, en 1577, mort en 1644.

(2) de l'*Histoire de la Physique*, de M. Hœfer.

premier thermomètre à liquide; ils choisirent l'alcool coloré et, sauf le mode de graduation, leur instrument est en tout semblable à celui qu'on emploie encore aujourd'hui.

Les échelles furent d'abord arbitraires; chaque physicien avait la sienne; les moyens les plus divers et parfois les plus bizarres furent employés pour graduer les instruments. Les uns marquaient le degré du froid au point où l'alcool s'arrêtait dans les grandes gelées d'hiver, et marquaient le chaud à celui où il se fixait quand l'instrument était exposé au soleil ou placé dans la main d'un « fébricitant ». Les académiciens de Florence mettaient le zéro de leur graduation à la température des caves de leur Observatoire.

Robert Boyle proposa, vers le milieu du XVII<sup></sup>e siècle, de prendre la température de la congélation de l'eau comme point fixe. Mais on vit bientôt qu'un seul point fixe ne suffisait pas. Charles Renaldini, physicien de Pavie, vers 1694, fit marquer 0° à son thermomètre dans la glace fondante: puis il obtint d'autres degrés avec des mélanges d'eau froide et d'eau bouillante en proportions déterminées. Newton, qui se servait d'un thermomètre à huile de lin (1701), employait six points fixes qui étaient la température — 1° de la glace fondante, — 2° du sang humain, — 3° de la fusion de la cire, — 4° de l'ébullition de l'eau, — 5° de la fusion d'un alliage de plomb, d'étain et de bismuth, — 6° de la fusion du plomb.

Fahrenheit fut le premier qui construisit des thermomètres comparables, quoique de grandeurs différentes [1] (1714). Il employa d'abord comme liquide l'alcool. Il marquait 0° à la température d'un mélange de glace et de sel marin en proportions déterminées, et 32° dans la glace fondante. Mais ayant eu connaissance des travaux du physicien français Amontons [2], il fit usage ensuite, comme point fixe, de la température de l'eau bouillante, dans laquelle ses premiers instruments marquaient 212°, et il remplaça l'alcool par le mercure.

(1) Les académiciens de Florence avaient déjà construit des thermomètres à peu près comparables entre eux, ce qu'ils obtenaient en leur donnant autant que possible les mêmes dimensions.

(2) Guillaume Amontons, né à Paris en 1663, mort en 1705.

Réaumur [1], en 1730, construisit des thermomètres dont le liquide était un mélange d'eau et d'alcool en proportions telles qu'il se dilatait des $\frac{80}{1000}$ de son volume en passant de la température de la glace fondante (0°) à la température de la vapeur d'eau bouillante (80°). Ce thermomètre, ou tout au moins son mode de graduation, a été longtemps employé en France et en Italie.

C'est Celsius [2], professeur de physique à l'université d'Upsal, qui imagina l'échelle centigrade et insista sur la nécessité de deux points fixes, et de deux seulement : il fit choix de la température de la glace fondante et de celle de la vapeur d'eau bouillante. Les Suédois se servirent dès 1742 de cet instrument.

Enfin, Dulong et Petit en inventant le thermomètre à poids, et Regnault en perfectionnant le thermomètre à air, en montrant le désaccord des thermomètres à mercure formés de verres différents et en définissant exactement le degré centigrade par l'augmentation de pression de l'air à volume constant, ont fait entrer la thermométrie dans la voie de la précision.

Ajoutons, pour terminer, que les travaux de MM. Deville et Troost sur la perméabilité pour les gaz du platine chauffé ont fait renoncer à l'emploi de ce métal dans la confection des thermomètres à air destinés à mesurer les hautes températures ; ce sont eux qui ont employé les premiers des réservoirs en porcelaine vernie pour cet usage.

(1) René-Antoine Ferchault de Réaumur, né à la Rochelle en 1683, mort en 1757.

(2) André Celsius, né en 1701, mort en 1744.

# CHAPITRE III

## DILATATION DES LIQUIDES

Nous avons vu (Chap. I, § 10) comment on pouvait mesurer la dilatation apparente d'un liquide dans le verre et comment, la dilatation du verre étant connue, on pouvait en déduire la dilatation absolue du liquide. Mais, pour connaître la dilatation du verre, nous allons voir qu'il est nécessaire d'avoir mesuré la dilatation absolue d'un liquide. Dulong et Petit (1) sont sortis de cette difficulté en imaginant une méthode qui permet d'obtenir directement la dilatation absolue du mercure. C'est pourquoi il convient de commencer l'étude de la dilatation des liquides par la description de leurs expériences.

**1. MESURE DE LA DILATATION ABSOLUE DU MERCURE PAR DULONG ET PETIT.** — PRINCIPE DE LA MÉTHODE. Deux tubes verticaux AB et A'B' (fig. 177) contiennent le premier du mercure à 0°, le second du mercure à $t°$; ils sont réunis par un tube horizontal BB' très fin, de façon à constituer deux vases communiquants. Si $D_0$ est la densité du mercure à 0°, et D sa densité à $t°$, on a, en appelant $\Delta_t$ la dilatation de ce liquide entre 0° et $t°$ :

$$\frac{D_0}{D_t} = 1 + \Delta_t$$

(1) Alexis-Thérèse Petit, né à Vesoul en 1791, mort en 1820. L'étude de la dilatation du mercure a été faite par ces physiciens en 1817.

illleurs les hauteurs $H_0$ et $H_t$ du mercure froid et du mercure l au-dessus du tube horizontal BB', doivent être, en vertu loi des vases comıuants, inversement ·tionnelles aux denle ces liquides, d'où :

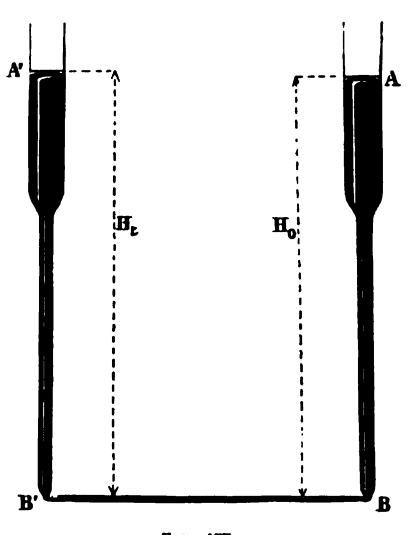



FIG. 177.

$$= \frac{D_0}{D_t} = 1 + \Delta$$

ə de là :

$$\Delta_t = \frac{H_t - H_0}{H_0}$$

ısi la mesure de la ·ence des niveaux $- H_0$) du mercure d et du mercure froid, ə à la mesure de la hauteur $H_0$ du mercure froid, suffit à connaître $\Delta_t$.

isons remarquer qu'il est essentiel, dans cette méthode, que be horizontal BB' soit capillaire ; s'il était large, l'équilibre ourrait avoir lieu : il se produirait à sa partie supérieure ourant de mercure chaud allant de B' vers B, à sa partie ieure un courant de mercure froid marchant en sens inverse, ıuite des différences de densité. Avec un tube très étroit, ·ottements s'opposent à ce double courant, l'équilibre existe, température du mercure stationnaire du tube BB' va en sant de B en B'.

'aut aussi que ce tube soit parfaitement horizontal, car ce qu'à cette condition que deux éléments de surfaces égaux s à ses deux extrémités B et B', supportent la même presce qui est nécessaire pour que les hauteurs des liquides,

au dessus de ces extrémités B et B', soient en raison inverse des densités.

Description de l'appareil. — Le tube recourbé qui contenait le mercure était en verre ; il était capillaire dans la partie horizontale BB' et assez étroit dans la plus grande portion de la hauteur des branches verticales, pour que la température du mercure fût plus exactement celle des milieux qui les entouraient. Elles s'élargissaient à la partie supérieure, pour éviter à la surface libre du mercure les dépressions capillaires.

La partie horizontale BB' reposait sur la grande barre ZZ (fig. 178) d'un support de fer en forme de T, porté lui-même par un fort socle en chêne. Ce socle était muni de vis calantes qui, à l'aide de deux niveaux placés perpendiculairement l'un à l'autre sur le support en fer, permettaient de rendre les branches BB' parfaitement horizontales.

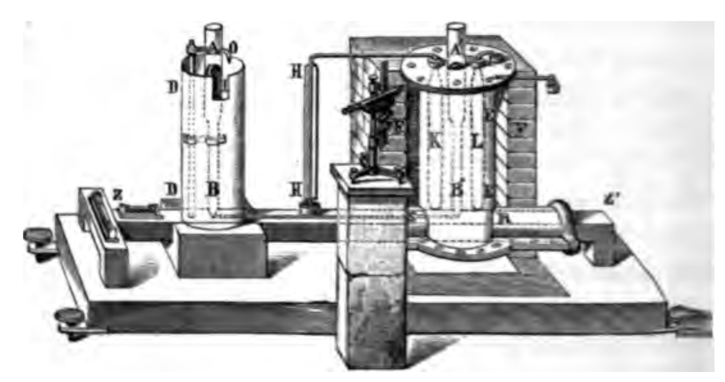



Fig. 178.

Le tube vertical AB était entouré d'un manchon DD en blanc, présentant à sa partie supérieure une petite fenêtre [illegible] dans lequel on plaçait de la glace. Le tube A'B' était con[illegible] dans un cylindre en cuivre EE plein d'huile, et présentant [illegible] et S des prolongements, dont l'un d'eux recouvrait une por[illegible] de la branche horizontale BB.

Ce cylindre était chauffé par un foyer latéral FF. La tempé[illegible]



rature du bain d'huile, assez uniforme était donnée, par un thermomètre à poids L et par un thermomètre à air, dont le réservoir K, ayant la forme d'un cylindre allongé, occupait la plus grande partie de la hauteur du bain, pour mieux prendre la température moyenne de celui-ci. Ce dernier instrument présentait en HH une branche verticale étroite plongeant par son extrémité ouverte dans un bain de mercure et formant l'appareil manométrique. La section de cette branche étant faible, le volume de la masse gazeuse restait à peu près constant, et cet instrument fonctionnait comme le thermomètre normal de Regnault. Dulong et Petit, du reste, tenaient compte de la dépression capillaire que subissait le mercure dans le tube manométrique. Cette dépression était assez forte ; c'était là le principal défaut de cette forme de thermomètre à air.

Marche d'une expérience. — On versait du mercure dans le tube de verre, de manière à ce que son niveau dans la branche A'B' atteignit la partie supérieure du bain d'huile. On entourait de glace la branche AB, et l'on chauffait A'B'. Quand on avait atteint une température convenable, on fermait les issues du foyer, pour ralentir le feu : la température s'élevait encore un peu puis, passant par un maximum, restait à peu près stationnaire pendant quelques instants; on saisissait ce moment pour faire les observations. Après avoir ajouté ou enlevé, avec une pipette, un peu de mercure pour que ce liquide dépassât à peine le bain d'huile dans la branche A', on ouvrait la fenêtre et l'on écartait la glace afin d'apercevoir le niveau du mercure de la branche froide. A l'aide du cathétomètre, inventé par Dulong et Petit à cette occasion, on relevait avec précision la différence de niveau $(H_T - H_0)$ du mercure en A' et en A, ainsi que la hauteur $z$ du mercure froid au-dessous d'un repère O. La tige qui portait ce repère, étant placée dans la glace, conservait la même longueur ; on mesura une fois pour toutes la distance verticale $h$ de ce repère à l'axe du tube BB' (1) avec

(1) L'erreur relative qu'on pouvait commettre sur $\Delta_t$ était la somme des erreurs relatives maxima possibles sur $(H_T - H_0)$ et sur $H_0$. Or, pour une même erreur absolue, l'erreur relative commise sur la quantité très

une règle graduée en millimètre, dont on plaçait le zéro sur le support en fer. La différence $h - z$ donnait la hauteur $H_0$ du mercure froid au-dessus de l'axe du tube.

On procédait en même temps aux opérations nécessaires à l'évaluation de la température du bain d'huile.

Résultats obtenus. — Dulong et Petit firent plusieurs expériences, les premières dans le voisinage de 100°, les autres vers 200° et vers 300°. Ils ont calculé le coefficient de dilatation absolue moyen du mercure $m_T = \frac{\Delta_T}{T}$ entre 0° et T, et voici la moyenne des résultats, fort concordants du reste, qu'ils ont obtenus.

| Température indiquée par le thermomètre à air. | Moyenne des valeurs trouvées pour $m_T$ | Température qui serait indiquée par un thermomètre fondé sur la dilatation absolue du mercure (1). |
|---|---|---|
| 100° | $\frac{1}{5550} = 0,0001802$ | 100°,00 |
| 200° | $\frac{1}{5425} = 0,0001843$ | 204°,61 |
| 300° | $\frac{1}{5300} = 0,0001887$ | 314°,15 |

On voit que le coefficient de dilatation moyen du mercure n'est pas constant mais augmente avec la température.

petite $H_T - H_0$ aurait été bien plus grande que celle commise sur $H_0$. Il fallait, par conséquent, mesurer avec beaucoup plus de précision $H_T - H_0$ que $H_0$.

(1) Les nombres de cette colonne ont été obtenus en partant de la formule $V_T = V_0 (1 + KT)$ ou $\frac{V_T}{V_0} = 1 + KT$, ou encore $\Delta_T = KT$) dans laquelle K représente le coefficient de dilatation absolue moyen du mercure entre 0° et 100°. On voit que les indications d'un thermomètre fondé sur la dilatation vraie du mercure s'écartent encore plus de celle du thermomètre à air, que les indications des thermomètres à mercure ordinaires, fondés sur la dilatation apparente de ce liquide.

Critiques des expériences de Dulong et Petit. — Les remarquables expériences de ces ingénieux et habiles physiciens, dont les résultats ont été à très peu près confirmés par les recherches plus récentes, peuvent pourtant prêter prises à quelques légères critiques. Le bain d'huile n'était pas pourvu d'agitateur : on n'était pas assuré dès lors de l'uniformité de la température. En outre celle-ci n'était pas très exactement déterminée par le thermomètre à air, parce qu'on ne savait pas alors dessécher convenablement l'intérieur des vases, et surtout parce que Dulong et Petit ont employé, pour coefficient d'augmentation de pression de l'air, le nombre 0,00375 donné par les expériences de Gay-Lussac, nombre qui est trop fort. La hauteur des tubes n'étant pas bien considérable (55 cent. environ) la valeur de $(H_t - H_0)$ était très faible, ce qui rendait possible une erreur relative assez grande.

Nous allons voir comment Regnault, en perfectionnant non pas la méthode, qui est excellente, mais la disposition expérimentale, s'est mis à l'abri de ces causes d'incertitude.

2. Appareil de Regnault. — Description. — Cet appareil, qui se trouve encore au Collège de France, se compose (fig. 179) de deux tubes verticaux en fer AB et A'B' ayant 150 centimètres de longueur et 1 centimètre de diamètre intérieur. Chacun d'eux se termine en haut et en bas, par un godet creux en fer. Un tube horizontal très mince AA' réunit les godets supérieurs, un autre tube horizontal BB' peut réunir les godets inférieurs (ce tube est interrompu sur la figure de la façon que nous allons indiquer dans un instant). Au-dessus des godets supérieurs, les tubes AB et A'B' présentent des prolongements ouverts dans l'atmosphère. Un manchon en tôle galvanisée entoure le tube AB, qui se trouvait maintenu à une basse température constante par un courant d'eau de la ville, pénétrant à la partie inférieure du manchon par un entonnoir à long tuyau ZZ' et débordant à la partie supérieure. En tombant cette eau arrosait des cordes CC' entourant les tubes horizontaux AA' et BB', pour les refroidir. Des thermomètres à mercure, placés dans le manchon, donnaient la température de l'eau, et, par conséquent, celle du mercure contenu dans AB. Le tube A'B' était chauffé par un bain d'huile contenu dans une

chaudière cylindrique. Celle-ci était placée presque tout entière dans la cheminée P d'un fourneau qui en chauffait le fond. Un

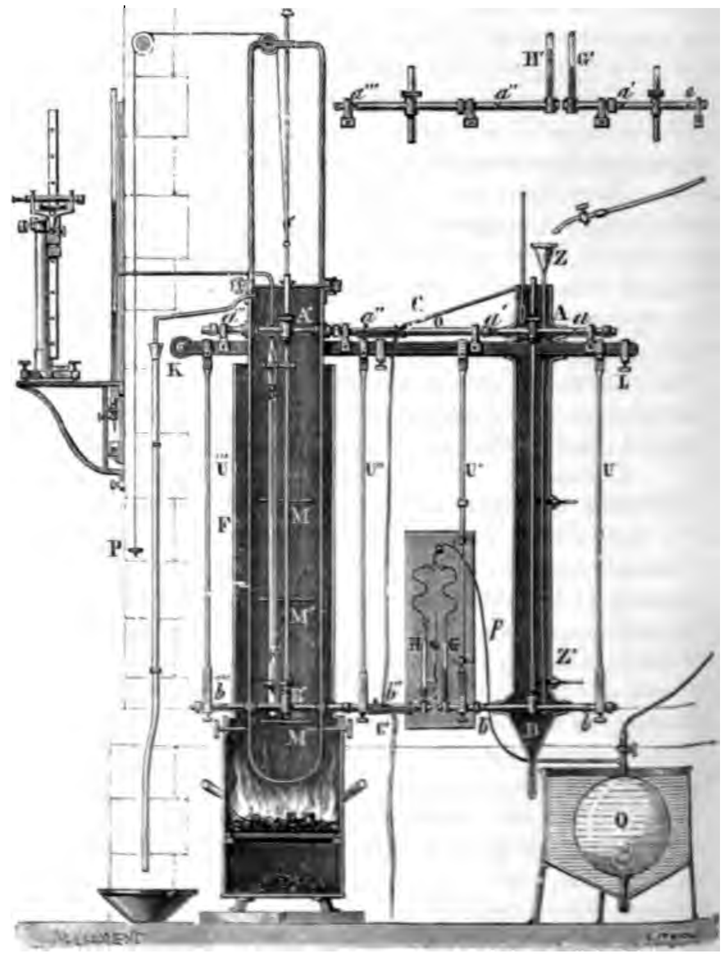



Fig. 178.

thermomètre à air de Regnault, décrit dans le chapitre précédent,

donnait la température de l'huile. Comme dans les expériences de Dulong et Petit, le réservoir RR' de ce thermomètre était un cylindre allongé, occupant toute la hauteur du bain. Du reste la température était rendue uniforme au moyen d'un agitateur MM'M'' qui était élevé ou abaissé à l'aide d'une corde et d'une poignée P.

Tout le système est soutenu par une forte barre de fer KL pouvant tourner autour d'un axe K scellé au mur; une vis supporte son extrémité L, et permet de faire varier un peu son inclinaison, pour régler l'horizontalité des tubes AA' et BB'.

Des supports de fer fixés à la barre soutiennent le tube AA' ou ses prolongements *a* et *a'''*, des tirants U,U',U'',U''' supportent le tube BB' et ses prolongements *b* et *b'''*. On a tracé quatre points de repère *a*,*a'*,*a''*,*a'''* sur le tube supérieur AA', suivant une droite à la hauteur de son axe, et de même deux points de repère *b*,*b'* et *b''*,*b'''* à la hauteur de l'axe sur chaque moitié du tube inférieur BB'. A l'aide d'un cathétomètre bien réglé (dont la lunette pouvait tourner autour de l'axe vertical dans un plan horizontal), on s'assurait que les repères *a*,*a'*,*a''*,*a'''* étaient dans un plan horizontal, et qu'il en était de même des deux repères *b*,*b'* et *b''*,*b'''*.

Regnault a employé cet appareil de deux manières différentes.

1^er^ Mode d'expérience. — Le tube BB' était interrompu comme le représente la figure 179, les deux portions de ce tube étaient terminées par deux éprouvettes en verre verticales G et H, qui communiquaient par leur partie supérieure avec l'intérieur d'un même ballon Q, contenant de l'air comprimé. Pour éviter les variations de température, qui produiraient un changement dans la force élastique de l'air contenu dans ce ballon, il était entouré d'eau. Enfin le tube horizontal AA' présentait une petite ouverture O à sa partie supérieure.

Voici maintenant comment on opérait. On versait du mercure par les extrémités ouvertes des deux branches AB et A'B' jusqu'à ce que ce liquide apparût à l'ouverture O, et en même temps on comprimait de l'air dans le ballon Q pour empêcher le mercure de s'élever jusqu'au sommet des deux éprouvettes H et G. On amenait le bain d'huile à une température convenable, puis on modérait le feu en fermant les issues du foyer. Alors, après avoir agité le

bain pour rendre sa température uniforme, après avoir re[illegible] parfaitement horizontaux le tube AA' et les deux portions de [illegible] et enfin après avoir un peu augmenté la force élastique dans l[e] ballon Q pour refouler le mercure et le faire apparaître en [illegible], s'il y avait lieu, plusieurs aides faisaient simultanément l[es] observations suivantes : on mesurait au cathétomètre — 1° la distance verticale H de la ligne des repères horizontale *aa'a*[illegible] à la ligne *bb'*, — 2° la distance H' de *aa'a''a'''* à *b''b'''*, — 3° la distance *h* du niveau du mercure dans l'éprouvette G à la lig[ne] *bb'*, — 4° la distance *h'* du niveau du mercure dans l'éprouve[tte] H à la ligne *b''b'''* (¹). En outre, on faisait les opérations néce[s]saires pour obtenir la température T du bain d'huile au moy[en] du thermomètre à air, on notait la température *t* de l'eau froide [du] manchon AB, et enfin la température ambiante θ qui était celle [du] mercure contenu dans les éprouvettes G et H.

Afin d'établir l'équation qui donnera la dilatation du mercu[re] $\Delta_\tau$ entre 0° et T° faisons la remarque générale suivante.

Si $a_\tau$ représente la hauteur d'une colonne de mercure à τ°, l[a] hauteur $a_0$ de la colonne de mercure à 0° qui produit la mê[me] pression est $a_0 = a_\tau \dfrac{D_\tau}{D_0}$, en appelant $D_\tau$ et $D_0$ les densités [du] mercure à τ° et à 0°. Or

$$\frac{D_\tau}{D_0} = \frac{1}{1 - \Delta_\tau} \quad \text{d'où, par conséquent} \quad a_0 = \frac{a_\tau}{1 + \Delta_\tau}$$

(¹) Comme le mercure variait parfois lentement de position dans les tu[bes] G et H, par suite d'une légère variation de la force élastique de l'air du [bal]lon Q, deux observateurs suivaient chacun avec un cathétomètre les [deux] niveaux mercuriels en G et en H. A un signal donné, on fixait les lunet[tes] des cathétomètres, et sans toucher à l'un d'eux, celui qui visait G par exemple, avec l'autre on relevait la différence des niveaux en G et H ; le premier cathétomètre servait à voir si le mercure n'avait pas bougé en G pendant cette mesure. Il suffisait de relever ensuite les hauteurs au-dessus de *bb'* et de *b''b'''* du point où l'on avait fixé ce cathétomètre (niveau du mercure en G), pour obtenir avec précision les quantités désignées dans le texte par *h* et par *h'*.

D'après cela, la hauteur de mercure à 0° qui aurait fait équilibre à la différence de force élastique entre le mercure contenu dans le tube horizontal très mince AA' et l'air contenu dans la partie supérieure des deux éprouvettes G et H a pour expression :

soit $\frac{H}{1+\Delta_t} - \frac{h}{1+\Delta_\theta}$ (en considérant la colonne de mercure froid AB).

soit $\frac{H'}{1+\Delta_T} - \frac{h'}{1+\Delta_\theta}$ (en considérant la colonne de mercure chaud A'B'.)

d'où l'égalité :

$$\frac{H'}{1+\Delta_T} - \frac{h'}{1+\Delta_\theta} = \frac{H}{1+\Delta_t} - \frac{h}{1+\Delta_\theta}$$

Les valeurs de $\Delta_\theta$ et $\Delta_t$ qui représentent la dilatation moyenne entre 0° et les températures $\theta$ et $t$ sont très faibles, et l'on prit pour ces valeurs celles qu'on pouvait déduire des expériences de Dulong et Petit. L'équation précédente, ne contenant alors d'autre inconnue que $\Delta_T$ fait connaître sa valeur.

2° Mode d'expérience. — Le tube horizontal inférieur BB' était continu ou, du moins, ses deux tronçons étaient reliés par un tube de fer flexible plein de mercure, et c'était le tube horizontal supérieur AA' qui était interrompu et dont les deux parties étaient terminées par deux éprouvettes en verre G' et H' (fig. 179) ouvertes à l'air libre. Le mercure s'élevait dans ces éprouvettes à des hauteurs différentes $h$ et $h'$ au-dessus de $aa'$ et de $a''a'''$. Sous cette forme l'expérience était presque identique à celle de Dulong et Petit.

Les observations se faisaient comme dans le premier cas; mais on avait soin, auparavant, d'amener les deux lignes de

repères $bb'$ et $b''b'''$ dans le même plan horizontal. Du reste, cette opération n'avait pas besoin d'être faite avec une très grande précision, car, la température du mercure dans la branche froide AB étant presque la même que celle de la portion $bb'$ du tube horizontal et du tube de raccord jusqu'en $b''b'''$, ces tubes pouvaient se considérer comme des prolongements de la branche AB. On voit que, dans ce cas, il fallait prendre pour les hauteurs H et H' les distances verticales de $aa'$ et de $a''a'''$ à la même portion $b''b'''$ du tube horizontal capillaire.

Evaluons, comme ci-dessus, la hauteur de la colonne de mercure à 0° qui aurait fait équilibre à la différence entre la force élastique de l'atmosphère et celle du mercure contenu dans le tube $b''b'''$, soit en considérant le mercure de la branche froide AB, soit en considérant le mercure de la branche chaude A'B', et égalons ces deux expressions. Nous obtenons l'égalité :

$$\frac{H'}{1+\Delta_T}+\frac{h'}{1+\Delta_\theta}=\frac{H}{1+\Delta_t}+\frac{h}{1+\Delta_\theta}$$

Résultats. — Les deux manières d'opérer donnèrent des résultats parfaitement concordants. Les expériences furent faites à des températures T qui ont varié de 25° à 350°. Pour coordonner ses expériences et obtenir la fonction $\Delta_T$, Regnault a employé la méthode graphique.

Une planche de cuivre carrée, de 85 centimètres de côté, préparée pour la gravure, fut partagée à l'aide de la machine à diviser en 10 000 petits carrés de 8 millimètres de côté par 101 lignes parallèles et parfaitement équidistantes, coupées par 101 lignes parfaitement équidistantes aussi et perpendiculaires aux précédentes. On porta en abscisse les températures, chaque division représentant un degré du thermomètre à air, et l'on porta en ordonnée les valeurs trouvées pour $\Delta_T$, chaque division représentait un millième, les dilatations étant toujours des nombres très faibles [1].

[1] Comme il n'y avait que 100 divisions sur la ligne des abscisses, ce qui ne permettait que de reproduire les observations comprises dans un in-

Chaque point correspondait ainsi à une observation (au nombre de 130 environ); ils formaient une sorte de constellation située de part et d'autres et s'écartant très peu d'une ligne moyenne de courbure régulière. Regnault traça lui-même cette ligne, qui devait représenter la fonction $\Delta_T$ d'une façon plus exacte que la ligne brisée qui aurait joint chacun des points correspondant à une observation, car par sa régularité elle devait corriger en partie les erreurs inévitables de chaque expérience.

A l'aide de cette planche, on a pu tirer un grand nombre d'exemplaires de la courbe représentant $\Delta_T$. Mais, comme il est plus commode, pour trouver la valeur de $\Delta_T$ correspondant à une température donnée T, de se servir d'une formule que de prendre des mesures précises sur une courbe, qu'au surplus on n'a pas toujours à sa disposition, Regnault a essayé d'exprimer $\Delta_T$ par une formule parabolique à deux termes que voici:

$$\Delta = 0,0001790066\,T + 0,0000000252316\,T^2 \text{ (1)}.$$

Cette formule représente bien la courbe.

tervalle de cent degrés, on coupa la courbe en quatre tronçons superposés sur la planche, le premier allant de 0° à 100°, le second allant de 100° à 200°, le point 100° correspondant à l'abscisse du point 0° du premier tronçon, le troisième allant de 200° à 300°, et le quatrième de 300° à 350°.

(1) Voici les logarithmes de ces nombres :

$$\log 0,0001790066 = \bar{4},2528690$$

$$\log 0,0000000252316 = \bar{8},4019441$$

Ce sont ces logarithmes mêmes qui se trouvent dans le mémoire de Regnault.

M. Mendeleeff représente exactement les expériences de Regnault par une formule à deux termes plus simple, que voici :

$$\Delta_T = 0,0001801\,T + 0,00000002\,T^2$$

Le coefficient de dilatation moyen $m_T$ entre 0° et T° est, d'après cela, donné par :

$$m_T = \frac{\Delta_T}{T} = 0{,}000\,179\,006\,6 + 0{,}000\,000\,025\,231\,6\,T$$

et le coefficient de dilatation vraie $\mu_T$ à T° par :

$$\mu_T = (\Delta_T)' = 0{,}000\,179\,006\,6 + 0{,}000\,000\,050\,463\,2\,T.$$

Voici un tableau qui donne ces quantités pour les températures 100°, 200°, 300° et 350°.

| Température T donnée par le thermomètre à air. | Dilatation entre 0° et T° $\Delta_T$ | Coefficient de dilatation moyen entre 0° et T° $m_T$ | Coefficient de dilatation vraie à T° $\mu_T$ |
|---|---|---|---|
| 100 | 0,018 153 | 0,000 181 53 | 0,000 184 05 |
| 200 | 0,036 811 | 0,000 184 05 | 0,000 189 10 |
| 300 | 0,055 973 | 0,000 186 58 | 0,000 194 15 |
| 350 | 0,065 743 | 0,000 187 84 | 0,000 196 66 |

On voit que les valeurs de $m_T$ diffèrent peu de celles trouvées par Dulong et Petit (p. 428).

**3. MESURE DE LA DILATATION D'UN VASE.** — Nous avons déjà vu, à propos du thermomètre à air, la nécessité de connaître la dilatation d'un réservoir; nous avons vu aussi que la connaissance de la dilatation des enveloppes de verre est nécessaire pour déduire de la dilatation apparente d'un liquide, sa dilatation absolue.

*Quoique* ce sujet appartienne à la dilatation des solides, il nous paraît indispensable de le traiter dès à présent pour l'intelligence de ce qui va suivre.

Le procédé employé pour obtenir la dilatation $K_T$ d'une enveloppe consiste à mesurer la dilatation apparente $a_T$ du mercure dans cette enveloppe, et d'après la connaissance de la dilatation absolue $\Delta_T$ de ce liquide, d'en déduire $K_T$.

1er Cas. — Le vase n'est pas pourvu d'une tige graduée (réservoir d'un thermomètre à air par exemple). — Dans ce cas on fait de ce vase un thermomètre à poids, et l'on répète avec lui toutes les opérations que nous avons indiquées à propos de cet appareil. Soit P la masse de mercure qui remplit le vase à 0° et soit $p_T$ la masse du mercure qui en sort, quand on le porte de 0° à T°, la température étant donnée par un thermomètre quelconque.

On a la relation (Chap. II, § 8)

$$P(1+K_T) = (P-p_T)(1+\Delta_T)$$

P et $p_T$ étant donnés par des pesées [1] et $\Delta_T$ par les expériences de Dulong et Petit ou de Regnault, cette égalité fait connaître $K_T$

2e Cas. — Le vase est pourvu d'une tige graduée en parties d'égale capacité [2] (comme un thermomètre à tige). — On

(1) Faisons remarquer que cette expérience seule ne peut donner que le rapport $\frac{P}{P-p_T}$, égal d'après l'équation ci-dessus à $\frac{1+\Delta_T}{1+K_T} = 1 + a_T$, c'est-à-dire ne peut donner que la dilatation apparente; ce qui est conforme à ce que nous avons dit à propos de la méthode générale.

(2) Il est assez difficile de bien graduer une tige creuse en parties d'égale capacité, car, comme on le sait le canal de la tige n'est jamais parfaitement cylindrique. Ce qu'il y a de mieux à faire est de graduer la tige en parties d'égale longueur, et par la méthode indiquée à propos du thermomètre (Chap. II, § 3 p. 405) de déterminer la capacité de chaque division en prenant la capacité de l'une d'elle A comme unité.

On dresse alors une table de correction qui permet, d'après le nombre N

commence par déterminer la capacité V du réservoir et de la tige jusqu'au zéro de la graduation, et la capacité $v$ d'une division à 0°

Pour cela, après avoir fait la tare de l'instrument vide, on remplit de mercure son réservoir et une portion de sa tige comme nous l'avons vu à propos du thermomètre à mercure ordinaire; puis on place l'instrument dans la glace fondante. Soit $n$ la division à laquelle s'arrête le mercure. On porte alors l'instrument sur la balance, pour avoir la masse P du mercure introduit. En appelant D la densité du mercure à 0°, on a :

$$(1) \qquad \frac{P}{D} = V + nv$$

On introduit ensuite une nouvelle quantité de mercure, de façon à remplir presque complètement l'instrument. On détermine comme ci-dessus la division $n'$ où le mercure s'arrête dans la glace fondante et la masse P′ de mercure contenu dans l'instrument; on a alors la relation :

$$(2) \qquad \frac{P'}{D} = V + n'v$$

la résolution des équations (1) et (2) fait connaître V et $v$ en valeur absolue :

$$v = \frac{P' - P}{(n' - n)D} \qquad V = \frac{n'P - nP'}{(n' - n)D}$$

Cette première opération faite, on enlève l'excès de mercure, et on laisse dans l'instrument une masse de ce liquide dont on

de divisions trouvé dans une observation, d'en déduire le nombre $n$ qu'on aurait eu si toutes les divisions avaient la capacité de la division A. C'est ce nombre corrigé $n$ qu'il faut introduire dans les formules ci-dessus et dans celles des paragraphes suivants. La capacite que nous y désignons par $v$ est alors celle de la division A à 0°.

détermine le volume à 0°; si $n_0$ est la division à laquelle le mercure s'arrête dans la glace fondante, son volume est alors $V + n_0 v$. On note ensuite la division $n_T$ où se fixe la colonne mercurielle pour une température T, la dilatation apparente du mercure dans ce verre est $\frac{(n_T - n_0)v}{V + n_0 v} = a_T$. La relation connue (Chap. I[er], § 10)

$$(1 + \Delta_T) = (1 + a_T)(1 + K_T)$$

fait alors connaître la quantité $K_T$.

Ces expériences faites en prenant cinq ou six valeurs différentes pour T permettent de déterminer, soit une courbe, soit une formule à deux termes ($aT + bT^2$) représentant la fonction $K_T$.

Faisons remarquer que $K_T$ variant, non seulement avec la nature du verre (celle-ci étant du reste toujours très mal définie), mais aussi avec la façon dont ce verre a été travaillé, dans toute expérience où l'on a besoin de connaître avec précision la valeur de $K_T$, il faudra déterminer directement cette quantité, par l'une des méthodes que nous venons d'indiquer, sur l'enveloppe même dont on compte se servir.

**4. MÉTHODE DES THERMOMÈTRES COMPARÉS.** — La méthode la plus simple pour obtenir la dilatation d'un liquide, consiste à mesurer sa dilatation apparente dans une enveloppe de verre dont on a, au préalable, déterminé la dilatation.

Pour cela, on construit avec le liquide un thermomètre à tige à gros réservoir en prenant les mêmes précautions que dans la construction d'un thermomètre ordinaire ; la tige doit avoir été graduée en parties d'égale capacité (ou mieux d'égale longueur, voir la note 2 de la page 437). Avant de remplir l'instrument on mesure la capacité du réservoir et celle des divisions par des pesées au mercure ainsi que la dilatation $K_T$ (§ 3).

On commence par placer le thermomètre dans la glace fondante, pour noter la division où le liquide s'arrête à 0°, puis on le dispose à côté d'un thermomètre à mercure à peu près de même dimension dans un bain dont on peut faire varier la température à volonté et qui doit être pourvu d'un agitateur pour la rendre uniforme. Celle-ci est donnée par le thermomètre à mercure, et les indications de l'autre thermomètre font connaître la dilatation apparente $a_T$ du liquide qu'il renferme.

La relation :

$$1 + \Delta_T = (1 + a_T)(1 + K_T)$$

qui, quand le produit $a_T K_T$, est négligeable se réduit à

$$\Delta_T = a_T + K_T$$

fait connaître $\Delta_T$.

Imaginée par de Luc (1), perfectionnée par Biot, cette méthode a été employée par plusieurs physiciens ; nous nous bornerons à décrire ici avec quelques détails les expériences de M. Is. Pierre.

5. **EXPÉRIENCES DE M. IS. PIERRE.** — Deux thermomètres, à gros réservoirs et à tige très longues, de même dimension, étaient construits l'un avec du mercure, et servait à donner la température, l'autre avec le liquide étudié. M. Is. Pierre préparait lui-même les liquides employés et les analysait, pour s'assurer de leur pureté. Comme on n'aurait pas pu maintenir uniforme la température d'un bain assez haut pour contenir en entier ces thermomètres, on plaçait seulement leurs réservoirs R et R' dans le bain B (fig. 180), et les tiges de ces thermomètres, traversant un bouchon, sortaient de celui-ci. Mais ainsi la portion du liquide contenue dans la tige n'était plus à la température T du bain : une correction était donc nécessaire. Pour pouvoir la faire exactement il fallait connaître la température $t$ des tiges.

(1) De Luc, né à Genève en 1727, mort à Windsor en 1817.

ısi celles-ci étaient-elles entourées par un manchon M dans ıel circulait constamment un courant d'eau froide.

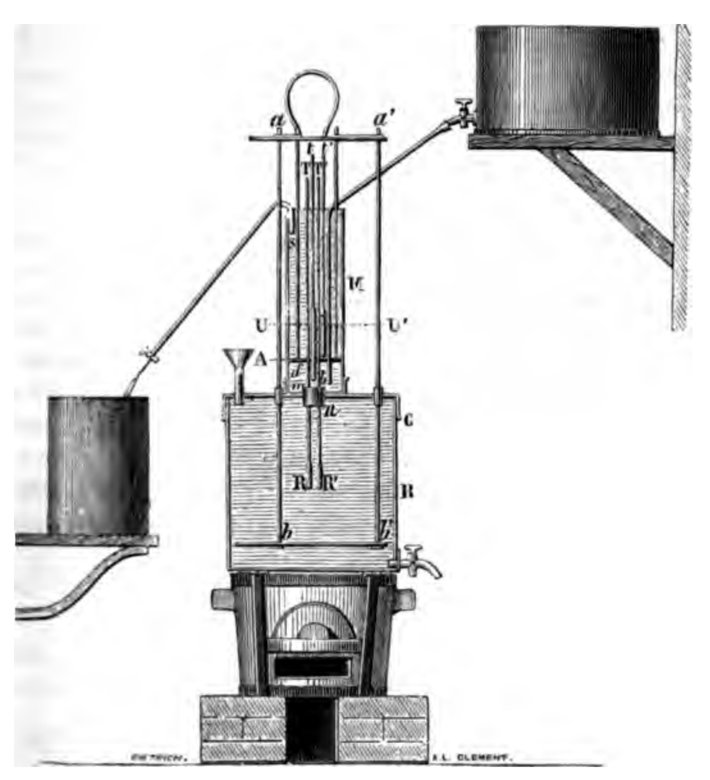



Fig. 180.

Un petit thermomètre à mercure U et un petit thermomètre à uide U', tous les deux à long réservoir, plongeaient entièrent dans l'eau du manchon ; le premier en donnait la tempéture $t$, le second faisait connaître $\Delta_t$ par la méthode des thermètres comparés simples, cette quantité étant utile pour la rection, que nous allons indiquer. Enfin des agitateurs A et A' daient uniforme la température du bain et de l'eau du man-n.

Il nous reste à indiquer — 1° comment on corrige les indications du grand thermomètre à mercure pour avoir la température T du bain, — 2° l'équation qui donne la dilatation du liquide.

Correction des indications du thermomètre a mercure. — Cette correction, que l'on a constamment à faire dans les recherches précises, quand une portion de la tige sort de l'enceinte dont on veut mesurer la température, s'obtient de la façon suivante.

Désignons par T la véritable température du bain, par $T_1$ la température un peu plus faible, lue sur le thermomètre, par $n$ le nombre de degrés dont la colonne mercurielle s'élève au-dessus du point où la tige sort du bain, enfin par $t$ la température de la tige. Prenons comme unité de volume celui d'une division de la tige; il y a alors un volume de mercure $n$ à la température $t$. Si l'on portait cette petite masse de liquide à la température du bain T, son volume $n$ s'accroîtrait de la quantité $na(T - t)$ (1), $a$ étant le coefficient de dilatation apparente du mercure dans le verre, de façon que le mercure s'arrêterait dans la tige à la division $T_1 + na(T - t)$. Mais alors tout l'instrument étant à T°, le thermomètre indiquerait cette température. On a donc :

$$T = T_1 + na(T - t)$$

équation du premier degré qui fait connaître T (2).

Equation donnant la dilatation $\Delta_T$. — Désignons par $n_0$ la division où le liquide s'arrête quand tout l'instrument est plongé dans la glace, le volume à 0° du liquide est $V + n_0 v$, en appelant V et $v$ les volumes connus du réservoir et d'une division de la

(1) En négligeant les quantités contenant les puissances de $a$ supérieures à la première.

(2) Quand $n$ et T ne sont pas très grands, on peut très bien remplacer, dans le terme correctif, la température vraie T par la température approchée $T_1$; l'équation devient plus simple ainsi, et est toute résolue par rapport à T

$$T = T_1 + na(T_1 - t)$$

tige. Quand l'instrument est dans le bain, une portion seulement du liquide est à la température T de celui-ci, l'autre est à la température $t$. Soit $n$ la division où la tige sort du bain, et $n'$ la division où s'arrête le liquide. Il y a alors

un volume $(V + nv)(1 + K_T)$ de liquide à T°

et un volume $(n' - n)v(1 + K_t)$ de liquide à $t$°

($K_T$ et $K_t$ désignant, comme toujours, les dilatations du verre de 0° à T° et de 0° à $t$°). En réduisant séparément à 0° le volume de chacune de ces masses liquides, et en écrivant que la somme des deux volumes réduits à 0° est égale au volume total du liquide à cette température, on a l'équation

$$\frac{(V + nv)(1 + K_T)}{1 + \Delta_T} + \frac{(n' - n)v(1 + K_t)}{1 + \Delta_t} = V + n_0 v$$

qui fait connaître $\Delta_T$.

**6. Résultats obtenus pour la dilatation des liquides.** — Si nous exceptons l'eau et les dissolutions aqueuses, la dilatation des autres liquides est généralement bien représentée, pour un assez grand intervalle de température, par une formule parabolique à trois termes :

$$\Delta_T = aT + bT^2 + cT^3$$

dans laquelle $a$, $b$, $c$ sont trois coefficients le plus souvent positifs. Le volume, du reste, croît constamment avec la température.

Voici, d'après M. Is. Pierre, la valeur de ces coefficients pour quelques liquides :

| | *a* | *b* | *c* | Limites de température entre lesquelles la formule est applicable |
|---|---|---|---|---|
| Alcool éthylique ....... | 0,001 048 630 106 063 | 0,000 001 750 990 620 | 0,000 000 001 345 183 | −[illegible] à +[illegible] |
| Alcool méthylique...... | 0,001 185 569 707 407 | 0,000 001 564 932 615 | 0,000 000 009 111 344 | −[illegible] à +[illegible] |
| Sulfure de carbone..... | 0,001 139 803 833 952 | 0,000 001 370 651 328 | 0,000 000 019 122 546 | −35 à +[illegible] |
| Éther éthylique........ | 0,001 513 244 795 062 | 0,000 002 359 182 881 | 0,000 000 040 051 24 | −15 à +[illegible] |
| Éther éthylchlorhydrique . | 0,001 574 578 423 4 | 0,000 002 813 658 1 | 0,000 000 015 698 7 | −[illegible] à +[illegible] |

**7. DILATATION DE L'EAU.** — L'eau présente une dilatation anormale : quand la température s'élève à partir de 0°, elle se contracte au lieu de se dilater, comme les autres liquides, et, vers 4°, elle passe par un minimum de volume pour se dilater ensuite.

Ce furent les académiciens de Florence qui, en 1670, constatèrent les premiers que dans un thermomètre à eau, le liquide en se refroidissant dans le voisinage de 0°, augmentait de volume au lieu de se contracter.

Une conséquence de ce fait fut vérifiée par les expériences de Trallès en Suisse et de Hope en Ecosse, qui par des procédés semblables, montrèrent que l'eau présente un maximum de densité vers 4°. Depuis, un très grand nombre de physiciens se sont occupés de la dilatation de l'eau ; nous allons indiquer les principales méthodes employées dans cette étude.

**8. EXPÉRIENCE DE HOPE. — EMPLOI DE CETTE MÉTHODE PAR DESPRETZ.** — Hope (1804), disposa un vase profond contenant de l'eau à 0° dans une pièce à 15°; un thermomètre était placé à la partie supérieure et un autre à la partie inférieure du vase. La température de ce dernier s'éleva d'abord plus vite que celle du thermomètre supérieur jusqu'à ce qu'elle eût atteint 4° ; elle resta alors stationnaire pendant longtemps, tandis que celle du thermomètre supérieur continuait à s'élever jusqu'à 15°. Comme l'eau la plus dense gagne le fond du vase, Hope conclut de cette expérience qu'entre 0° et 4° l'eau la plus dense était la moins froide. Il fit ensuite l'expérience en sens inverse, mettant dans de la

glace un vase semblable au précédent plein d'eau à 10°; le thermomètre inférieur baissa plus rapidement que l'autre jusqu'à 4°, s'y maintint pendant longtemps tandis que le thermomètre supérieur baissait jusqu'à 0°.

Dans les cours on répète habituellement cette dernière expérience sous une forme un peu différente que Hope lui a donnée plus tard. Une éprouvette pleine d'eau (fig. 181), possède dans son axe les réservoirs de deux thermomètres T et T' l'un en haut l'autre en bas; dans une galerie D, on met de la glace, qui refroidit l'eau contenue dans l'éprouvette. Les résultats sont les mêmes que ceux indiqués ci-dessus.

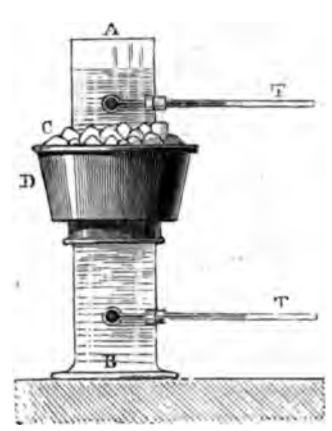


Fig. 181.

Despretz, vers 1839, a rendu plus précise cette méthode de Trallès et de Hope, en représentant graphiquement la marche des thermomètres. Un vase de faïence contenant 6 kilogrammes d'eau vers 10°, et présentant quatre thermomètres à différentes hauteurs était suspendu dans une pièce à très basse température; l'eau se refroidissait, et Despretz notait la température des quatre thermomètres à des époques déterminées. Pour représenter graphiquement la marche de ces instruments, il porta en abscisse les temps et en ordonnées les températures; il obtint ainsi les quatre courbes 1, 2, 3, 4, représentées fig. 182. On voit que la courbe n° 1, qui correspond au thermomètre le plus bas, s'abaisse rapidement d'abord, puis présente une brusque inflexion, devient presque horizontale, indiquant que la température reste à peu près stationnaire, et baisse ensuite lentement. La courbe n° 4, qui correspond au thermomètre supérieur, baisse moins rapidement d'abord, son inflexion est moins brusque, mais après avoir coupé la première, elle baisse plus rapidement qu'elle. Les courbes 2 et 3, correspondant aux thermomètres placés entre les deux précédents, ont des aspects intermédiaires. Toutes ces

courbes se coupent à peu près en un même point, indiquant qu'à un certain moment la température est uniforme dans le vase:

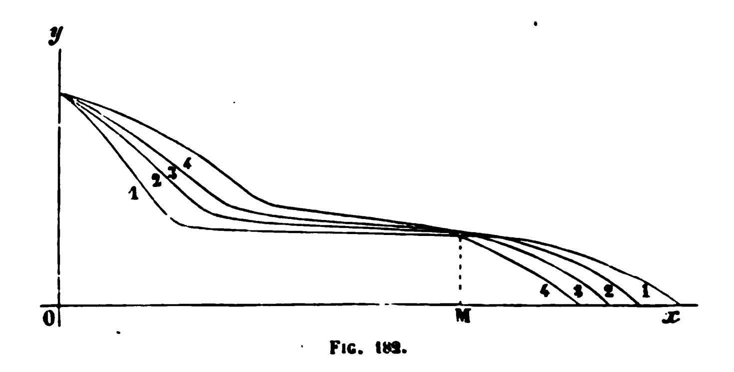



Fig. 182.

c'est la température du maximum de densité. La moyenne de plusieurs expériences, les unes faites par refroidissement, les autres par échauffement de l'eau primitivement refroidie vers 0°, donna, pour cette température, la valeur 3°,98.

**9. MESURE DE LA DILATATION DE L'EAU PAR LEFÈVRE-GINEAU ET PAR HÄLLSTRÖM.** — Les premières expériences un peu précises faites pour étudier la dilatation de l'eau, dans le voisinage de son maximum de densité, sont dues à Lefèvre-Gineau (1799); elles furent exécutées en vue de fixer la valeur du kilogramme. (Voir L. III, Chap. Ier, § 17). La méthode qu'il employa, et qui paraît due à Lavoisier, fut reprise avec plus de soin par Hällström [1]. En voici le principe : on mesure, à l'aide de la balance, la perte de poids apparente qu'un même corps subit lorsqu'il est immergé dans de l'eau à différentes températures. Si $V_T$ est le volume à T° du corps immergé dans l'eau à cette température, et si $D_T$ est le poids spécifique absolu de cette eau, le produit $V_T D_T$ représente le poids de l'eau déplacée et, par conséquent, est égal au poids $p_T$

1. Hallström, professeur de physique à Abo (Suède), fit ses expériences en 1823.

que l'on doit mettre dans le plateau, au-dessous duquel le corps immergé est attaché, pour contre-balancer l'effet de la poussée. On a donc (sauf les corrections très petites indiquées L. III, Chap. I^er^, § 17 et qui proviennent de la poussée de l'air sur le corps et sur les poids marqués) :

$$p_T = V_T D_T \qquad \text{d'où :} \qquad D_T = \frac{p_T}{V_T}$$

Or, on a, en désignant par $\Delta_T$ la dilatation de l'eau :

$$1 + \Delta_T = \frac{D_0}{D_T} = \frac{p_0}{V_0}\frac{V_T}{p_T} = \frac{p_0}{p_T}\frac{V_T}{V_0}$$

Dans cette égalité le rapport des poids $\frac{p_0}{p_T}$ peut être remplacé par le rapport des masses des poids marqués, données directement par la lecture.

Pour connaître $\Delta_T$ il faut donc : — 1° déterminer par la balance $p_0$ et $p_T$ ; — 2° mesurer la dilatation du corps immergé, ce qui donne $\frac{V_T}{V_0}$.

Lefèvre-Gineau employait, pour celui-ci, un cylindre en laiton, Hällström une boule de verre lestée. Ce dernier physicien mesura la dilatation linéaire d'un tube mince formé de verre provenant du même creuset que celui de la boule, par une méthode presqu'identique à celle qui est employée actuellement au Bureau international des Poids et Mesures, et que nous décrivons plus loin (Chap. IV, § 5). C'est le triple de la dilatation linéaire, ainsi trouvée, qu'il prit pour la dilatation cubique de sa boule de verre. En opérant ainsi il ne pouvait commettre qu'une bien faible erreur, car le verre qui composait sa boulo avait exactement la même composition que le tube de verre mince et était soufflé à

peu près de même. Hällström a donné la formule suivante qui représente bien ses expériences :

$$1 + \Delta_T = \frac{1}{1 + 0{,}000052939\,T - 0{,}0000065322\,T^2 + 0{,}00000001445\,T^3},$$

d'où l'on tire :

$$\Delta_T = -\,0{,}000052939\,T + 0{,}0000065350\,T^2 - 0{,}000000015 14\,T^3$$

Cette formule, qui n'est applicable qu'entre les limites où Hällström a opéré (de 0°,8 à 32°,5), montre bien que, si la température de l'eau s'élève à partir de 0°, son volume commence par diminuer, car pour T = 0 la dérivée de $\Delta_T$ est négative. Celle-ci s'annule pour T = 4°,108 ; c'est donc pour cette température qu'une masse d'eau prend son minimum de volume, d'après Hällström. Au delà $\Delta_T$ croît indéfiniment avec la température (1).

Hällström fait remarquer que l'erreur maxima possible sur les températures fournies par ses expériences pour le maximum de densité est ± 0°,238 ; c'est une erreur assez considérable.

**10. EXPÉRIENCES DE DESPRETZ.** — Despretz a étudié la dilatation de l'eau par la méthode des thermomètres comparés. L'eau employée était bien pure et parfaitement privée d'air par une longue ébullition. Il se servait de deux thermomètres à eau entourés de trois thermomètres à mercure. Les expériences furent faites entre — 20° et — 10°, l'eau, par suite du phénomène de la surfusion, pouvant rester liquide dans le thermomètre jusqu'à ces basses températures.

(1) La fonction donnée ci-dessus pour représenter $\Delta_T$ possède bien un maximum pour T = [illegible] ; mais cette fonction empirique ne représente les expériences qu'entre les limites 0° et 32° où elles ont été exécutées et nullement aux températures élevées.

›ur représenter ses résultats, Despretz employa la méthode hique : il porta en abscisses les températures, et en ordonnée apport $\frac{V_T}{V_0}$ du volume apparent $V_T$ de l'eau à T° au volume de celle-ci à 0°, c'est-à-dire le binome de dilatation appa- $1 + a_T$. En joignant par un trait continu les points repré- ant les observations, il obtint une courbe qui a la forme d'une bole (figure 183, où la courbure est exagérée pour la rendre

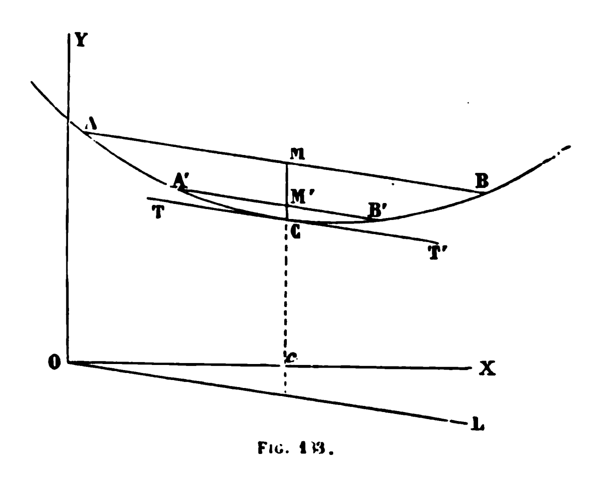



FIG. 183.

visible). Si $\Delta_T$ est la dilatation absolue de l'eau, et $K_T$ celle erre, on a :

$$1 + \Delta_T = (1 + a_T)(1 + K_T)$$

n négligeant le terme $a_T K_T$ :

$$1 + \Delta_T = 1 + a_T + K_T$$

n voit qu'aux ordonnées $1 + a_T$ de la courbe, il faut ajouter

la quantité $K_T$ pour avoir le binome de dilatation absolue. Si donc on trace la ligne, dont l'équation est

$$y = -K_T$$

et qui, dans les limites de températures employées, est sensiblement une ligne droite OL passant par l'origine, il suffit de prolonger les ordonnées de la courbe jusqu'à cette droite pour avoir $1 + \Delta_T$. En d'autres termes, en prenant OL comme nouvel axe des abscisses, la courbe représente la dilatation absolue de l'eau.

La température à laquelle ce liquide passe par son minimum de volume, est donnée par l'abscisse O*c* du point de contact C d'une tangente TT' parallèle à OL. Pour avoir avec exactitude ce point C, Despretz a profité de ce que la courbe est, à très peu près une parabole dans le voisinage du minimum : il a mené deux cordes AB et A'B' parallèles à OL, et il a joint leurs milieux M et M, ce qui a donné le diamètre correspondant qui, comme on le sait, rencontre la courbe au point de contact C de la tangente parallèle à ces cordes ; en menant C*c* parallèle à O*y*, on obtient la température correspondante O*c*. Il a trouvé ainsi que le minimum de volume de l'eau correspond à 4°,001.

Quand la température de l'eau baisse, à partir de ce point, le volume augmente non seulement jusqu'à 0, mais encore au-delà et, jusqu'à — 10°, limite des expériences.

Beaucoup d'autres physiciens ont employé la même méthode pour étudier la dilatation de l'eau.

**11. EXPÉRIENCES DE M. ROSETTI. — RÉSULTATS. —** M. Rosetti a étudié la dilatation de l'eau en prenant son poids spécifique à diverses températures par la méthode du flacon. Il opérait du reste exactement comme nous l'avons décrit (L. II, Chap. V, § 3) sauf que le niveau était ramené au point de repère, quand le flacon avait pris la température connue d'un bain dans lequel il était immergé. Du reste, le tube fin portait plusieurs points de

repère équidistants comprenant des intervalles dont la capacité à 0° était exactement connue ainsi que celle du réservoir. Pour les observations se succédant à des températures peu différentes, on se bornait à noter la variation de volume apparent de l'eau dans son enveloppe, en employant ainsi la méthode des thermomètres comparés.

M. Rosetti a discuté et coordonné, non seulement les résultats de ses propres expériences, mais encore celles de tous les observateurs dont les expériences méritent confiance. Il a dressé un tableau contenant les valeurs trouvées par eux et par lui-même pour la dilatation de l'eau; puis il a pris la moyenne des valeurs obtenues à une même température par les divers observateurs. Ces moyennes fixent à 4°,00 le maximum de densité de l'eau.

Elles ont permis de calculer le tableau suivant pour le poids spécifique relatif $d_T$ de l'eau aux diverses températures, qu'il est souvent utile de connaître; on a, en effet :

$$d_T = \frac{d_T}{d_{4^\circ}} = \frac{1 + \Delta_{4^\circ}}{1 + \Delta_T}$$

| Température | Poids spécifique relatif | Température | Poids spécifique relatif. | Température | Poids spécifique relatif |
|---|---|---|---|---|---|
| 0° | 0,999 871 | 13° | 0,999 430 | 35° | 0,994 18 |
| 1 | 0,999 928 | 14 | 0,999 299 | 40 | 0,992 35 |
| 2 | 0,999 969 | 15 | 0,999 160 | 45 | 0,990 37 |
| 3 | 0,999 991 | 16 | 0,999 002 | 50 | 0,988 20 |
| 4 | 1,000 000 | 17 | 0,998 841 | 55 | 0,985 82 |
| 5 | 0,999 990 | 18 | 0,998 654 | 60 | 0,983 38 |
| 6 | 0,999 970 | 19 | 0,998 460 | 65 | 0,980 74 |
| 7 | 0,999 933 | 20 | 0,998 259 | 70 | 0,977 94 |
| 8 | 0,999 886 | 22 | 0,997 826 | 75 | 0,974 98 |
| 9 | 0,999 824 | 24 | 0,997 367 | 80 | 0,971 94 |
| 10 | 0,999 747 | 26 | 0,996 866 | 85 | 0,968 79 |
| 11 | 0,999 655 | 28 | 0,996 331 | 90 | 0,965 56 |
| 12 | 0,999 549 | 30 | 0,995 765 | 100 | 0,958 65 |

Rappelons qu'il suffit de multiplier ces nombres par le facteur

presqu'égal à l'unité 1,000013 pour avoir la densité de l'eau dans le système C.G.S.

Il n'est pas possible de représenter la dilatation de l'eau entre 0° et 100° par une formule de la forme $aT + bT^2 + cT^3 + \dots$ à un petit nombre de termes. M. Rosetti a indiqué la formule empirique suivante, qui donne de bons résultats :

$$V_T = 1 + a\,(T - 4)^2 - b\,(T - 4)^{2,6} + c\,(T - 4)^{3,2}$$

où $V_T$ représente le volume à T° de la masse d'eau qui occupe l'unité de volume à 4°, et dans laquelle les coefficients $a$, $b$, $c$ ont les valeurs suivantes :

$$a = 0,0000080875$$

$$b = 0,00000029123$$

$$c = 0,000000045778$$

**12. DILATATION DES DISSOLUTIONS AQUEUSES.** — Les recherches de Despretz ont montré que les dissolutions aqueuses des sels présentent, comme l'eau, un maximum de densité. Celui-ci est à une température d'autant plus basse que le poids du sel dissout est plus considérable. Cette température est souvent inférieure au point de congélation du liquide; aussi ne peut-on observer le phénomène du maximum de densité que dans l'état de surfusion. C'est ainsi que l'eau de mer, qui se solidifie à — 1°,88, possède un maximum de densité à — 3°,67.

**13. DILATATION DES LIQUIDES AU-DESSUS DE LEUR POINT D'ÉBULLITION NORMAL.** — Thilorier, qui le premier a liquéfié en quantité un peu considérable l'acide carbonique, fut frappé de la grande dilatation que présente ce corps à l'état liquide; il trouva que cette dilatation était supérieure non seulement à celles des autres liquides connues alors, mais même supérieure à celle des gaz. Du reste, cette dilatation croît très rapidement avec la tem-

de 0° à 10°, le coefficient de dilatation moyen de l'acide liquide est 0,00633, et 0,02067 de 10° à 30°.
pas là un fait isolé, le protoxyde d'azote liquide se comême. Drion, vers 1859, a étudié à ce point de vue l'éther drique, l'acide sulfureux et l'hypoazotide, qu'il maintet liquide dans des vases scellés. Au-dessous de leur llition sous la pression atmosphérique, le coefficient de rai de ces corps est analogue à celui des autres liqui-, au-dessus de ce point, ce coefficient croît rapidement, épasse celui des gaz, comme on peut en juger par les ombres suivants extraits du mémoire de Drion.

| empérature | Coefficients de dilatation vrais de | | |
|---|---|---|---|
| | Ether chlorhydrique | Acide hypoazotique | Acide sulfureux |
| 0 | 0,001 482 | 0,001 445 | 0,001 734 |
| 10 | 0,001 588 | 0,001 515 | 0,001 878 |
| 80 | 0,002 625 | 0,002 768 | 0,003 608 |
| 90 | 0,002 910 | 0,003 081 | 0,004 147 |
| 120 | 0,004 306 | » | 0,007 565 |
| 130 | 0,005 031 | » | 0,009 571 |

cela, il était probable que les liquides tels que l'alcool, ıi n'entrent en ébullition qu'à des températures notablerieures aux températures ordinaires, se comporteraient quand ils seraient surchauffés. C'est ce que M. Hirn a a trouvé que l'alcool qui bout à 78°,3 possède à 160° un de dilatation vrai cinq fois supérieur à celui de l'air, u à 180° atteint un coefficient qui est la moitié de celui es corps restaient liquides, à ces hautes températures, orce élastique constante, équilibrée par une colonne de e 1125 cent. de hauteur.
nc là un fait général : aux températures pour lesquelles élastiques des vapeurs émises par le liquide restent

faibles, le coefficient de dilatation du liquide est faible a inférieur notablement à celui des gaz parfaits ; mais ce coeffic augmente avec la température et, à partir du point où les fo élastiques des vapeurs deviennent supérieures à la pression atm phérique, le coefficient de dilatation des liquides croît rapidem et finit par dépasser de beaucoup celui des gaz parfaits.

---

# CHAPITRE IV

## DILATATION DES SOLIDES

Comme nous l'avons vu, dans un solide on peut considérer une tation cubique et une dilatation linéaire (1) qui, du reste, pré-ent une relation étroite entre elles, la première étant le triple la seconde. Chacune de ces deux quantités peut se déterminer ectement par l'expérience.

1. **MESURE DE LA DILATATION CUBIQUE.** — La méthode qui per-t d'obtenir directement la dilatation cubique d'un corps solide due à Dulong et Petit, et l'instrument qu'ont employé ces siciens est le thermomètre à poids.

On commence par déterminer la dilatation $K_T$ du verre qui le titue par le procédé indiqué (Chap. III, § 3), et l'on représente e fonction soit par une courbe, soit par une formule empirique ux termes $(aT + bT^2)$. On prend le corps solide, dont on veut urer la dilatation, sous la forme d'un barreau A (fig. 184) pouvant logé dans le réservoir du thermomètre. On pèse ce barreau, i donne sa masse Π, puis on l'introduit dans le réservoir a ouvert en en coupant le fond ; celui-ci est ensuite refermé lampe.

On procède alors aux mêmes opérations que dans la mesure de

(1) Il est rare que l'on ait besoin de connaître la *dilatation superficielle*, du reste s'obtient en doublant la dilatation linéaire. On ne l'a jamais rée directement.

la dilatation de l'enveloppe de verre : — 1° o
l'instrument; — 2° on le remplit de mercure à 0°; -
sur la balance (avec la capsule tarée en même
trument, et qui permet de recueillir la petite q
cure qui sort par sa pointe quand
0° à la température ambiante); on
masse P de mercure qui est conte
ment à 0°; — 4° on place l'apparei
d'eau ou d'huile à une températur
un thermomètre à air ou par un
mercure comparé à celui-ci; il so
une certaine quantité de mercure
fait connaître la masse $p_T$.

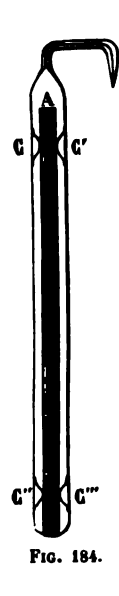


Fig. 184.

Avec ces données expérimentale
dilatation $X_T$ du corps de 0° à T°, e
l'équation que nous allons établir.

Soient D et $\delta$ les densités du mer
à 0°; les volumes des masses P et
enfermés à 0° dans le thermomètr
vement $\frac{P}{D}$ et $\frac{\Pi}{\delta}$. Par conséquent
térieure de l'instrument à 0° est -
température T, cette capacité devient $\left(\frac{P}{D}+\frac{\Pi}{\delta}\right.$
vons qu'elle est égale à la somme des volumes
ture du corps et du mercure contenu alors dans
désignant par $X_T$ la dilatation cherchée, le volu
devenu $\frac{\Pi}{\delta}(1+X_T)$. Quant à la masse du me
plus que $(P - p_T)$ et son volume à T° a pour expi

$$\frac{P-p_T}{D}(1+\Delta_T)$$

en appelant $\Delta_T$ la dilatation absolue du mercure; on a donc :

$$\left(\frac{P}{D} + \frac{\Pi}{\delta}\right)(1 + K_T) = \frac{\Pi}{\delta}(1 + X_T) + \frac{P - p_T}{D}(1 + \Delta_T) \quad (^1)$$

Cette égalité étant homogène en D et $\delta$, ces densités peuvent y être remplacées par les poids spécifiques relatifs du mercure et du corps à 0°, déterminés par les méthodes ordinaires. Tout étant connu sauf $X_T$, l'équation en fournit la valeur.

Il y a quelques précautions à prendre dans cette expérience. Il est bon de munir de coins de même substance C,C',C'',C''' le barreau introduit dans le thermomètre pour l'empêcher de ballotter et de briser le verre. Quand le corps est attaquable par le mercure, comme le cuivre, l'argent.. (et tous les métaux sauf le platine et le fer) il faut oxyder ou sulfurer leur surface pour empêcher l'amalgamation.

Il convient comme toujours de résumer les résultats de l'expérience soit par une courbe, soit, ce qui est plus commode, par une formule empirique. On reconnait alors qu'une formule à deux termes

$$X_T = aT + bT^2$$

suffit à représenter les expériences pour les corps qui ne sont pas cristallisés.

Dulong et Petit n'ont appliqué leur méthode qu'au cas du fer et du cuivre, mais depuis d'autres physiciens l'ont employée, et ont déterminé ainsi la dilatation de la plupart des corps solides.

**2. MESURE DE LA DILATATION LINÉAIRE.** — Les mesures de longueur sont faites avec des règles, généralement métalliques, dont les divisions ne représentent exactement l'unité adoptée ou

(1) Faisons remarquer qu'en faisant dans l'égalité ci-dessus $\Pi = 0$, on retombe, comme cela doit être, sur l'égalité que nous avons donnée Chap. III, § 3 pour la mesure de la dilatation de l'enveloppe.

ses subdivisions qu'à 0°. A la température de la mesure, elles ont généralement une valeur un peu différente ; la lecture doit donc être corrigée, et la correction nécessite la connaissance de la dilatation linéaire de la substance qui forme la règle. De là l'importance toute particulière que présente la détermination de cette grandeur. Comme, en outre, elle peut s'effectuer sans grandes difficultés, il n'est pas étonnant que l'étude expérimentale des dilatations ait commencé par la dilatation linéaire.

Les méthodes employées tout d'abord étaient plutôt propres à montrer le fait même de la dilatation qu'à la mesurer exactement. Telles sont les expériences de Musschenbroek (1) en 1731, de Smeaton, de Nollet (2), de Guyton de Morveau (3), faites avec un appareil qui rappelle l'anneau de S' Gravesande : un cône métallique entrant plus ou moins profondément, suivant sa température dans un trou percé au milieu d'une plaque restant froide. Les expériences de Berthoud (4) faites avec un appareil semblable au pyromètre à cadran, ne donnaient que la différence entre la dilatation linéaire de la barre solide étudiée et celle d'une table de marbre sur laquelle elle reposait.

**3. MÉTHODE DE LAVOISIER ET LAPLACE.** — Ce furent Lavoisier et Laplace (5) qui les premiers mesurèrent d'une façon précise la dilatation linéaire des solides.

La méthode employée par ces deux illustres savants n'était au fond que celle du pyromètre à cadran ; mais l'aiguille indicatrice était remplacée par l'axe optique LOMK (fig. 185) d'une lu—

(1) Pierre van Musschenbroek, né à Leyde en 1692, mort en 1761.

(2) L'abbé Jean-Antoine Nollet, né à Pimpré (Noyonnais) en 1700, mo[illegible] en 1770, a beaucoup contribué par ses cours et ses expériences à répand[illegible] en France le goût de la physique.

(3) Louis-Bernard Guyton de Morveau, célèbre chimiste, est né à Dij[illegible] en 1737, et est mort en 1816.

(4) Ferdinand Berthoud, célèbre horloger, membre de l'Institut, est né [illegible] 1726 dans le comté de Neufchâtel, et est mort en 1807.

(5) Pierre-Simon Laplace, est né à Beaumont-en-Auge (Calvados) en 17[illegible] et est mort en 1827. Ce grand géomètre était fils d'un pauvre cultivat[illegible] Napoléon Ier le fit comte de l'Empire, et Louis XVIII marquis et pair [illegible] France.

nette visant une règle graduée verticale XY, placée à une grande distance, et jouant le rôle du cadran.

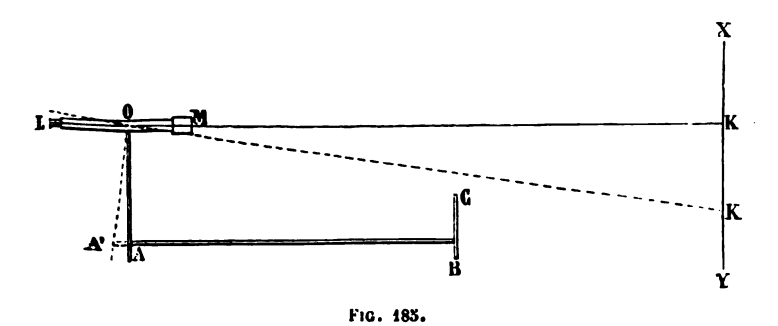



FIG. 185.

Cette lunette faisait corps avec un levier AO, pouvant tourner autour d'un axe fixe O, et reposant constamment contre l'extrémité A de la barre AB dont on voulait étudier la dilatation. Celle-ci, par son autre extrémité B, s'appuyait contre un arrêt fixe CB. La barre, en s'allongeant, faisait tourner le levier OA et la lunette LM, qui visait alors une autre division K′ sur la règle graduée.

Soit $l$ la longueur AA′ dont la barre AB s'allongeait en passant de 0° à T°; soit $\alpha$ l'angle dont tournait alors le levier et la lunette; soit N la longueur comprise entre les points K et K′ visés sur la règle dans les deux positions successives de la lunette; soient enfin $d$ la distance OA de l'axe de rotation O au point A où la barre touchait le levier, et D la distance OK de l'axe de rotation à la règle graduée. Comme l'angle $\alpha$ était assez petit pour qu'on puisse confondre la valeur du sinus et de la tangente avec celle de l'arc, on avait $l = \alpha d$ et $N = \alpha D$; d'où:

$$l = N \frac{d}{D}$$

La quantité N, donnée immédiatement par les lectures de l'expérience, et la mesure des longueurs $d$ et D, faisaient ainsi con-

naître $l$. En divisant cette quantité par la longueur L de la barre AB à 0°, on avait la dilatation $\left(\frac{l}{L}\right)$ entre 0° et T°.

La barre était posée sur des rouleaux de verre, dans une auge rectangulaire ; on pouvait mettre dans celle-ci soit de l'eau mélangée de glace, soit un bain liquide dont on élevait la température à l'aide d'un foyer disposé au-dessous. Quatre blocs massifs en maçonnerie étaient placés aux quatre coins de cette auge ; deux d'entre eux soutenaient l'axe de rotation O de la lunette et du levier OA, les deux autres maintenaient immobile l'arrêt CD.

L'avantage de cette méthode est de remplacer la mesure directe d'une quantité très petite $l$ par celle d'une quantité beaucoup plus grande N, qui est à la précédente dans un rapport $\frac{D}{d}$ d'autant plus considérable que la distance de la règle graduée à la lunette est plus grande. Dans les expériences de Lavoisier et Laplace, la distance D était de 100 toises et la longueur $d$ de 116 lignes (26,2 cent.), ce qui donne pour le rapport d'amplification $\frac{D}{d}$ la valeur 744.

Mais faisons remarquer que si les quantités N et D se mesuraient facilement avec une approximation suffisante, la mesure de la quantité assez petite $d$ devait être difficile à effectuer avec exactitude ; or l'erreur relative commise sur $l$ égalait l'erreur relative commise sur $d$. Cette méthode offre ainsi une précision moins grande qu'on serait tenté de le croire à première vue.

**4. MÉTHODE DE ROY ET RAMSDEN.** — Vers 1783, l'opticien anglais Ramsden (1) a construit, sur les indications du général Roy, un appareil très remarquable pour déterminer la dilatation des règles qui devaient servir à mesurer un arc de méridienne. Dans la méthode employée par ces physiciens, le très petit allongement qu'éprouve la règle quand on l'échauffe est, en quelque sorte, amplifié par l'emploi de microscopes ; de là le nom de *microscopic pyrometer* que Roy a donné à cet appareil.

(1) Jesse Ramsden né en 1735 à Halifax (York), membre de la Société Royale de Londres en 1786, est mort en 1800.

Trois auges rectangulaires parallèles (fig. 186 et 187) contenaient : celle du milieu la barre BB' dont on voulait mesurer la

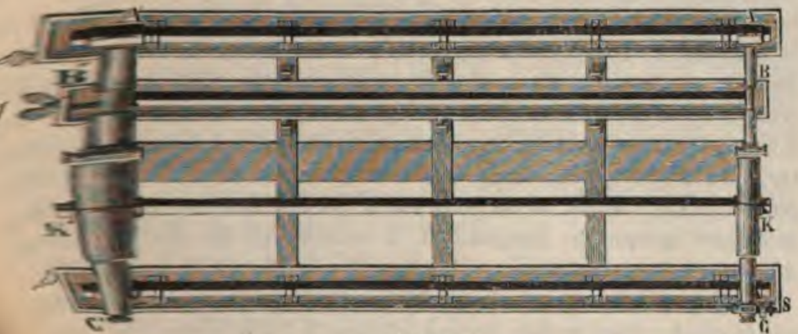



Fig. 186.

dilatation, et les deux extrêmes des barres de fonte AA' et CC', maintenues à une température constante par de la glace fondante. Ces barres avaient la forme de prismes triangulaires, et la barre BB' reposait sur des rouleaux par sa base la plus large.

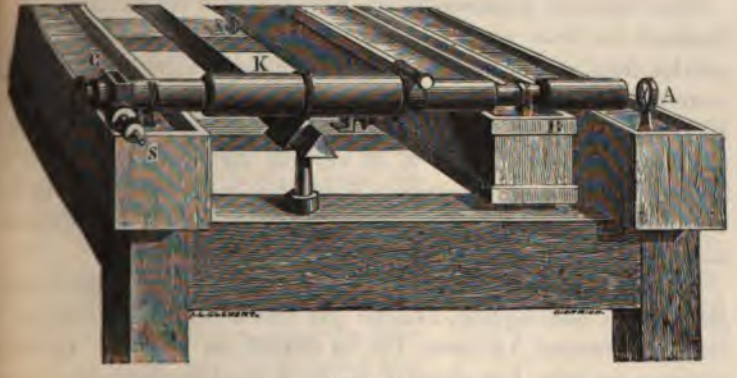



Fig. 187

La barre de fonte AA' portait à chacune de ses extrémités, au-dessus de l'auge et dans un plan vertical, une croisée de fils for-

mant un réticule A ou A′. Ces réticules pouvaient être 1
par un microscope horizontal pourvu d'un micromètre
constitué : l'objectif B ou B′ du microscope était porté
barre du milieu BB′; le micromètre et l'oculaire qui perm
le regarder C ou C′ étaient portés aux extrémités de la t
barre CC′; des tubes fixes K et K′, indépendants des c
complétaient les microscopes. Lorsque la croisée des fils
à travers le microscope se trouvait sur le fil vertical du m
tre, c'est-à-dire quand l'image réelle de cette croisée de fil
par l'objectif, tombait en un point du fil du micromètre, 
le centre optique de l'objectif et la croisée des fils du
étaient en ligne droite.

Le fil du micromètre de l'un des deux microscopes, cel
par exemple, était mobile horizontalement à l'aide d'une
crométrique S, dont le nombre de tours était indiqué par 
duation linéaire, et les fractions de tour par une graduatio
tambour porté par la tête de la vis, comme dans un sphé

La barre étudiée BB′ s'appuyait constamment, par un
extrémités B′ contre une vis V qui traversait la paroi d
un ressort poussant l'autre extrémité B assurait le co
l'extrémité B′ et de la vis V.

Pour faire une expérience, on remplissait d'abord d
fondante les trois auges, et l'on attendait assez longtem
que les trois barres fussent à 0°. En tournant alors dans
convenable la vis V, on amenait l'objectif B′ que portait
BB dans une position telle que l'image de la croisée de
réticule A se formait sur le fil vertical du micromètr
l'aide de la vis micrométrique S, on déplaçait ensuite l
micromètre C, pour le faire coïncider avec l'image de la
des fils A donnée par l'objectif B.

L'appareil étant ainsi réglé, on remplaçait la glace de
BB par un bain liquide, chauffé par une douzaine de l
lampe ou à alcool. La barre BB se dilatait en prenant l
pérature du bain. Les objectifs se déplaçaient horizontalem
le réglage optique était détruit. Pour le rétablir, à l'aide
vis V en ramenant l'objectif B dans la première posit
dont on jugeait quand le fil du micromètre C recouvrait l
de la croisée des fils A. Le centre optique de l'objectif l



alors écarté de sa position primitive d'une longueur précisément égale à l'allongement de la règle, et l'image de A n'était plus sur le fil du micromètre C. En tournant la vis micrométrique S, on amenait de nouveau ce fil sur l'image de la croisée A. Le nombre $n$ de tours et de fractions de tours de la vis S, faisait connaître l'allongement $l$ de BB', à condition qu'on eût fait la tare de l'instrument, c'est-à-dire qu'on eût déterminé à quel allongement $a$ correspondait un tour complet de la vis, car on avait évidemment $l = na$.

Pour déterminer $a$, Roy et Ramsden disposèrent, à la place du réticule A, une règle divisée en parties d'égales longueurs; la distance de deux divisions était très petite et parfaitement connue. Pour viser successivement deux de ces divisions, il fallait déplacer le fil micrométrique C d'une longueur $L = Np$, en appelant N le nombre entier ou fractionnaire de tours dont on avait tourné la tête de la vis micrométrique, et $p$ la valeur connue du pas de cette vis. Or, soit D (fig. 188) l'une des divisions, soit B le centre optique de l'objectif et soit C la position du fil micrométrique quand l'image de D se forme sur ce fil; soit d'autre part $D_1$, une autre division placée à une distance L' de la première, et soit $C_1$ la position qu'il faut donner au fil pour viser cette division, B restant fixe. Il est aisé de voir par la figure 188, qu'en déplaçant le centre optique de l'objectif et le fil micrométrique d'une longueur L' dans le sens $D_1D$, de manière à les amener respectivement en $B_1$ et en $C_2$, le fil micrométrique visera la première division D. Ainsi, quand le centre optique se déplaçait d'une longueur $BB_1 = L'$, il fallait déplacer

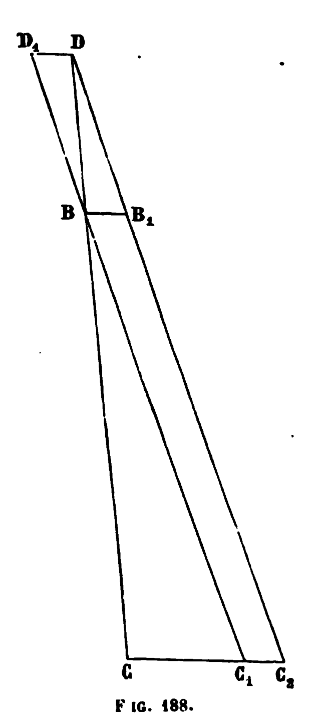


FIG. 188.

le fil micrométrique d'une longueur $CC_2 = L + L'$ pour viser le même point. Or, le nombre de tours $N_1$ qui produisait un déplacement $L + L'$, était donné par la relation $N_1 p = L + L'$, d'où $N_1 = \frac{L}{p} + \frac{L'}{p} = N + \frac{L'}{p}$. On avait ainsi le nombre de tours $N_1$ qui correspondait à un allongement L' de la barre BB', d'où la valeur de $a$ par la relation $L' = N_1 a$.

On a souvent modifié dans ses détails cette méthode, mais on ne peut guère considérer comme des perfectionnements les modifications qu'on a fait subir à l'appareil primitif des physiciens anglais, aussi ne les décrirons-nous pas.

**5. MÉTHODE ACTUELLE. — COMPARATEUR.** — Au Bureau international des Poids et Mesures, on a constamment à faire l'étude de la dilatation des règles de platine ou de cuivre qui servent comme étalon de longueur, un même métal ayant des propriétés assez variables d'un échantillon à un autre pour qu'on soit obligé d'étudier la dilatation de chacune des règles en particulier.

La méthode employée présente une grande analogie avec celle de Roy et Ramsden mais elle est plus simple en principe et plus précise.

L'appareil employé (fig. 189 et 190) est appelé *comparateur* parce qu'il permet de comparer la longueur de la règle étudiée AA à celle d'une autre règle prise comme étalon. En voici la description.

La règle AA est placée horizontalement dans une auge rectangulaire N pleine d'eau ; ce liquide est maintenu à une température constante par un courant d'eau, refroidie ou échauffée (1) suivant les cas, qui circule constamment dans une seconde auge M plus large contenant la première. Des agitateurs KK' mis en mouvement par les roues à manivelles RR' (2) remuent l'eau

(1) [illegible] d'un bain chauffé par une lampe [illegible] p. 459, note).

(2) [illegible] h (fig. 190) qui, en tournant, [illegible] produit une aspiration par l'un [illegible] et chasse l'eau par l'autre [illegible].

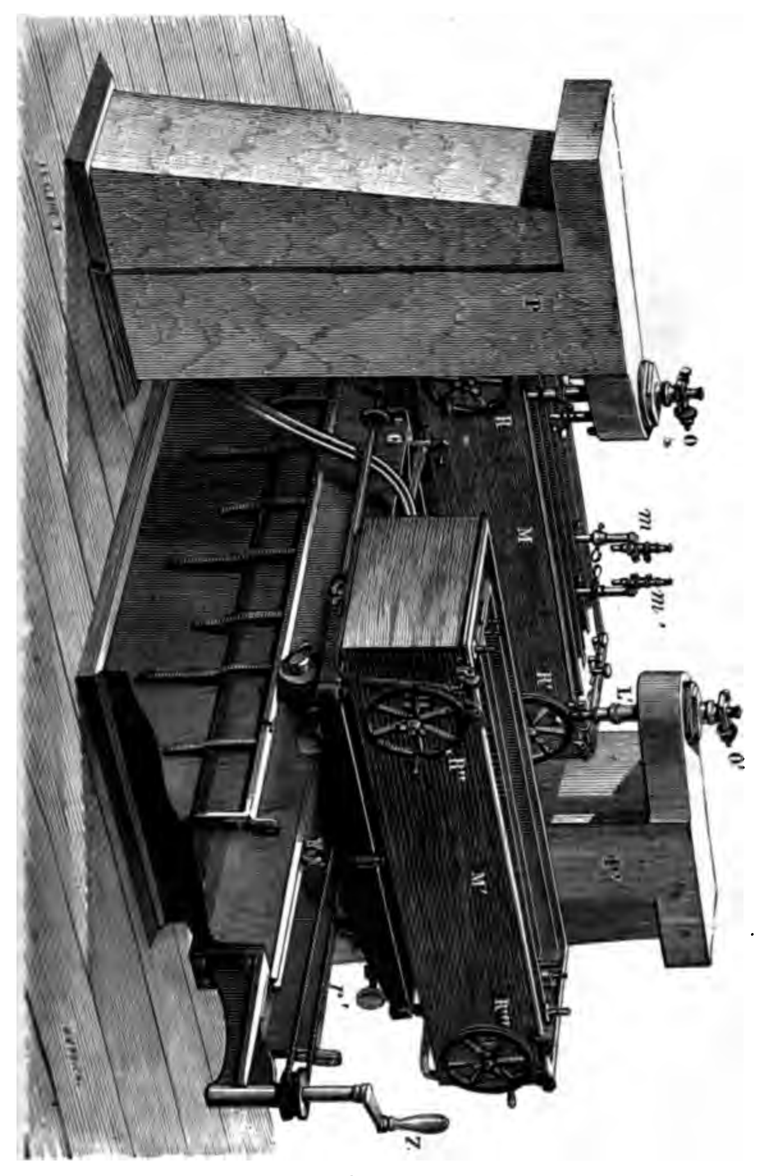


Fig. 189.

des deux auges. Quatre thermomètres couchés horizontalement le long de la barre étudiée font connaître sa température. Ces

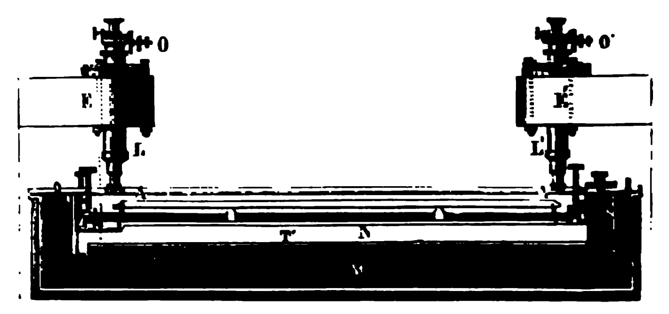



Fig. 190.

thermomètres sont gradués en dixièmes de degré et, comme ils sont observés à l'aide de microscopes *mm'* qui en grossissent les divisions, on peut apprécier le $\frac{1}{200}$ de degré.

La règle de platine servant d'étalon de longueur, est placée parallèlement à la première dans une auge toute semblable. L'eau courante qui circule dans l'auge extérieure M' est à la température ordinaire, et cette température ne varie que très peu pendant la durée des expériences, ce qui assure à la règle une longueur à peu près constante.

Chacune des deux règles porte vers ses extrémités, à environ un mètre de distance, deux traits très fins. En face de ceux-ci, le couvercle métallique de l'auge est percé de deux fenêtres pourvues de glace qui permettent d'éclairer et de voir les traits. Le système des deux caisses contenant les règles est placé sur un chariot CC mobile sur rails *rr*, ce qui permet d'amener sans effort, à l'aide de la manivelle Z, les traits de l'une des règles sous deux microscopes verticaux L,L'. Ceux-ci sont pourvus chacun d'un micromètre oculaire O,O pour mesurer les allongements.

Chaque microscope est porté par une équerre en fer très forte scellée dans un bloc de pierre extrêmement pesant P,P'. Les

deux blocs reposent eux-mêmes sur des fondations en béton. Ce support est d'une solidité telle, que l'on doit considérer comme insignifiants les déplacements que peuvent éprouver les axes des microscopes pendant la durée d'une expérience.

Le micromètre oculaire de chaque microscope est composé d'un réticule, formé de deux fils parallèles très rapprochés, de façon à pouvoir comprendre entre eux juste l'épaisseur du trait de la règle vu à travers le microscope. Le système des deux fils est mobile parallèlement à lui-même et à la longueur de la règle, au moyen d'une vis micrométrique, dont le nombre de tours est donné par une graduation linéaire, et le nombre de fractions de tour par une graduation sur un tambour divisé (visible en O et O'). Le pointé se fait en amenant les deux fils du réticule à comprendre l'image du trait fournie par l'objectif du microscope, et grossie, ainsi que les fils, par l'oculaire.

Supposons que le trait vienne à se déplacer par suite de la dilatation de la règle; le nombre de tours et de fractions de tour dont il faudra tourner la tête de la vis micrométrique pour le pointer de nouveau donnera la valeur absolue du déplacement, si la tare du micromètre a été faite.

Pour faire la tare de l'instrument, on place devant le microscope, à l'endroit où se trouve l'extrémité de la règle étudiée pendant l'expérience, une autre règle graduée en millimètres. Deux divisions de cette règle sont visibles dans le champ du microscope et paraissent très écartées à causé du grossissement (95 environ); on amène successivement les fils du réticule sur chacune d'elles; le nombre de tours dont il faut faire tourner la vis micrométrique pour passer d'une division à l'autre donne le nombre qui correspond à un déplacement d'un millimètre.

On conçoit maintenant comment se fait la mesure de la dilatation. On commence par amener sous les microscopes la règle étalon, on fait le pointé de chacun des traits et l'on note la température $t$ de cette règle. Puis, en faisant rouler le chariot sur les rails, on amène la règle AA' sous les microscopes; on note la température T de cette règle, et l'on fait le pointé de chacun des traits. La différence algébrique des déplacements de ceux-ci par rapport aux traits de la règle étalon, donnés par l'appareil micrométrique, égale la différence $L_T - l_t$ entre la distance $L_T$

des traits de la règle AA' et la distance $l_t$ des traits de la règle étalon.

On répète ensuite la même expérience après avoir porté la règle AA' à une autre température T' la règle étalon étant restée à la température ambiante, qui a pu un peu varier, et que nous désignons par $t'$ ; on obtient de même $L_{T'} - l_{t'}$, et ainsi de suite.

Or, en appelant $\Lambda_T$ la dilatation de la règle AA' pour la température T, $L_0$ sa longueur à 0°, $\lambda_t$ la dilatation de la règle étalon, et $l_0$ sa longueur à 0°, on a :

$$L_T = L_0 (1 + \Lambda_T)$$

$$l_t = l_0 (1 + \lambda_t)$$

d'où, en retranchant membre à membre, on a :

$$L_T - l_t = L_0 - l_0 + L_0\Lambda_T - l_0\lambda_t$$

on tire de là :

$$(1) \qquad \Lambda_T = \frac{(L_T - l_t) - (L_0 - l_0) + l_0\lambda_t}{L_0}$$

Une expérience faite en mettant de la glace autour des deux barres donne la valeur de $L_0 - l_0$ (1); la longueur $l_0$ est connue une fois pour toutes (c'est un mètre dans les appareils du Bureau international), on a donc $L_0$. L'étude de la dilatation $\lambda_t$ de la règle

(1) On se dispense généralement de mettre de la glace autour de la règle étalon, comme nous l'avons supposé dans le texte pour simplifier l'exposition. On se contente de la laisser à la température ambiante comme [illegible]

étalon ayant été faite auparavant, on possède tous les éléments nécessaires au calcul de $A_T$.

**6. DILATATION DES CRISTAUX.** — Les cristaux qui appartiennent à un système différent de celui du cube ne présentent pas la même dilatation linéaire dans tous les sens, et il en résulte qu'ils ne restent pas semblables à eux-mêmes par la dilatation (voir Chap. Ier, p. 392 et suiv.).

C'est ce que Mitscherlich a découvert en mesurant les angles d'un même cristal à des températures différentes : en général ces angles varient par la dilatation.

L'expérience suivante permet de constater facilement ce phénomène. On coupe un cristal de gypse *fer de lance* (fig. 189)

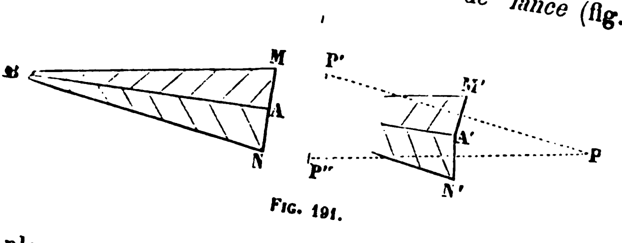



Fig. 191.

par un plan MAN perpendiculaires au plan AB de la macle, et l'on polit cette face MAN de façon à constituer un miroir, qui

comparateur fournit alors la valeur $L_0 - l_{t'}$ d'où l'on déduit $L_0 - l_0$ par la relation.

(2) $$L_0 - l_{t'} = L_0 - l_0 (1 + \lambda_{t'}) = L_0 - l_0 - l_0\lambda_{t'}$$

en portant dans la relation (1) la valeur $L_0 - l_0$ tirée de cette relation (2) et en remarquant que $\lambda_t - \lambda_{t'} = K(t - t')$, en désignant par $K$ le coefficient de dilatation linéaire vraie de la règle étalon pour la température ordinaire, la formule (1) devient :

$$A_T = \frac{(L_T - l_t) - (L_0 - l_{t'}) + K l_0 (t - t')}{L_0}$$

étant plan donne une seule image d'un point. Mais si l'on vient à chauffer le cristal, on voit par réflexion deux images P' et P' d'un même point P, ce qui indique que la face M'A'N' est composée par deux miroirs plans M'A' et A'N', formant entre eux un angle très obtus, au lieu d'être exactement dans le prolongement l'un de l'autre comme ils l'étaient à froid.

M. Fizeau a étudié la dilatation des cristaux, par une méthode optique très sensible. Nous ne la décrirons pas, parce qu'il faut connaître les propriétés des *anneaux colorés* pour en comprendre le principe. Cette étude a montré que quelques cristaux pouvaient avoir une dilatation négative suivant l'un des axes entre certaines températures. Ainsi quand la température s'élève, l'émeraude se contracte suivant son axe et se dilate suivant une direction perpendiculaire. Il résulte des mesures des dilatations linéaires suivant ces deux directions, que la dilatation cubique est négative au-dessous de — 4°,2 et positive au-dessus de cette température ; autrement dit, l'émeraude présente un maximum de densité à — 4°,2. L'iodure d'argent cristallisé a une dilatation cubique négative entre les limites (10° et 70°), où l'observation a été faite ; c'est un fait absolument exceptionnel.

7. **RÉSULTATS.** — La dilatation linéaire $\lambda_T$ des corps solides s'exprime assez bien par une formule parabolique à deux termes :

$$\lambda_T = aT - bT^2$$

Voici d'après les expériences de M. Fizeau la valeur des coefficients $a$ et $b$ pour quelques solides. Nous donnons en même temps la valeur du coefficient moyen de dilatation entre 0° et 100°.



**Dilatation linéaire des corps solides** ($\lambda_T = aT + bT^2$).

| NOM DE LA SUBSTANCE | $a$ | $b$ | Coefficient de dilatation moyen entre 0° et 100° $a+100b$ |
|---|---|---|---|
| Diamant ............ | +0,000 000 604 | +0,000 000 007 2 | +0,000 001 32 |
| Graphite ............ | 007 456 | 005 0 | 007 96 |
| Charbon de cornues, .... | 004 960 | 005 5 | 005 51 |
| Silicium (cristallin) ..... | 002 176 | 007 3 | 002 91 |
| Sélénium (fondu) ........ | 032 340 | 055 7 | 037 91 |
| Tellure (fondu) .......... | 014 450 | 028 7 | 017 32 |
| Platine (fondu) .......... | 008 626 | 005 3 | 009 16 |
| Platine iridié (Ir = 0,08) | 008 516 | 003 8 | 008 90 |
| Or (fondu) .............. | 014 098 | 004 1 | 014 51 |
| Argent (fondu) .......... | 018 622 | 007 3 | 019 36 |
| Cuivre rouge natif (du lac Supérieur) | 016 168 | 009 1 | 017 08 |
| Cuivre rouge des arts ........ | 015 960 | 010 2 | 016 98 |
| Cuivre jaune (Cu = 71,5; Zn = 27,7; Sn = 0,3; Pb = 0,5) ............ | 017 806 | 009 8 | 018 79 |
| Fer (doux des arts) ..... | 011 360 | 009 2 | 012 28 |
| Acier français (fondu) trempé ... | 011 624 | 019 9 | 013 62 |
| Acier français (fondu) recuit .. . | 010 514 | 006 2 | 011 13 |
| Acier anglais (fondu) recuit | 010 342 | 007 6 | 011 10 |
| Fonte de fer (grise) ..... | 010 062 | 006 8 | 010 75 |
| Plomb (fondu) ........... | 028 284 | 011 9 | 029 48 |
| Aluminium (fondu) ...... | 022 214 | 011 4 | 023 36 |

Voici un second tableau donnant le coefficient de dilatation cubique moyen du verre entre 0° et 100°, d'après Regnault. On peut voir combien, non seulement la nature chimique, mais

même la manière dont le verre a été travaillé influe sur la valeur de la dilatation.

| | | |
|---|---|---|
| Verre blanc | en tube........ | 0,000 026 480 |
| | le même soufflé en boule, 1° de 46mm de diamèt... | 025 920 |
| | 2° de 33mm de diamèt. | 025 140 |
| Verre vert | en tube............ | 022 990 |
| | le même soufflé en boule de 36mm de diam............... | 021 320 |

| | | |
|---|---|---|
| Verre de Suède | en tube... | 0,000 023 630 |
| | le même soufflé en boule de 34mm de diam. | 024 410 |
| Verre ordinaire | de........ | 024 310 |
| | à.......... | 027 610 |
| Cristal de Choisy-le-Roi | de... | 021 440 |
| | à. ... | 024 420 |

Enfin voici d'après Regnault la valeur de la dilatation cubique

du Verre ordinaire................. $0,000\,026\,13\,T + 0,000\,000\,014\,8\,T^2$

du Cristal de Choisy-le-Roy..... ... $0,000\,022\,58\,T + 0,000\,000\,002\,3\,T^2$



# CHAPITRE V

## DILATATION DES GAZ

1. **EXPÉRIENCES DE GAY-LUSSAC.** — Gay-Lussac est le premier physicien qui ait mesuré d'une façon un peu précise la dilatation des gaz. Ses expériences sont restées célèbres, et les résultats qu'il a obtenus ont fait loi pendant longtemps.

L'appareil, que cet illustre savant a employé dans ses dernières expériences, est des plus simples : un thermomètre à gros réservoir pourvu d'une tige graduée en parties d'égale capacité. Un index de mercure, placé dans cette tige, emprisonne la masse gazeuse soumise à l'expérience, et par ses déplacements donne les variations de volume de celle-ci. La tige, placée horizontalement, est ouverte à son extrémité, et, par conséquent, la dilatation du gaz s'opère sous la pression à peu près constante de l'atmosphère.

Soit V le volume à 0° de la masse gazeuse contenue dans le thermomètre, soit $n$ le nombre de divisions, dont s'avance l'index quand on porte la température de l'appareil de 0° à T°. En appelant $v$ le volume d'une division, le volume apparent du gaz est alors $V + nv$; mais comme l'enveloppe s'est dilatée, son volume réel est $(V + nv)(1 + K_T)$, en désignant par $K_T$ la dilatation cubique du verre. Appelons $\beta$ le coefficient de dilatation moyen du gaz de 0° à T°, c'est-à-dire la quantité à déterminer; alors sous la même pression le volume de cette masse gazeuse à 0° serait $\dfrac{(V + nv)(1 + K_T)}{1 + \beta T}$.

Par conséquent si, dans l'intervalle des mesures faites et à T°, la pression atmosphérique n'a pas varié, on a l'égal

$$V = \frac{(V + nv)(1 + K_T)}{1 + \beta T}$$

Si la pression atmosphérique a changé, en appelant H ses valeurs dans le premier et dans le deuxième cas, la lo Mariotte, très légitimement applicable, puisqu'il s'agit de riations de pression très faibles, donne la relation :

$$VH = \frac{(V + nv)(1 + K_T)}{1 + \beta T} H'$$

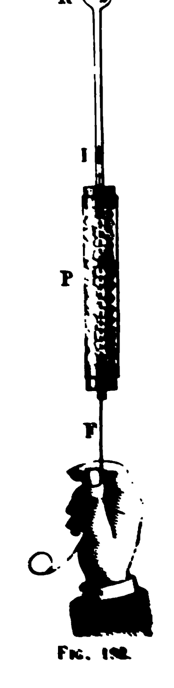


Fig. 192.

Les mesures de $n$ de T de H et de H' ainsi connaître le coefficient $\beta$, si l'on a dé miné le rapport $\frac{v}{V}$.

Gay-Lussac mesurait la capacité du ré voir et celle de chaque division de la tige des pesées au mercure. Pour dessécher thermomètre, il faisait bouillir du mercu l'intérieur, comme dans la construction thermomètre ordinaire, et pour le remplir il procédait ainsi : l'instrument étant plein mercure bouilli, il engageait la tige dan bouchon d'un large tube P (fig. 192) conte du chlorure de calcium ; puis, tenant l'app verticalement le réservoir R en haut, à l' d'un fil de platine F engagé dans la tige forçait le mercure à sortir goutte à gou l'air, qui prenait sa place, se desséchait passant sur le chlorure de calcium. Il fai ainsi complètement écouler le mercure l'appareil à l'exception d'une petite gou qu'il laissait dans la tige comme index L'appareil préparé de la sorte était placé ho rizontalement dans une cuve en fer-blanc (fig. 193) contenant

de l'eau, dont on amenait la température à 0° en la mélangeant de glace, ou que l'on chauffait, la température étant donnée par

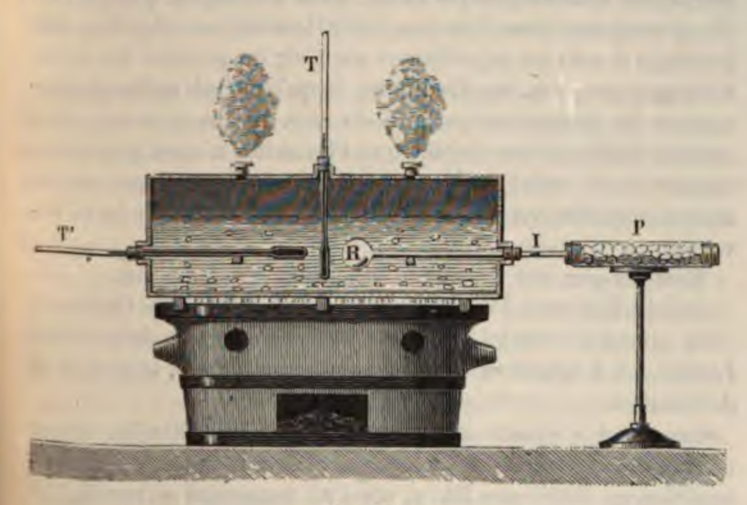



Fig. 193.

des thermomètres à mercure T et T'. La tige du thermomètre à air R passait à travers un bouchon, et on prenait la précaution de l'enfoncer dans la cuve presque jusqu'à l'index I, pour que toute la masse gazeuse fût à la température du bain.

Gay-Lussac trouva ainsi le nombre 0,00375 pour coefficient de dilatation moyen de l'air entre 0° et 100°.

Une première série d'expériences faites, en 1801, sur divers gaz non desséchés et par une autre méthode ([1]), avait donné les nombres suivants pour la dilatation totale entre 0° et 100° :

| Air | Oxygène | Azote | Hydrogène |
|---|---|---|---|
| 0,3750 | 0,3748 | 0,3749 | 0,3752 |

(1) Cette première méthode était fort analogue a celle qui a été employée depuis par Dulong et Petit (§ 3). Au lieu de faire entrer à froid du mercure dans le réservoir contenant le gaz (ballon), Gay-Lussac faisait entrer de l'eau. Pour les gaz très solubles dans l'eau, il comparait leur dilatation à celle

C'est-à-dire des valeurs égales pour ces quatre gaz, car les différences très faibles entre ces nombres pouvaient être attribuées aux erreurs d'expérience. Mais il craignit que la vapeur d'eau contenue dans les gaz n'eût troublé les résultats. C'est pourquoi il refit les expériences sur l'air en prenant les précautions que nous venons d'indiquer, et qu'il croyait suffisantes pour assurer la sécheresse parfaite du gaz. Ayant trouvé le même nombre 0,375, il en conclut que l'humidité n'avait pas une influence aussi considérable qu'il l'avait craint, et que ses premières expériences étaient bonnes. Il énonça alors la loi suivante :

*Tous les gaz ont le même coefficient de dilatation.*

Ce résultat avait déjà été trouvé par le physicien Charles [1]; c'est pourquoi cette loi, qui porte en France le nom de *loi de Gay-Lussac*, en Angleterre porte, avec plus de raison, le nom de *loi de Charles*.

Gay-Lussac ajouta que *le coefficient de dilatation des gaz était indépendant de la pression*, ce qui résultait de quelques expériences faites par Davy, sur l'air comprimé ou raréfié.

Cette loi de Gay-Lussac fut, ainsi que la loi de Mariotte, considérée pendant longtemps comme ayant une rigueur absolue ; on croyait alors volontiers à l'extrême simplicité des lois naturelles.

Quelques expériences de Dulong et Petit vinrent confirmer le nombre 0,00375 trouvé par Gay-Lussac pour le coefficient de dilatation des gaz. Ces physiciens vérifièrent, en outre, qu'entre

de l'air, en plaçant chacun de ces gaz dans des éprouvettes graduées, reposant sur le mercure et dont il élevait la température en même temps.

Cette méthode, un peu grossière, ne lui permit pas de constater la différence de dilatation existant entre l'air et les gaz très solubles, qui pourtant avait été reconnue déjà par le physicien Charles.

[1] Jacques-Alexandre-César Charles, né à Beaugency en 1746, est mort en 1823. Charles enfermait les gaz dans la cuvette d'un baromètre à siphon, et il trouvait qu'en les portant à des températures égales la colonne mercurielle s'élevait autant pour les gaz peu solubles dans l'eau. Ses expériences ont même été faites avec beaucoup de soin, puisqu'il a reconnu que les gaz très solubles avaient une dilatation un peu plus forte.

— 36° et 300° l'hydrogène et l'air avaient la même dilatation. Pouillet, à l'aide du pyromètre à air (décrit plus loin), trouva, il est vrai, un nombre plus faible, mais ses expériences ne furent publiées qu'après celles de Rudberg, dont nous allons parler.

2. **EXPÉRIENCES DE RUDBERG, DE REGNAULT ET DE MAGNUS.** — Rudberg fut le premier qui osa contester l'exactitude des résultats de Gay-Lussac. Ses expériences lui donnèrent un nombre compris entre 0,00364 à 0,00365 comme coefficient de dilatation de l'air. Il prenait les plus grandes précautions pour dessécher le réservoir à gaz, et ce fut lui qui imagina la méthode de dessication, toujours employée depuis, et que nous avons décrite à propos du thermomètre à air. Elle consiste, on se le rappelle, à faire le vide dans le réservoir chauffé, et à laisser rentrer le gaz sec. Rudberg répétait cette opération 50 à 60 fois, et c'est seulement alors qu'il admettait que le vase était parfaitement desséché. Il attribua ainsi à l'humidité restant sur les parois, le nombre trop fort obtenu par Gay-Lussac, et pour montrer que telle était bien la cause du désaccord, il refit la détermination de la dilatation de l'air en ne desséchant qu'imparfaitement le réservoir; il trouva dans deux expériences consécutives le nombre 0,00384 et 0,00390. On conçoit en effet que, la couche d'eau adhérente à la paroi interne du verre se volatilisant quand on chauffe, l'augmentation de la masse gazeuse fasse croire à une plus grande dilatation.

Magnus en Allemagne, Regnault en France se mirent alors à étudier avec beaucoup de soin la dilatation des gaz. C'est ce dernier physicien qui a fait les plus nombreuses expériences à ce sujet; il a repris et étudié les méthodes de Gay-Lussac, de Dulong et Petit, de Pouillet, de Rudberg. Il a abandonné la première, parce qu'il a reconnu que l'index de mercure bouchait mal le tube; quand on chauffe, une petite quantité du gaz enfermé s'échappe en passant entre le mercure et le verre : le réservoir étant ramené à 0°, l'index ne revient jamais exactement à la même position. Il s'est servi, en les perfectionnant, des trois autres méthodes. Nous allons les décrire sous les noms de leurs inventeurs, mais en indiquant la manière dont Regnault les a employées.

3 **MÉTHODE DE DULONG ET PETIT.** — Ce n'est qu'incidemment, et à propos du thermomètre à air, que ces deux savants ont de nouveau déterminé la dilatation de l'air et de l'hydrogène (1816), car ils ne doutaient pas de l'exactitude des résultats de Gay-Lussac. Ils ont employé deux méthodes différentes : dans la première ils se servaient du thermomètre à air représenté KHH (fig. 178) dans la mesure de la dilatation du mercure. La seconde, plus précise, a été employée ensuite par Rudberg et par Regnault ; c'est cette méthode que nous allons décrire, en indiquant la manière dont ce dernier physicien s'en est servi.

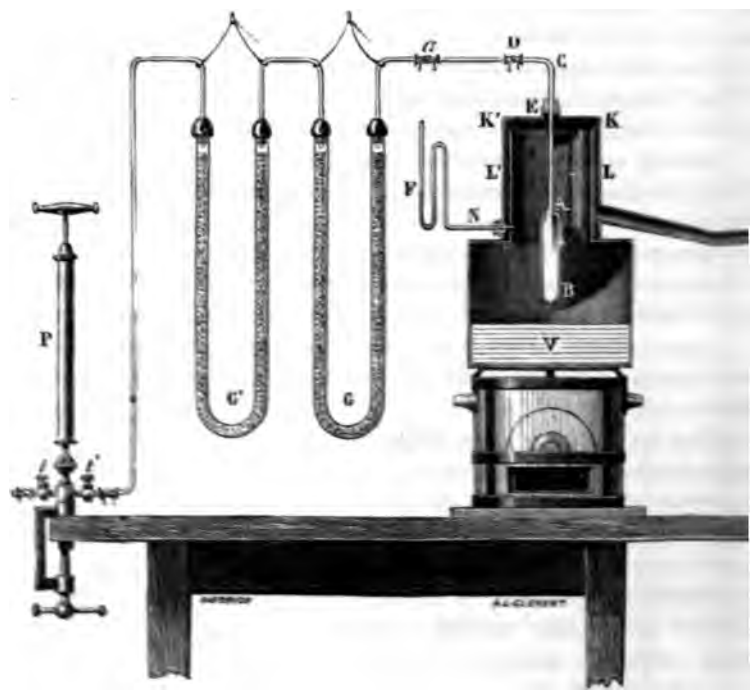



Fig. 194.

L'appareil consiste en un réservoir de verre terminé par une tige recourbée à angle droit et effilée, comme un thermomètre à

poids. On sèche ce réservoir à chaud en employant la méthode de Rudberg (25 à 30 opérations).

L'instrument étant sec, on le porte dans une enceinte à température connue T (par exemple dans l'étuve à déterminer le point 100° du thermomètre à mercure, comme le représente la figure 194, si l'on veut opérer à la température de la vapeur d'eau bouillante). On fait le vide d'une façon aussi parfaite que possible, puis on introduit le gaz sec qu'on veut étudier, et l'on répète encore quatre ou cinq fois cette opération en laissant pénétrer chaque fois le gaz bien desséché. L'appareil étant rempli de gaz sec sous la pression atmosphérique, on retire les conduits de caoutchouc qui ont servi à amener le gaz : l'atmosphère du réservoir se met exactement en équilibre de pression avec l'extérieur. On ferme ensuite l'appareil en fondant au chalumeau la pointe effilée, et l'on emprisonne ainsi une masse de gaz à une température connue T, et sous la pression atmosphérique du moment, donnée par la hauteur H de la colonne barométrique.

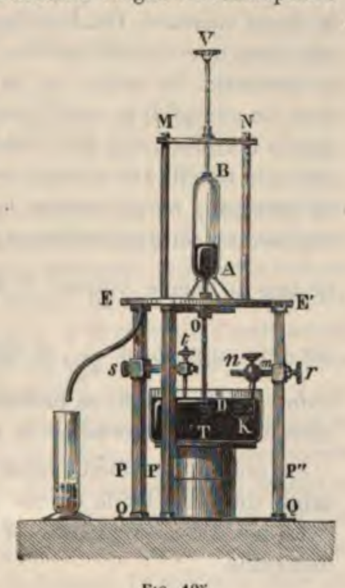


Fig. 195.

L'instrument est refroidi, puis renversé verticalement de façon que le bec de la tige plonge dans un bain de mercure; on se sert, pour le maintenir dans cette position, du petit appareil représenté figure 195. On entoure le réservoir avec de la glace, qui repose sur un plateau EE' percé d'un trou central pour laisser passer la tige, et qui est maintenue par un manchon de verre (non représenté sur la figure).

On casse alors la pointe, à l'aide d'une pince. Comme la force élastique du gaz contenu dans le réservoir a diminué par le refroidissement, la pression atmosphérique fait monter le mercure dans la tige et jusque dans le réservoir.

On enlève alors le manchon, on écarte un peu la glace et l'on relève au cathétomètre la différence de niveau $h$ entre le mercure du réservoir et celui de la cuvette. Il est commode, dans cette opération, de se servir de la vis à deux pointes $t$, comme nous l'avons indiqué à propos du baromètre normal (Livre III, Chap. II, § 9). On consulte en même temps le baromètre; si H est la hauteur de la colonne mercurielle qui fait équilibre à la pression atmosphérique du moment, $H' - h$ est celle qui fait équilibre à la force élastique du gaz contenu dans le réservoir.

Il ne reste plus qu'à connaître les volumes du gaz à 0° et à T°, et l'on aura toutes les données nécessaires pour déterminer la dilatation du gaz. On y arrive par des pesées au mercure de la façon suivante. On bouche avec un peu de cire molle, contenue dans une cuillère mobile K, la pointe effilée qui plonge dans le mercure. On porte sur la balance l'appareil ainsi fermé, et dont on avait fait la tare quand il était vide; la pesée donne la masse de mercure $p$ qu'il renferme. On achève de le remplir de mercure bouilli à 0° comme un thermomètre à poids, et on le pèse de nouveau, ce qui donne la masse P de mercure qui remplit l'appareil à cette température. Comme la masse $P - p$ de mercure occupe le même volume $V_0$ que le gaz à 0°, le rapport $\frac{P}{P - p}$ est égal au rapport $\frac{V}{V_0}$, en appelant V la capacité totale de l'instrument à 0°. Enfin, on profite de ce que l'instrument est plein de mercure pour déterminer la dilatation $K_T$ du verre.

On obtient aisément l'équation qui fournit le coefficient de tation du gaz à l'aide de ces données.

La même masse gazeuse a été successivement dans deux états différents.

| | Température. | Volume. | ion. |
|---|---|---|---|
| 1er État. | T | $V(1 - K_T)$ | de H cent. de mercure. |
| 2e État. | 0° | $V_0$ | » $H' - h$ » |

En évaluant le volume de la masse gazeuse à 0° et sous la

pression d'un centimètre de mercure au moyen des données du premier état et au moyen des données du deuxième état, et en égalant les deux expressions, on a :

$$\frac{V(1 + K_T)H}{1 + \alpha T} = V_0(H' - h)$$

d'où l'on tire :

$$1 + \alpha T = \frac{V}{V_0} \frac{H}{H' - h} (1 + K_T)$$

et, en remplaçant $\frac{V}{V_0}$ par sa valeur $\frac{P}{P - p}$ :

$$(1) \qquad 1 + \alpha T = \frac{P}{P - p} \frac{H}{H' - h} (1 + K_T)$$

La quantité $\alpha$ obtenue par cette méthode n'est exactement ni le coefficient de dilatation à pression constante, ni le coefficient d'augmentation de pression à volume constant, puisque le volume et la pression varient à la fois : c'est un coefficient intermédiaire. On peut, en modifiant un peu la forme de l'instrument, se rapprocher beaucoup de l'une ou de l'autre de ces valeurs extrêmes (si voisines du reste). Si l'on prend un appareil à tige extrêmement courte, pendant le refroidissement le mercure en montant arrivera tout de suite dans le réservoir, le volume gazeux diminuera notablement, et le mercure s'élevant peu au-dessus de la cuvette, H' — $h$ sera voisin de H. Dans ce cas on a à peu près le coefficient de dilatation à pression constante. Si au contraire l'instrument a une tige très longue, le mercure dans son ascension n'atteindra pas le réservoir, la variation de volume du gaz sera dès lors très faible, tandis que la quantité $h$ sera notable. On obtiendra alors, à très peu près, le coefficient d'augmentation de pression à volume constant (1).

(1) Si le mercure s'arrêtait dans une tige étroite, il en résulterait un

Dans les premières expériences faites à l'aide de cet appareil, Regnault trouva des nombres voisins de ceux de Rudberg et un peu plus faibles que ceux que lui fournissaient les autres méthodes. Il reconnut alors une cause d'erreur qui avait échappé au physicien suédois.

Au moment où l'on casse la pointe, une petite quantité d'air, qui était logée entre le mercure de la cuvette et la tige (qui n'est pas mouillée par ce liquide), s'introduit dans celle-ci en même temps que le mercure et vient augmenter la masse gazeuse, ce qui diminue $h$ et fait croire à une dilatation moins grande. Regnault a remédié à cette cause d'erreur, soit en mettant une légère couche d'acide sulfurique à la surface du mercure pour mouiller la tige, soit en entourant le bec d'un petit disque de laiton amalgamé, ce qui empêche l'air de pénétrer lorsqu'on casse la pointe. Il trouva alors, pour la dilatation de l'air entre 0° et 100°, le nombre 0,366 23 comme moyenne de quatorze expériences très concordantes faites avec des appareils à tige courte. Ce nombre est un peu plus fort que celui donné par Rudberg et presqu'identique à ceux trouvés par les autres méthodes.

Faisons remarquer qu'après avoir déterminé ainsi le coefficient de dilatation de l'air, en prenant pour T la température de la vapeur d'eau bouillante, égale à 100° par définition, cet appareil peut servir de thermomètre à air.

En répétant les opérations que nous venons d'indiquer, l'équation (1) fournira la valeur de T, température à laquelle a été porté l'instrument dans

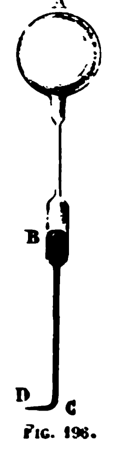


Fig. 196.

grave inconvénient, celui de la dépression capillaire, nécessitant une correction toujours incertaine. Afin de l'éviter, la tige doit être renflée en un tube de 15mm de diamètre environ (fig. 196) sur une certaine hauteur vers l'endroit B où doit s'arrêter le mercure ; mais, pour que la diminution de volume ne soit qu'une fraction insignifiante du volume total, il faut donner une grande capacité au réservoir A. Regnault a employé six appareils de cette forme, et a trouvé avec eux le nombre 0,36[illegible] en moyenne pour la dilatation de l'air entre 0° 100°.

C'est par cette méthode, et avec cette dernière forme d'appareil, qu'il a mesuré le coefficient d'augmentation de pression de la plupart des gaz.

la première phase de l'expérience. Dans ce cas, on peut très bien considérer $K_T$ comme proportionnel à la température ($K_T = kT$), et alors l'équation (1) devient du premier degré en T

$$1 + \alpha T = \frac{P}{P - p} \frac{H}{H' - h} (1 + kT)$$

4. **DÉTERMINATION DU COEFFICIENT D'AUGMENTATION DE PRESSION A VOLUME CONSTANT. — MÉTHODE DE RUDBERG.** — Regnault a repris, en la perfectionnant, une méthode due à Rudberg pour déterminer plus exactement que par la précédente le coefficient d'augmentation de pression d'un gaz à volume constant. Nous avons déjà complètement décrit l'appareil qu'il a employé et la marche d'une expérience à propos du thermomètre à air (Chap. II, § 9, auquel nous renvoyons le lecteur). Il n'y a pas lieu de chercher si le coefficient d'augmentation de pression $\alpha$ de l'air varie avec la température, puisque c'est la constance de ce nombre qui définit celle-ci; mais il est bon de voir si, pour les autres gaz, cette quantité est constante ou un peu variable; on place pour cela le réservoir contenant le gaz dans une enceinte qu'on peut porter à diverses températures données par le thermomètre à air.

Ajoutons que Regnault a fait un certain nombre d'expériences sur l'air en partant de pressions inférieures ou supérieures à la pression atmosphérique. — Nous donnons plus loin les résultats qu'il a obtenus ainsi.

5. **DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE DILATATION A PRESSION CONSTANTE. — MÉTHODE DE POUILLET.** — Pour déterminer exactement cette quantité, Regnault a employé le pyromètre à air de Pouillet.

L'appareil est à peu près le même que celui qui sert dans la méthode de Rudberg, mais la manière d'opérer est complètement différente.

Quand on chauffe le réservoir renfermant le gaz, celui-ci se dilate et fait remonter le mercure dans la branche ouverte du manomètre : son volume et sa force élastique augmentent à la

fois. Au lieu de ramener le gaz au même volume, comm
la méthode de Rudberg, en versant du mercure par la b
ouverte, on fait au co
écouler du mercure de
branches à la fois, à l'a
robinet à trois voies
maintenir constante l
élastique du gaz so
l'expérience.

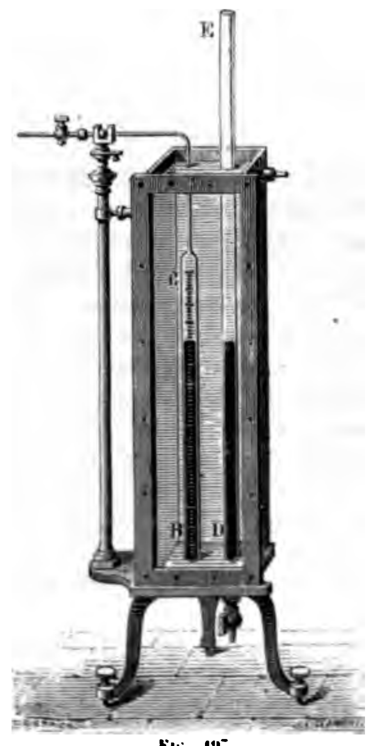


FIG. 197.

Le gaz alors se di
brement, et une porti
table de celui-ci (plus
si l'on élève la temp
de 0° à 100°) passe ain
la branche fermée du
mètre. Celle-ci doit do
graduée en parties
capacité pour pouvoi
surer cette augmentat
volume (fig. 197). On
mine la capacité de c
visions en faisant éco
mercure contenu dan
branche manométrique
deux traits notés, et
pesant, comme nous l
déjà vu à propos du vo
nomètre. Il faut aussi
naître exactement la température du gaz sorti du réservoir;
pourquoi tout l'appareil manométrique est placé dans une
rectangulaire, qui contient de l'eau dont la températur
donnée par un thermomètre. Une des faces de la cuve est fo
d'une glace transparente qui permet de faire les lectures. l
tout le reste l'appareil ne diffère pas du précédent.

Après avoir disposé l'expérience comme pour la mesur
coefficient d'augmentation de pression, avoir refroidi le rése
à 0° et avoir amené le mercure à la partie supérieure
branche manométrique graduée, on procède aux mesures

vantes. On note la hauteur barométrique et, si l'on opère sous une pression supérieure à la pression atmosphérique, on y ajoute la différence de niveau entre les deux branches du manomètre [1] pour avoir la force élastique H du gaz enfermé dans le réservoir; on note aussi le volume très faible occupé par le gaz à la partie supérieure de la branche manométrique graduée, et la température $t$ de l'eau de la cuve, que nous prendrons comme température ambiante.

On porte ensuite le réservoir à une température T (par exemple à la température de la vapeur d'eau bouillante exactement connue par la hauteur barométrique), et l'on fait écouler du mercure des deux branches manométriques à la fois pour maintenir constante (ou à très peu près) la pression du gaz. On note alors le nombre de divisions occupées dans la branche manométrique graduée par le gaz sorti du récipient, et l'on détermine comme ci-dessus la force élastique H' du gaz et la température $t'$ de l'eau de la cuve.

Représentons, d'une façon générale, par $\beta_t$ le coefficient de dilatation moyen du gaz de 0° à $t$° sous la pression à laquelle on opère. Désignons par V le volume du réservoir à 0°, et par $v$ et $v'$ les volumes apparents du gaz en dehors du réservoir (tubes de communication et branche manométrique graduée) dans chacun des deux états, c'est-à-dire la capacité que possèdent à 0° les enveloppes de verre qui renferment ces masses gazeuses. Celles-ci ont alors pour volumes réels $v(1+K_t)$ et $v'(1+K_{t'})$, en appelant $K_t$ la dilatation du verre entre 0° et $t$°.

Nous avons une même masse de gaz successivement dans deux états différents; comme dans chacun d'eux la masse gazeuse est partagée en deux parties à des températures inégales, il convient, pour établir l'équation qui fournira $\beta$, de réduire isolément à 0° le volume de chacune de ces deux parties et de les ajouter pour avoir à 0° le volume de la masse gazeuse totale.

(1) On peut aussi opérer sous une pression inférieure à la pression atmosphérique; dans ce cas, on retranche de la hauteur barométrique la différence de niveau entre le mercure des deux branches pour avoir H.

Au moyen des données du premier état on obtient :

$$V + \frac{v(1 + K_t)}{1 + \beta_t t}$$

Au moyen des données du deuxième état on obtient :

$$\frac{V(1 + K_T)}{1 + \beta_T T} + \frac{v'(1 + K_{t'})}{1 + \beta_{t'} t'}$$

Si la pression était restée exactement la même, il n'y au[illegible]ait qu'à égaler ces deux sommes pour obtenir l'équation ; mais com[illegible] elle a pu un peu varier, on a, en appliquant la loi de Mariot[illegible]te, l'égalité :

$$\left[V + \frac{v(1 + K_t)}{1 + \beta_t t}\right] H = \left[\frac{V(1 + K_T)}{1 + \beta_T T} + \frac{v'(1 + K_{t'})}{1 + \beta_{t'} t'}\right] H'$$

Comme les températures $t$ et $t'$ sont peu élevées, et que tou[illegible]tes les expériences sur les dilatations des gaz montrent que [illegible] les coefficients de dilatation varient à peine avec la températu[illegible]re, on peut sans erreur prendre les trois coefficients $\beta_t$, $\beta_{t'}$ et [illegible] comme égaux entre eux, et alors la résolution de l'équation p[illegible]ré-cédente par la méthode des approximations successives [illegible]fait connaître ce coefficient [1].

Il est inutile d'insister sur la manière dont on peut appliq[illegible]uer cette méthode à l'évaluation de la température d'une encein[illegible]te, $\beta_T$ étant considéré alors comme une constante absolument in[illegible]dé-pendante de la température. Mais rappelons ici ce que nous av[illegible]ons déjà dit plus haut : il est moins facile de mesurer exactem[illegible]ent une augmentation de volume qu'une augmentation de force éla[illegible]stique.

1 Dans la résolution de l'équation on pourra très bien, pour la prem[illegible] fois, remplacer $\beta_t$ et $\beta_{t'}$ par 0,0036[illegible], coefficient de dilatation fourni à Reg[illegible] par la méthode de Dulong et Petit.

ue ; en outre, une portion très notable du gaz emprisonné dans appareil passe en dehors du réservoir et ne se trouve plus à la empérature T que l'on veut évaluer, d'où la nécessité d'un terme correctif $\frac{v'(1+K_{t'})}{1+\beta t'}$ très important. Ces deux raisons ont fait abandonner cette méthode pour la thermométrie.

**6. RÉSULTATS OBTENUS DANS L'ÉTUDE DE LA DILATATION DES GAZ.** Le tableau suivant, extrait du mémoire de Regnault, donne les résultats obtenus par ce physicien dans l'étude de la dilatation des gaz.

| | Coefficient d'augmentation de pression moyen entre 0° et 100° (La pression étant celle de l'atmosphère à 0°). | Coefficient de dilatation moyen entre 0° et 100°, sous la pression constante de l'atmosphère. |
|---|---|---|
| Hydrogène (1) | 0,003 667 | 0,003 661 |
| Air | 0,003 665 | 0,003 670 |
| Azote | 0,003 668 | » |
| Oxyde de carbone | 0,003 667 | 0,003 669 |
| Acide carbonique | 0,003 688 | 0,003 710 |
| Protoxyde d'azote | 0,003 676 | 0,003 719 |
| Acide sulfureux | 0,003 845 | 0,003 903 |
| Cyanogène | 0,003 829 | 0,003 877 |

Nous ferons d'abord remarquer que le coefficient de dilatation est plus grand que le coefficient d'augmentation de pression, sauf pour l'hydrogène où c'est l'inverse, et que la différence est plus forte pour les gaz facilement liquéfiables (acide sulfureux, cyanogène...) que pour les gaz difficilement liquéfiables (air, oxyde de carbone...). Ce résultat justifie pleinement les prévisions que nous avons faites (Chap. Ier, § 12), d'après la loi exacte de la compressibilité des gaz.

(1) L'oxygène ne figure pas dans ce tableau. Les résultats que fournit ce gaz ne sont pas concordants parce qu'il est légèrement absorbé par le mercure.

En outre, les deux espèces de coefficients ne sont pas exactement égaux pour les divers gaz, comme le veut la loi de Gay-Lussac. Cette loi n'est donc qu'approchée, comme la loi de Mariotte; mais la différence entre les coefficients de dilatation est très faible pour les gaz difficilement liquéfiables.

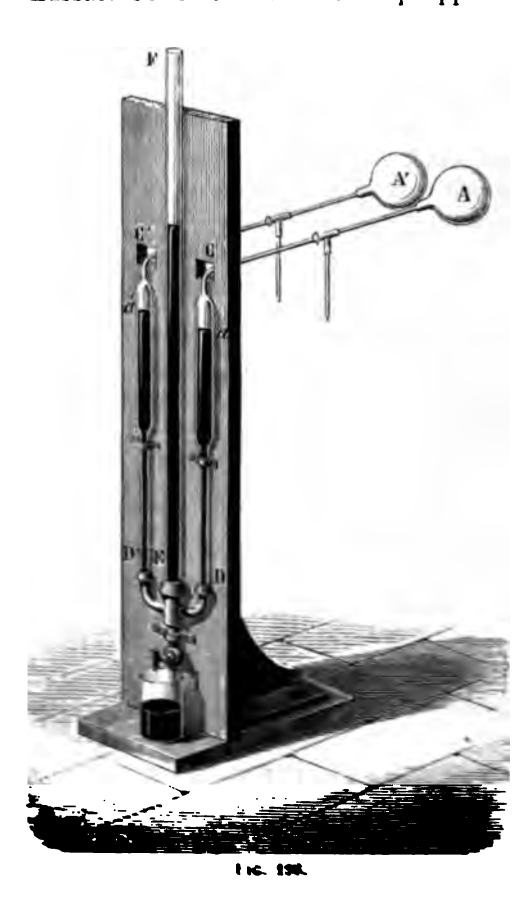


FIG. 198.

La loi de Gay-Lussac était considérée comme parfaitement rigoureuse avant les travaux de Regnault; aussi ce physicien voulut montrer, par une expérience comparative, l'inégalité des coefficients de dilatation de gaz différents, pour qu'on ne pût pas attribuer aux erreurs d'expériences le résultat qu'il avait obtenu.

L'appareil dont il se servit pour cela (fig. 198) différait d'un double thermomètre à air qu'en ce que les branches manométriques fermées CD et C'D' communiquaient avec la même branche ouverte EF. Les deux ballons A et A' étaient placés côte à côte dans une même enceinte, permettant de les entourer de glace ou de vapeur d'eau bouillante. Ils étaient formés du même verre et présentaient à peu près la même capa-



cité. Pourtant comme ces capacités n'étaient pas exactement égales, on avait disposé du volume des tubes de communication de façon que le rapport $\frac{v}{V}$ du volume $v$ des tubes jusqu'au trait de repère au volume V du ballon, fût le même pour les deux appareils.

Dans ces conditions, l'équation du thermomètre à air (Chap. II, § 9, p. 415), qui peut se mettre sous la forme

$$\left(1 + \frac{v}{V}\frac{1}{1+\alpha t}\right)H = \left(\frac{1+K_T}{1+\alpha T} + \frac{v}{V}\frac{1}{1+\alpha t'}\right)H'$$

montre que si $\alpha$ était le même pour les gaz contenus dans les deux ballons et amenés à une même force élastique H quand ils étaient à 0°, la force élastique finale H' devait être aussi la même lorsqu'on les portait à une commune température T. Comme les traits de repère $a$ et $a'$ étaient placés dans un même plan horizontal, la colonne de mercure qu'on versait alors dans la branche ouverte FE pour ramener le niveau du mercure en $a$, devait ramener aussi le niveau du mercure au trait de repère $a'$. Il en devait être autrement si le coefficient $\alpha$ n'avait pas la même valeur pour les deux gaz contenus en A et en A'.

Pour s'assurer que l'appareil ne présentait aucune cause d'erreur, Regnault introduisit d'abord de l'air dans les deux ballons, en prenant les précautions habituelles. Il fit l'expérience comme pour déterminer le coefficient $\alpha$, et constata que la colonne de mercure versée dans FE, qui ramenait le niveau en $a$, le ramenait aussi en $a'$. Puis, laissant de l'air dans le ballon A, il remplaça ce gaz par de l'acide sulfureux dans A', et refit l'expérience. Cette fois la colonne de mercure ajoutée en FE, qui ramenait le niveau en $a$, était insuffisante pour le ramener en $a'$; pour obtenir ce dernier résultat il fallait une colonne de mercure un peu plus haute. Cette expérience montre d'une façon irréfutable que l'acide sulfureux possède un coefficient d'augmentation de pression supérieur à celui de l'air.

Le coefficient d'augmentation de pression d'un gaz, autre que l'air, est-il variable avec la température donnée par le thermo-

mètre à air ? Regnault a résolu cette question, en comparant la température indiquée par un thermomètre à air, à volume constant, et par un thermomètre formé d'un autre gaz, les deux réservoirs étant placés côte à côte dans une même enceinte. Il a trouvé que les thermomètres à air, à hydrogène et à acide carbonique donnaient exactement les mêmes indications. Le coefficient d'augmentation de pression étant constant pour l'air, d'après la définition de la température, cette expérience montre qu'il est constant aussi pour l'hydrogène et l'acide carbonique. Dès lors on peut affirmer sans crainte qu'il en est de même pour tous les gaz qui obéissent à peu près à la loi de Mariotte. Mais les températures indiquées par un thermomètre à air et par un thermomètre à acide sulfureux ne furent plus exactement égales comme le montre le tableau suivant :

| Thermomètre à air | Thermomètre à acide sulfureux. |
|---|---|
| 0° | 0° |
| 92,63 | 92,63 |
| 98,12 | 98,12 |
| 102,45 | 102,38 |
| 185,42 | 184,20 |
| 257,17 | 254,93 |
| 290,90 | 297,18 |
| 310,30 | 307,41 |

Il est aisé de voir, d'après ces expériences, que la température étant définie par le thermomètre à air, et le nombre 0,003845 étant le coefficient d'augmentation de pression moyen entre 0° et 100° de l'acide sulfureux, ce coefficient entre 0° et 310° n'est plus que 0,003 809 [1]. Ainsi, pour les gaz très facilement liqué-

(1) L'expérience du thermomètre à gaz donne, pour le gaz considéré, la valeur du produit $\alpha T$. Si l'on veut en déduire la température T, on prend pour $\alpha$ une valeur constante, qui est le coefficient d'augmentation de pression entre 0° et 100°, soit 0,003845 pour l'acide sulfureux ; on trouve par exemple pour T la valeur 307,41 correspondant à la température 310°,30 du thermomètre à air, dans ce cas, le produit $\alpha T$ a donc pour valeur

fiables le coefficient diminue un peu quand la température s'élève.

Enfin, les expériences de Regnault ont montré que les coefficients de dilatation ou d'augmentation de pression des gaz ne sont pas absolument indépendants de la pression, comme les expériences de Davy l'avaient fait admettre. Voici deux tableaux qui donnent les résultats que Regnault a obtenus à ce sujet.

**Coefficient de dilatation moyen entre 0° et 100° sous pression constante.**

| | | Sous la pression de | | Sous la pression de |
|---|---|---|---|---|
| Air.......... | 0,003 670 6 | 76 cent. de mercure | 0,003 694 4 | 252°,5 de mercure |
| Hydrogène... | 0,003 661 3 | Id. | 0,003 661 6 | 254°,6 » |
| Acide carbonique.. | 0,003 709 9 | Id. | 0,003 845 5 | 252°,2 » |
| Acide sulfureux.. | 0,003 903 | Id. | 0,003 980 4 | 98°,3 » |

**Coefficient d'augmentation de pression à volume constant pour différentes pressions initiales.**

| | Pression du gaz à 0° en cent. de mercure | Coefficient d'augmentation de pression moyen entre 0° et 100° | Pression en cent. de mercure du gaz à 0° | Coefficient d'augmentation de pression moyen entre 0° et 100° |
|---|---|---|---|---|
| Air | 10,975 | 0,003 644 8 | 76,000 | 0,003 665 0 |
| | 17,443 | 0,003 647 8 | 167,840 | 0,003 676 0 |
| | 26,615 | 0,003 652 5 | 214,418 | 0,003 689 4 |
| | 37,467 | 0,003 658 7 | 365,556 | 0,003 709 1 |
| Acide carbonique | 75,847 | 0,003 685 6 | 174,293 | 0,003 752 3 |
| | 90,109 | 0,003 694 3 | 358,907 | 0,003 859 8 |

0,003 845 × 307,41. Si au contraire dans le produit $\alpha T$, nous considérons T comme étant la température (310,30) donnée par le thermomètre à air, alors $\alpha$ sera le coefficient d'augmentation de pression de l'acide sulfureux entre 0° et 310°,30 et l'on aura :

$$\alpha \times 310,30 = 0,003845 \times 307,41 \qquad \text{d'où : } \alpha = 0,003809$$

On voit que les deux coefficients croissent avec la pression; l'augmentation à peine sensible pour l'hydrogène est notable pour l'acide carbonique et l'acide sulfureux.

Il en résulte une conséquence importante, c'est que la loi de compressibilité des gaz facilement liquéfiables, qui s'écarte notablement de la loi de Mariotte à la température ordinaire, s'en écarte de moins en moins quand la température s'élève. En effet, soient V et H le volume et la force élastique d'une masse gazeuse à 0°, et V' le volume de cette masse à la même température 0°, pour une force élastique plus considérable H'; posons :

$$\frac{VH}{V'H'} = 1 + \varepsilon_0$$

En conservant au gaz la force élastique H, portons-le à la température $t$; son volume deviendra $V_t = V(1 + \beta t)$.

Si nous le portons à cette température $t$ en le maintenant à la force élastique H', son volume deviendra $V'_t = V'(1 + \beta' t)$.

En remplaçant dans la relation

$$\frac{V_t H}{V'_t H'} = 1 + \varepsilon_t$$

V et $V'_t$ par leur valeur, il vient :

$$1 + \varepsilon_t = \frac{VH(1 + \beta t)}{V'H'(1 + \beta' t)} = (1 + \varepsilon_0)\frac{1 + \beta t}{1 + \beta' t}$$

Or $\beta'$, coefficient de dilatation pour la force élastique H', étant plus grand que $\beta$, coefficient pour la force élastique H, la quantité $\varepsilon_t$ est plus petite que la quantité positive $\varepsilon_0$, et la différence (sensiblement égale à $(\beta - \beta')t$), est d'autant plus grande que $t$ est plus considérable; c'est-à-dire que $\varepsilon_t$ diminue quand la température 'élève.



**7. RÉSUMÉ DES CONNAISSANCES ACQUISES SUR LES GAZ.** — Les

lois de Mariotte et de Gay-Lussac ne sont que des lois approchées, mais dont les gaz s'écartent d'autant moins qu'ils sont plus loin des circonstances de température et de pression nécessaires à leur liquéfaction.

Les gaz qui, comme l'air, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, ne se liquéfient qu'à des températures extrêmement basses, ont aux températures ordinaires une loi de compressibilité si voisine de la loi de Mariotte et des coefficients de dilatation si voisins les uns des autres qu'il a fallu les expériences les plus précises pour mettre le désaccord en évidence.

Toutes les fois par conséquent que les données d'une expérience ne comportent pas une extrême exactitude, ou qu'on n'a pas besoin d'une très grande précision, on peut employer la formule $\frac{VH}{1+\alpha t} =$ constante, pour une même masse gazeuse de volume V possédant une force élastique H à la température $t$ du thermomètre à air, et où $\alpha$ peut se prendre égal à 0,003 67, quelles que soient la température, la pression et la nature du gaz dont il s'agit, pourvu qu'il ne puisse se liquéfier qu'à une température très inférieure à $t$.

Si l'on désire plus d'exactitude, on pourra continuer à appliquer la loi de Mariotte, quand les changements de volume ou les changements de force élastique sont peu considérables, et employer pour $\alpha$ le coefficient de dilatation propre au gaz considéré, si la force élastique change peu avec la température, et au contraire le coefficient d'augmentation de pression de ce gaz, si c'est le volume qui n'éprouve que de faibles variations.

Enfin il est présumable, qu'à une température très élevée, tous les gaz obéiraient à la loi de Mariotte et auraient un même coefficient de dilatation (ne se distinguant plus du coefficient d'augmentation de pression).

# CHAPITRE VI

## FUSION — SOLIDIFICATION

1. **CHANGEMENT D'ÉTAT.** — Tous les corps solides convenablement chauffés passent à l'état liquide, *fondent*, suivant l'expression consacrée, pourvu, bien entendu, qu'ils puissent supporter cet échauffement sans se décomposer.

Si la cire, le soufre, l'étain fondent facilement, le fer, le platine exigent des températures très élevées pour entrer en fusion ; quant au charbon, Despretz a dû recourir à l'énorme élévation de température obtenue par le courant fourni par 500 ou 600 éléments Bunsen passant dans une mince baguette de graphite, pour voir ce charbon se ramollir et subir ainsi un commencement de fusion. Le même physicien a montré que le bore, le silicium, la magnésie, la chaux et un grand nombre de substances, qui jusqu'alors passaient pour infusibles, peuvent être fondues à la température extrêmement élevée, produite par l'arc voltaïque.

Réciproquement un corps liquide convenablement refroidi prend l'état solide : l'eau se solidifie à 0°, le mercure vers — 40°; dans un mélange de protoxyde d'azote solide et d'éther l'alcool s'épaissit, devient visqueux au point de ne pouvoir plus couler. Si l'on n'a pu obtenir la solidification complète de ce corps, si l'on n'a pu congeler quelques autres liquides en très petit nombre, comme le sulfure de carbone, le chlore ou l'acide chlorhydrique, cela tient uniquement à ce que les moyens frigorifiques employés n'étaient pas assez puissants. On

donc admettre aussi que tout corps liquide amené à une température suffisamment basse se solidifie.

D'un autre côté, tous les liquides émettent des *vapeurs*, c'est-à-dire que ces corps de liquide passent à l'état de gaz, et cela en général à toutes températures, mais plus rapidement dans les mêmes circonstances, quand la température s'élève. Les corps solides eux-mêmes peuvent se vaporiser, sans passer par l'état liquide : le camphre, l'iode émettent des vapeurs dès la température ordinaire, et un fragment de ces corps exposé à l'air, finit par disparaître entièrement par suite de leur volatilisation. Du reste, il est bien prouvé aujourd'hui que l'organe de l'odorat ne peut être affecté que par des gaz ; or, un très grand nombre de corps solides ont une odeur même à froid ; il faut en conclure qu'ils se vaporisent.

Inversement les gaz peuvent tous être amenés à l'état liquide par un froid suffisamment intense.

L'oxygène, l'azote, l'hydrogène qui pendant si longtemps ont passé pour des gaz permanents ont pu être liquéfiés grâce aux beaux travaux de M. Cailletet et de M. Pictet.

Un corps du reste peut passer directement de l'état gazeux à l'état solide sans passer par l'état liquide : tels sont, par exemple, le camphre, l'iode, l'eau au-dessous de 0°.

Quoique le mot de *vapeur* soit employé plus spécialement pour désigner le gaz provenant de la volatilisation d'un corps que nous connaissons surtout à l'état liquide ou solide (eau, iode), on ne peut établir aucune distinction scientifique entre les *vapeurs* et les *gaz*, puisque tout gaz peut se considérer comme la vapeur d'un certain liquide.

En résumé, on voit qu'une même substance peut généralement exister sous les trois états : solide, liquide, gazeux.

**2. LOI DE LA FUSION.** — Suivant la nature du corps solide, deux modes de fusion peuvent se présenter. Certaines substances fondent brusquement (glace, soufre, étain), et le retour de l'état liquide à l'état solide se fait de même sans intermédiaires. D'autres substances au contraire se ramollissent avant de fondre, puis deviennent visqueuses, et c'est par degrés insensibles que s'effectue le passage de l'état parfaitement solide à l'état parfai-

tement liquide. Le retour de ce dernier état au premier a lieu graduellement aussi par la même série d'états intermédiaires. On dit que ces corps subissent la *fusion pâteuse*. Tels sont la cire à cacheter, la gutta-percha, le verre, le fer et un très grand nombre d'autres corps; parmi eux on peut encore citer l'alcool et le carbone, qui, d'après les expériences rapportées plus haut, subissent la fusion pâteuse aux deux températures les plus extrêmes que les physiciens ont su obtenir.

La loi suivante, d'après son énoncé même, ne s'applique qu'aux substances de la première catégorie.

*Pendant toute la durée de la fusion d'un corps, le mélange du solide et du liquide conserve une température invariable quelles que soient les causes de réchauffement extérieures. Cette température est toujours la même pour une même substance soumise à la même pression.*

*On l'appelle le point de fusion.*

Il est inutile d'insister sur la démonstration de cette loi expérimentale : l'énoncé même l'indique. Faisons pourtant remarquer que si le thermomètre permet aisément de la vérifier dans le cas des corps, bons conducteurs de la chaleur, comme l'eau ou un métal, il se présente quelques difficultés pour les corps mauvais conducteurs comme le soufre, parce qu'alors le liquide qui baigne le thermomètre n'a généralement pas la même température dans toutes ses parties. En agitant beaucoup le mélange du solide et du liquide, qui provient de sa fusion, on arrive à rendre la température de la masse plus homogène, et la vérification se fait mieux. On ne saurait douter du reste, par analogie avec ce qui se passe pour les corps bons conducteurs, que la température des couches du liquide et du solide immédiatement au contact ne soit constante : c'est le véritable point de fusion du corps.

Comme nous le verrons dans un prochain paragraphe, il faut des augmentations énormes dans la pression pour changer un peu la valeur du point de fusion. Les variations de la pression atmosphérique sont beaucoup trop faibles, pour entraîner un changement de la température de fusion sensible au thermomètre même le plus délicat. C'est pourquoi, dans les circonstances ordi-

naires, celle-ci ne dépend que de la nature du corps et en est une des caractéristiques les plus importantes.

Voici un tableau donnant les températures auxquelles fondent les substances les plus communes [1].

POINT DE FUSION

| | | | |
|---|---|---|---|
| Acide sulfureux | — 78,9 | Camphre | + 175 |
| Mercure | — 39,5 | Lithium | 180 |
| Alcool amylique | — 23 | Arsenic | 210 |
| Hypoazotide | — 9 | Sélénium | 217 |
| Brôme | — 7,5 | Etain | 235 |
| Eau | 0 | Bismuth | 265 |
| Benzine | + 7 | Plomb | 335 |
| Acide acétique | 17 | Chlorure d'argent | 350 |
| Phosphore | 44,2 | Antimoine | 440 |
| Potassium | 55 | Aluminium | 600* |
| Acide margarique | 60 | Argent | 1000* |
| Acide stéarique | 70 | Cuivre | 1050* |
| Naphtaline | 78 | Or | 1250* |
| Sodium | 90 | Fer | 1500* |
| Iode | 107 | Palladium | 1700* |
| Soufre | 114,5 | Platine . . . au delà de | 1700 |

Un nombre marqué de (*) ne doit être considéré que comme une valeur approchée seulement.

On voit, en parcourant ce tableau, que les points de fusion des diverses substances s'étendent sur toute l'échelle des températures que nous pouvons obtenir.

**3. Loi de la solidification. — Surfusion.** — Dès qu'un corps solide est arrivé à son point de fusion, pour peu qu'on le soumette à une cause d'échauffement, il fond *toujours*. De même lorsqu'un corps liquide est amené au point de fusion du solide correspondant, il passe généralement à l'état solide si on le soumet à une cause de refroidissement.

Le point de *solidification* est ainsi le même que le point de

(1) Ce tableau a été extrait de l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1883.

fusion, et pendant toute la durée du phénomène ***le mélange de liquide et de solide conserve la même température quelles que soient les causes de refroidissement extérieures.***

Pourtant il n'en est pas toujours ainsi : avec quelques précautions on peut abaisser la température d'un liquide au-dessous du point de fusion sans amener la solidification.

Ce phénomène, qui a reçu le nom de ***surfusion***, a été découvert par Fahrenheit. Ce physicien enfermait de l'eau dans un ballon de verre à col effilé, qu'il fermait ensuite à la lampe; dans ces conditions il pouvait abaisser la température de l'eau au-dessous de 0° sans qu'elle se congelât; une secousse produisait alors la solidification.

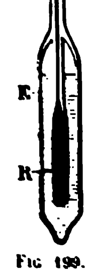



Fig. 199.

L'appareil représenté figure 199 permet de répéter aisément cette expérience dans un cours : c'est un cylindre renfermant de l'eau E privé d'air par l'ébullition; au milieu de celle-ci plonge le réservoir R d'un thermomètre, qui en indique la température. On place ce petit appareil dans un mélange réfrigérant, et l'on constate que l'eau conserve l'état liquide à plusieurs degrés au-dessous de 0°. Une brusque agitation produit alors la congélation, et la température remonte brusquement à cause de la chaleur créée par ce changement d'état.

Despretz a observé que de l'eau contenue dans des tubes capillaires pouvait être portée jusqu'à — 20° sans qu'elle se congelât. M. Dufour a obtenu le même résultat en maintenant des globules d'eau en suspension dans un liquide de même densité formé d'un mélange de chloroforme et d'huile d'amande douce.

Le phosphore fond à 44°,2; M. Schrœtter a pu l'amener à l'état liquide jusqu'à la température de — 5°. Le soufre possède un point de fusion voisin de 115°; or M. Gernez a pu abaisser la température de globules de soufre fondu, en suspension dans une dissolution de chlorure de zinc de même densité que le soufre, jusqu'à la température ordinaire.

Le contact de l'air, l'agitation, les vibrations font cesser le

plus souvent l'état de surfusion, et la solidification s'opère brusquement. Pourtant ces moyens ne réussissent pas toujours ainsi le phosphore, qui fond à 44°, 2 peut rester liquide jusque vers 30° malgré les agitations et le contact de l'air.

Mais un moyen infaillible pour faire cesser la surfusion est de mettre au contact du corps surfondu un cristal identique à celui qui peut se produire par sa solidification. Une parcelle cristalline suffit à cet effet.

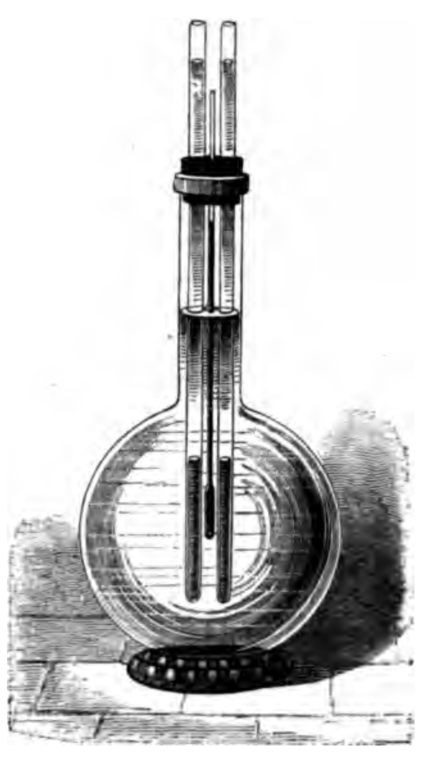


Fig. 200

Le phosphore blanc surfondu se solidifie immédiatement au contact d'une trace de phosphore blanc solide. La solidification se propage d'autant plus rapidement dans la masse surfondue que la température de celle-ci a été plus abaissée au-dessous du point de fusion, comme l'a montré M. Gernez. Le même auteur a fait voir que le phosphore rouge, qui, au point de vue physique, diffère complètement du phosphore blanc, est incapable par son contact de faire cesser l'état de surfusion du phosphore blanc.

M. Gernez emploie la disposition suivante pour montrer ces phénomènes. Dans un grand ballon B (fig. 200) rempli d'eau, on place un thermomètre et un ou plusieurs tubes contenant du phosphore blanc. On porte d'abord l'eau à une température un peu supérieure à 44°, 2 pour faire fondre le phosphore, puis on retire le ballon du feu. A cause de la grande

masse d'eau, le refroidissement est lent, et la surfusion se produit aisément (1).

On doit encore à M. Gernez les expériences curieuses que voici : du soufre fondu est porté vers 170°, puis refroidi et amené à l'état de surfusion entre 90° et 100°. Si l'on projette alors dans la masse un cristal de soufre octaédrique la surfusion cesse, et le soufre cristallise en *octaèdres* autour du cristal introduit. Si l'on projette dans le liquide un cristal de soufre prismatique, la cristallisation donne naissance à du soufre *prismatique*, et elle se propage avec une vitesse environ trente fois plus grande que dans le cas précédent. Enfin, si l'on vient, dans ce même liquide, à exercer un frottement contre le fond du vase à l'aide d'une tige de fer dépolie à son extrémité, la surfusion cesse encore, et les cristaux de soufre qui se produisent constituent une troisième variété cristalline, se distinguant en particulier du soufre prismatique et du soufre octaédrique par une vitesse de cristallisation intermédiaire, cinq fois plus grande que celle de cette dernière variété et, par conséquent, $\frac{1}{6}$ seulement de celle de la première.

Au moment où la surfusion cesse la température s'élève brusquement, à cause de la chaleur créée par la solidification. Si le corps surfondu n'a été amené que peu au-dessous de son point de fusion, la température remonte exactement jusqu'à cette valeur, et une portion seulement de la substance repasse à l'état solide. Mais quand la température du corps surfondu est notablement inférieure au point de fusion, il peut arriver que toute la masse se solidifie sans que la chaleur créée soit suffisante pour élever sa température jusqu'au point de fusion.

En résumé, un liquide surfondu a ses particules, non pas dans un état d'équilibre *instable*, dans le sens précis que la Mé-

(1) Si l'on veut garder longtemps l'appareil, il est bon de colorer l'eau du ballon en jaune, en y faisant dissoudre quelques cristaux de bichromate de potasse ; on évite ainsi l'action de la lumière sur le phosphore blanc, et sa transformation partielle en phosphore rouge.

Il est bon aussi, par prudence, de recouvrir d'un peu d'eau le phosphore, pour éviter son inflammation.

canique attache à cette expression, mais dans un état d'équilibre *peu stable*, qu'une faible cause suffit à détruire. Il en est comme d'une pierre, qui peut être en équilibre stable au sommet d'une montagne, mais qu'un faible effort peut déranger de sa position et qui, sous son poids, roulera ensuite jusqu'au bas de la montagne.

La surfusion est souvent une gêne quand on veut prendre le point de solidification d'un liquide, pour le point de fusion du solide correspondant. On peut alors procéder ainsi : on refroidit lentement le liquide, en tâchant de maintenir sa température aussi uniforme que possible par l'agitation ; puis on y projette de temps à autre une parcelle du corps solide correspondant. Dès que le liquide sera au-dessous du point de fusion, celle-ci produira la solidification, et la température montera exactement à ce point, puisqu'elle se sera peu abaissée au-dessous. C'est ainsi que M. Gernez est arrivé à obtenir exactement le point de fusion du soufre.

**4. CHANGEMENT DE VOLUME QUI ACCOMPAGNE LA FUSION OU LA SOLIDIFICATION.** — Un corps, en se liquéfiant ou en se solidifiant éprouve généralement une brusque variation de volume. Dans la majorité des cas, le liquide a un volume plus grand, à la même température, que le solide dont il provient, et par conséquent la densité du solide est plus grande que celle du liquide. On s'en aperçoit immédiatement parce que les fragments du corps solide restent au fond du bain provenant de sa fusion.

Quelques corps pourtant se comportent autrement, le solide venant flotter à la surface du liquide ; tels sont l'eau, l'argent, le bismuth, l'antimoine et la fonte de fer : en se solidifiant ils augmentent brusquement de volume.

M. H. Kopp a fait l'étude de ce phénomène. Le corps solide étudié était placé dans le réservoir d'un thermomètre à tige graduée [1], contenant un liquide dont la nature a varié dans les diverses expériences (huile d'olive, essence de térébenthine,

[1] Le plus souvent ce réservoir était constitué par un petit tube à essai, fermé à sa partie supérieure par un bouchon traversé par la tige graduée. Ce dispositif permettait d'introduire facilement le corps et le liquide.

acide sulfurique, etc.), et qui ne devait ni attaquer ni dissoudre le corps qu'il baignait. Il portait l'appareil à 0° et ensuite à des températures voisines du point de fusion, et il observait la position de la colonne liquide.

Désignons par $U_0$ et $V_0$ les volumes du corps et du liquide qui l'entoure à 0° (volumes obtenus par des pesées et par la connaissance des densités), par $\alpha_t$ et $K_t$ la dilatation du liquide et du verre entre 0° et $t$°, et par $\varepsilon_t$ l'augmentation de volume que subit entre les mêmes limites de température, la masse du corps occupant l'unité de volume à 0°, quelle que soit la cause de cette augmentation. Soit, en outre, $v$ le volume à 0° d'une division de la tige et $n$ le nombre de divisions dont s'avance la colonne liquide quand l'instrument passe de 0° à $t$°.

En écrivant que le volume du contenu égale celui du contenant, on obtient l'égalité suivante

$$U_0(1+\varepsilon_t)+V_0(1+\alpha_t)=(U_0+V_0+nv)(1+K_t)$$

qui fait connaître $\varepsilon_t$.

Or, on trouve qu'entre deux températures $t'$ et $t''$ très voisines et prises de part et d'autre du point de fusion, la quantité $\varepsilon_t$ subit une variation rapide ; la différence $(\varepsilon_{t''}-\varepsilon_{t'})$ est l'accroissement de volume (positif ou négatif) qu'éprouve, par suite de la fusion, la masse du corps occupant l'unité de volume à 0°.

Le tableau suivant donne les principaux résultats obtenus ainsi :

| | $\varepsilon_{t''}-\varepsilon_{t'}$ | Point de fusion |
|---|---|---|
| Phosphore | + 0,034 3 | 44°,2 |
| Soufre | + 0,050 0 | 115° |
| Acide stearique | + 0,110 0 | 70° |
| Stéarine | + 0,049 6 | 60° |
| CaCl + 6HO | + 0,096 5 | 29° |

La méthode que nous venons d'indiquer fournissait aussi à M. H. Kopp le coefficient de dilatation des corps sous les deux états solide et liquide. Les expériences ont montré que le coefficient de dilatation du solide n'est généralement pas le même que celui du liquide; ainsi le phosphore a pour coefficient de dilatation 0,000383 à l'état solide et 0,000506 à l'état liquide.

D'après M. Dufour le poids spécifique relatif de la glace à 0° est 0,9177 (1). Comme celui de l'eau liquide à 0° est 0,9999, on voit qu'en se solidifiant il se produit une expansion égale à $\frac{0,9999}{0,9177} - 1 = 0,0896$ pour la masse d'eau qui occupe à l'état liquide l'unité de volume à 0° (2).

L'augmentation de volume qu'éprouve l'eau en se solidifiant, reconnue déjà par Galilée, est un fait qui joue un grand rôle dans les phénomènes de la nature, et sur lequel il convient d'insister.

Quand un vase est plein d'eau et que celle-ci se congèle le vase éclate. En effet ses parois, pour résister à l'expansion, devraient produire l'énorme pression nécessaire pour ramener le volume de la glace à celui de l'eau dont elle provient. Pour le montrer, on répète dans les cours une expérience due à Huyghens: on remplit d'eau un canon de pistolet fermé par un bouchon à vis, et on le place dans un mélange réfrigérant. L'eau se congèle, et le

(1) Ce nombre trouvé par M. Dufour s'accorde bien avec celui donné par M. Brunner (0,918) et avec celui trouvé par M. Bunsen (0,917) (Voir Chap. XVI, § 4). Mais les expériences de M. H. Kopp conduisent à un nombre beaucoup plus faible (0,814). Nous adoptons, sans hésitation, le résultat fourni par les trois premiers auteurs qui, par des voies différentes, arrivent à des nombres presque identiques.

(2) L'eau exposée à l'air a dissous des gaz; quand elle se congèle, ceux-ci se dégagent de la dissolution, mais restent emprisonnés sous forme de bulles au milieu de la glace, dont ils augmentent le volume apparent. L'expansion produite par la congélation de l'eau paraît ainsi plus grande qu'elle ne l'est réellement. C'est même ce qui avait fait croire à Huyghens, à Mariotte et à plusieurs autres physiciens de la même époque, que l'expansion observée était uniquement due au dégagement de l'air dissous.

Dans les expériences de M. Dufour, et dans les autres expériences précises faites sur le sujet qui nous occupe, on a eu soin de prendre de l'eau bien purgée d'air par l'ébullition et donnant de la glace parfaitement exempte de bulles.

canon se fend dans toute sa longueur avec un léger bruit. Le major Eward William à Québec, ayant exposé une bombe pleine d'eau au grand froid qui règne l'hiver à ces hautes latitudes, la vit éclater circulairement, et un bourrelet de glace s'échappa par la fente.

Ces expériences nous expliquent un certain nombre de phénomènes naturels. Les pierres poreuses s'imbibent d'eau pendant la saison chaude ; l'hiver venu, cette eau se congèle, et l'expansion désagrège la pierre. Les morceaux restent pourtant en place, soudés les uns aux autres par la glace ; mais au dégel ils se séparent et la pierre s'émiette. Aussi ces pierres poreuses, dites pierres *gélives*, ne peuvent-elles pas être employées dans les constructions. C'est par suite d'un phénomène du même genre que les éboulements sont si fréquents dans les montagnes à l'époque de la fonte des neiges.

Par les grands froids les liquides aqueux que contiennent les végétaux se congèlent, et les vaisseaux qui les renferment éclatent : la plante meurt par la gelée. Faisons remarquer qu'il faut en général pour cela une température notablement inférieure à 0°, parce que les liquides contenus dans la plante, n'étant pas de l'eau pure, se solidifient normalement au-dessous de 0° ; en outre, étant contenus dans des vaisseaux capillaires, le phénomène de la surfusion se produit très aisément.

Si l'expansion qu'éprouve l'eau en se congelant présente des inconvénients, elle a, par contre, une heureuse influence pour la conservation de la vie dans les lacs et les cours d'eau. L'eau se refroidit par sa surface seulement, grâce au rayonnement et un peu aussi à l'évaporation dont celle-ci est le siège. Aussi est-ce à la surface que la glace se forme lors des grands froids. Si celle-ci était plus dense que l'eau, elle tomberait au fond, et serait remplacée à la surface par de l'eau qui se solidifiant à son tour tomberait au fond, et ainsi de suite ; en peu de temps toute la masse d'eau serait congelée : la vie des animaux et des plantes emprisonnés dans la glace serait impossible. Mais il n'en n'est pas ainsi ; grâce à sa légèreté spécifique, la glace flotte, et reste à la surface où elle s'est formée. Comme elle conduit fort mal la chaleur, elle empêche le refroidissement de l'eau qui se trouve au-dessous, d'autant mieux que sa couche est plus

épaisse ; il en résulte que dès qu'elle est un peu profonde, la masse d'eau ne se solidifie jamais entièrement.

**5. INFLUENCE DE LA PRESSION SUR LE POINT DE FUSION.** — En 1850 M. James Thomson, avait conclu, d'après un raisonnement fondé sur les principes de la thermodynamique, et dont nous reproduisons l'analogue plus loin (Chap. XV § 7), que *les substances qui augmentent de volume en se liquéfiant doivent avoir leur point de fusion élevé par une augmentation de la pression qu'elles supportent*; *et qu'au contraire les substances qui diminuent de volume en se liquéfiant doivent avoir leur point de fusion abaissé.* Sans recourir au raisonnement rigoureux de M. James Thomson, on conçoit du reste assez bien qu'une augmentation de pression, gênant un accroissement de volume et en favorisant la diminution, puisse retarder la fusion des substances de la première catégorie et avancer celle de la seconde (1).



FIG. 201.

Sir William Thomson soumit au contrôle de l'expérience les prévisions de M. James Thomson. Il se servit pour cela d'un appareil (fig. 201) imaginé par Œrsted pour étudier la compressibilité des liquides, et que nous avons déjà décrit à propos des expériences de Despretz sur la compressibilité des gaz. Il y introduisit de la glace bien pure, puis un thermomètre à éther assez sensible pour donner le millième de degré centigrade. Celui-ci était enfermé dans un tube de verre scellé T, pour le soustraire à la pression considérable qu'on allait exercer dans l'appareil, et qui aurait pu

(1) Il ne faudrait pas se faire illusion sur la rigueur de ce raisonnement ; il est un peu grossier. Nous le reproduisons ici surtout à titre mnémonique : il permet de se rappeler aisément le sens de la variation.

fausser les indications en diminuant la capacité du réservoir. Ce tube contenait du mercure, qui entourait le réservoir du thermomètre et établissait une bonne conductibilité calorifique avec la glace. A la hauteur de la tige du thermomètre fut versée de l'eau distillée pour permettre de lire ses indications ; une rondelle de plomb D empêchait la glace de monter. Un mélange d'eau et de glace achevait de remplir l'appareil. Enfin la pression était indiquée par un petit manomètre à air comprimé M.

Sous la pression atmosphérique, le thermomètre marquait 0°; mais en enfonçant le piston à l'aide de la vis P on voyait le thermomètre baisser, ce qui montrait que la fusion de la glace se produisait à une température inférieure à 0°. Dans deux expériences faites avec soin, on trouva les nombres — 0°,049 et — 0°,129, pour des forces élastiques de 8 atm. et de 16,8 atm. La moyenne de ces deux expériences donne 0°,0075 pour l'abaissement de température correspondant à une augmentation de force élastique d'une atmosphère. Or, c'est précisément la valeur que le calcul de M. James Thomson avait assignée *a priori* à cette grandeur : la démonstration de l'exactitude de son raisonnement ne pouvait être plus complète.

Depuis ces expériences, M. Mousson est parvenu à liquéfier un cylindre de glace maintenu à — 20° par une énorme pression évaluée à 13 000 atmosphères. L'appareil employé pour cela était un bloc d'acier A (fig. 202) percé d'un canal très légèrement conique, que fermait en bas un cône *f* pressé par une vis C. Dans ce canal s'engageait un long morceau de cuivre *e* très légèrement conique qui fermait le canal. Un écrou EE pouvait en tournant pousser en avant le morceau de cuivre *e* par l'intermédiaire d'un cylindre d'acier D. Après avoir retourné l'appareil (par rapport à la position qu'il occupe sur la figure 202), on enlevait la vis C et le cône *f*, on mettait de l'eau bouillie dans le canal et un petit index en cuivre *d* ; puis on remettait le cône *f* et la vis C, et l'on faisait congeler l'eau. On retournait alors l'appareil dans la position de la figure ; l'index *d* emprisonné dans la glace se trouvait en haut. Après avoir entouré l'appareil d'un mélange réfrigérant le portant à — 20°, on tournait l'écrou EE, qui comprimait la glace et diminuait son volume d'une quantité connue. En enlevant ensuite la vis C et le cône *f*, on trouvait le canal plein de



ui devait être puisqu'on ramenait ainsi la pression l'atmosphère ; mais l'index de cuivre *d*, au lieu d'être ıit en bas du bloc de glace, nsi que la glace s'était liqué- 'énorme pression à laquelle té soumise.



Fig. 202.

ıérience semble prouver que, soit la température, on ne ıgeler l'eau si l'on s'oppose ınt à l'expansion qui résulte fication dans les circonstances Du reste, quand un vase plein e par la gelée, l'eau reste qu'au moment de la rupture, solidifie qu'après l'explosion. ı'ont montré les expériences Eward William et celles plus ites par M. Hagenbach. Ce soumis au froid très vif qui it à Bâle dans l'hiver 1879-80 remplis d'eau. Les obus ont a glace qui est sortie par les avait l'apparence de jets ement congelés. L'eau n'était olidifiée avant l'explosion.

, pour terminer, que M. Bun- ıré sous différentes pressions de liquéfaction du blanc de le la paraffine, substances qui t de volume en se liquéfiant. Il a trouvé conformé- ndications théoriques, que l'augmentation de pression int de fusion.

. — Quand on presse l'un contre l'autre deux morceaux s se soudent aux points de contact. C'est à ce phéno- ı a donné le nom de *regel*.

tion que subit le point de fusion de la glace par suite gement de pression permet d'expliquer le phénomène

du regel dans le cas de morceaux de glace sèche. Au mo[...] où les deux morceaux de glace sont appuyés l'un contre l'a[...] l'excès de pression qui est produit fait fondre un peu de la p[...] superficielle de la glace. Il en résulte une couche d'eau i[...] posée entre eux et à une température un peu inférieure [...] Quand on cesse de presser les deux morceaux l'un co[...] l'autre, cette eau se solidifie immédiatement, puisque la pres[...] redevient celle de l'atmosphère, et que la surfusion ne peu[...] produire en présence du corps solide; les deux morceaux [...] trouvent ainsi soudés l'un à l'autre.

La même explication convient à cette expérience sou[...] répétée dans les cours. Sur un bloc de glace (fig. 203)



Fig. 203.

place un fil de fer tendu par deux poids égaux fixés à ses extrémités. On voit alors le fil pénétrer lentement dans le bloc, tandis que la coupure qu'il forme en passant se remplit de

glace au-dessus du fil. Celui-ci finit par traverser complètement le bloc de glace, dont les deux morceaux restent soudés entre eux. La pression produite par le fil fait fondre la glace; l'eau qui en résulte passe au-dessus du fil et, comme elle est un peu au-dessous de 0°, elle se solidifie immédiatement.

Dans le cas où la glace est couverte d'eau liquide à sa surface, il n'y a même pas besoin de presser les deux morceaux l'un contre l'autre pour les souder, il suffit de les mettre en contact. L'eau intercalée se solidifie, parce que la glace est toujours plus ou moins au-dessous de 0° à son intérieur.

Le regel explique la plasticité apparente de la glace. Si l'on place un morceau de ce corps entre les deux parties d'un moule de buis (fig. 204), et qu'on les appuie fortement l'un contre l'autre, à l'aide d'une presse hydraulique, la glace se pulvérise, et, en même temps, fond partiellement par suite de l'excès de pression. Dès que celle-ci cesse, l'eau intercalée entre les fragments de glace se solidifie, et l'on obtient un bloc transparent et d'apparence bien homogène, ayant pris la forme exacte du moule. On peut faire ainsi des prismes, des lentilles de glace, qui permettent d'étudier les propriétés optiques de ce corps. Cette belle expérience est due à M. Tyndall; elle fait comprendre comment peut avoir lieu l'écoulement lent des glaciers : grâce à la plasticité apparente de la glace, celle-ci se moule exactement sur le fond de la vallée qui sert de lit au glacier.



FIG. 204

# CHAPITRE VII

## VAPORISATION

La transformation d'un liquide ou d'un solide en vapeur a lieu à toute température (ou du moins à toute température au-dessus d'une limite inférieure impossible à préciser dans l'état de nos connaissances). Il n'y a donc pas à considérer un *point de vaporisation*, comme nous avons considéré un point de fusion. Mais d'autres problèmes se posent au sujet de la vaporisation. Existe-t-il une limite à l'émission des vapeurs fournies par un liquide? Si cette limite existe, de quoi dépend-elle? Quelles sont les circonstances qui influent sur la rapidité de la vaporisation? Quelles sont les conditions nécessaires pour que le phénomène bien connu de l'ébullition se produise? etc.

Nous allons faire l'étude de ces diverses questions.

**1. VAPORISATION DANS LE VIDE.** — Comme *a priori* il est possible que l'atmosphère gazeuse qui surmonte un liquide ait une influence soit sur la limite, soit sur la rapidité de sa vaporisation, il convient d'étudier d'abord ce phénomène dans un espace primitivement vide. En outre, il est bien probable que la force élastique de la vapeur émise par le liquide jouera un rôle, aussi doit-on opérer avec un appareil permettant de mesurer cette force élastique.

On est amené par là à faire l'expérience suivante, exécutée pour la première fois par le physicien anglais Dalton [1].

1. J. Dalton, né en 17.. dans le Cumberland, est mort en 1844.

Dans un baromètre à mercure placé sur une cuvette profonde (fig. 205), on introduit une certaine quantité d'un liquide (eau, alcool, éther). On voit aussitôt la colonne mercurielle baisser, puis demeurer stationnaire.

La dépression de cette colonne indique la présence d'un gaz dans la chambre barométrique, et la force élastique de celui-ci est mesurée par la diminution de la hauteur du mercure. Or, ce gaz ne peut être que la vapeur émise par le liquide.

Puisque le mercure s'arrête presqu'immédiatement dans sa descente, nous devons conclure que la vaporisation a une limite, et que celle-ci est atteinte dans un temps très court. Or, deux cas peuvent se présenter alors : — 1° le liquide a entièrement disparu ; — 2° le liquide étant introduit en plus grande quantité que dans le cas précédent, il reste un excès de liquide.

Dans le premier cas, que l'on obtient en n'introduisant que très peu de liquide dans le tube, la force élastique du gaz est d'autant plus grande que la quantité de liquide, et par conséquent que la quantité de vapeur produite, est plus grande elle-même.

Dans le deuxième cas, la force élastique de la vapeur qui, pour un même liquide et une même température, n'est *jamais inférieure* à celles du premier cas, est indépendante de la quantité de liquide introduite.

On doit conclure de là qu'un liquide se



Fig. 205.

professeur à Manchester, membre de la Société royale de Londres et de l'Institut de France. Son remarquable mémoire sur la vaporisation a paru en octobre 1801 dans les *Annales de Manchester*.

vaporise dans un espace primitivement vide *jusqu'à ce que la force élastique de sa vapeur ait atteint une valeur limite qu'elle ne peut dépasser*.

Cette valeur limite est indépendante du reste de la capacité de l'espace offert à la vaporisation. En effet, enfonçons le tube dans la cuvette profonde ou soulevons-le davantage : dans le premier cas nous verrons la chambre barométrique diminuer, dans le second cas augmenter; mais, dans les deux cas, le sommet de la colonne mercurielle restera à la même hauteur au-dessus du niveau de la cuvette (fig. 206), indiquant que *la force élastique de la vapeur ne varie pas* tant qu'il y a un excès de liquide dans le tube.

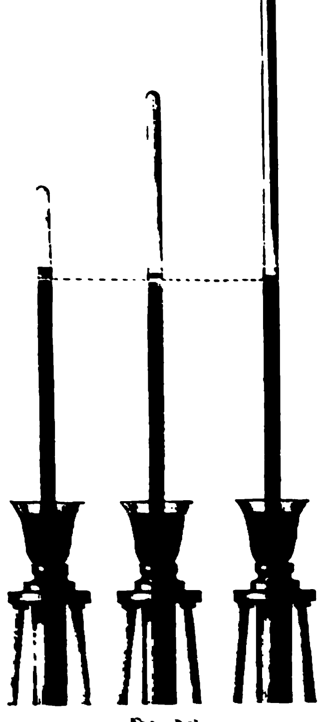


Fig. 206.

Puisque, en enfonçant le tube, la capacité de la chambre barométrique diminue et que la force élastique de la vapeur reste constante, il faut qu'une portion de cette vapeur repasse à l'état liquide : car, pour une même force élastique, à la même température, la masse d'un gaz est proportionnelle à son volume. Pour la même raison, la capacité de la chambre barométrique augmentant quand on soulève le tube, la masse du gaz doit augmenter proportionnellement, et par conséquent le liquide doit se vaporiser : on voit, en effet, celui-ci diminuer de plus en plus. Ces vaporisations et ces condensations sont immédiates.

Supposons maintenant que tout le liquide ait passé à l'état de vapeur, soit que nous en ayons introduit une très petite quantité dans la chambre barométrique primitivement vide, soit que

nous ayons beaucoup agrandi celle-ci en soulevant le tube. Nous constaterons alors, en enfonçant ou en relevant ce tube, que la force élastique de la vapeur varie en même temps que la capacité de la chambre, conformément à la loi de Mariotte. Ainsi *une vapeur se comporte comme tout autre gaz.*

L'appareil étant disposé comme dans le cas précédent, enfonçons de plus en plus le tube dans la cuvette. La chambre barométrique diminue, ainsi que la hauteur du mercure au-dessus de la cuvette, indiquant, conformément à ce que nous venons de dire, que la force élastique de la vapeur augmente. En continuant à enfoncer le tube, il arrive un moment où le niveau du mercure cesse de baisser [1], ce qui montre que la force élastique de la vapeur *n'augmente plus*; mais à ce moment nous voyons apparaître les premières gouttelettes de liquide, dont le volume augmente à mesure que la capacité de la chambre diminue : la vapeur se condense.

En résumé, la force élastique d'une vapeur, pour une même température, peut varier depuis une valeur nulle jusqu'à une *valeur maxima*. Quand celle-ci est atteinte, toute cause qui, comme une diminution de volume, tend à augmenter la force élastique de la vapeur, fait passer une portion de celle-ci à l'état liquide, et la force élastique conserve la même valeur. L'espace offert à la vaporisation est alors *saturé* de vapeur puisqu'il n'en peut renfermer davantage; c'est pourquoi une vapeur qui possède sa force élastique maxima est dite *saturante* [2].

(1) Pour que l'expérience réussisse il faut, bien entendu, qu'il ne reste pas trace d'air dans le tube (voir à la page 533, note 1, la manière de réaliser cette condition.)

(2) Au lieu du mot *force élastique* maxima, on emploie très souvent comme synonyme le mot *tension* maxima.

On a singulièrement abusé en physique de ce mot *tension*; dans son sens propre ce terme indique l'état d'un corps soumis à un étirement, et qui, abandonné à lui-même, reprendrait un volume plus petit ; c'est l'inverse d'une *compression*. Or, un gaz ou vapeur est toujours dans un état de compression, puisqu'il tend à occuper un volume plus grand. Il nous paraît donc non seulement parfaitement inutile, mais même mauvais, de conserver le mot *tension* pour les vapeurs, puisqu'on l'emploie alors dans un sens diamétralement opposé à celui où il est usité pour les corps solides.

**2. VARIATION DE LA FORCE ÉLASTIQUE MAXIMA D'UNE VAPEUR AVEC LA TEMPÉRATURE.** — Un excès de liquide étant introduit dans la chambre du baromètre à mercure, de façon que la vapeur produite soit saturante, chauffons le tube barométrique dans toute sa hauteur, nous verrons la colonne mercurielle descendre rapidement, une nouvelle quantité de liquide se vaporisant. Comme à chaque instant la vapeur possède sa force élastique maxima, puisqu'il reste un excès de liquide, cette expérience montre que cette force élastique maxima croît avec la température. Du reste, si nous laissons refroidir le tube, le mercure remonte, par suite de la condensation d'une portion de la vapeur, et, quand le tube est revenu à la température primitive, le mercure reprend son premier niveau.

*La force élastique maxima d'une vapeur est une fonction de la température, qui croît toujours avec celle-ci.*

Une conséquence importante résulte de cette loi : une vapeur ne peut subsister sous une pression déterminée à toute température ; au-dessous d'une *température minima*, pour laquelle la force élastique maxima F de la vapeur fait équilibre à cette pression, elle se condense, puisque la plus grande force élastique qu'elle puisse avoir alors est inférieure à F. A 100° la force élastique maxima de la vapeur d'eau est équilibrée par 76 cent. de mercure : la vapeur d'eau ne peut exister sous une pression de 76 cent. qu'à une température égale ou supérieure à 100°. Si on maintenant cette pression constante on vient à abaisser la température tant soit peu au-dessous de 100°, toute l'eau passe à l'état liquide.

Ainsi, quand une vapeur est saturante, si l'on abaisse sa température on détermine sa condensation, totale si l'on maintient la même pression, partielle seulement si on laisse celle-ci diminuer par le fait même de la condensation. On peut avoir un exemple du premier cas en mettant de la vapeur dans un tube fermé à un bout, et en la séparant de l'atmosphère par un index de mercure, de manière à maintenir l'intérieur du tube sous la pression atmosphérique : la condensation sera totale dès qu'on descendra au-dessous de la température minima correspondant à cette pression. Le second cas peut s'observer quand la vapeur est enfermée dans un tube scellé.

hain chapitre sera consacré à la mesure des forces maxima des vapeurs aux différentes températures.

**IRAISON DES FORCES ÉLASTIQUES MAXIMA DES DIFFÉ-UIDES.** — Repétons la première expérience en introns plusieurs baromètres B, C, D, (fig. 207) un excès nts liquides (eau, alcool, ), de façon à saturer leurs barométriques des vapeurs lantes; gardons sec un ètres A, pour mesurer les is de hauteur des colonnes es des baromètres humi- D. Nous verrons que les stiques maxima des diffé- les ne sont pas les mêmes. ple, à 20° nous trouverons l'eau, l'alcool et l'éther, ont respectivement équili- des colonnes de mercure , 4c,4, et 43c,3.

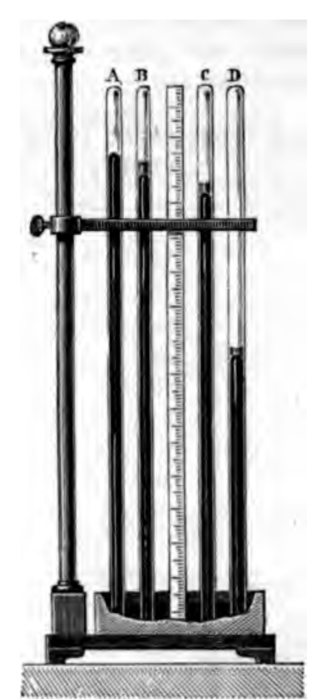


FIG. 207.

st-ce pour des tempéra- érentes que les vapeurs s liquides possèdent une rce élastique maxima : t équilibrée par 76 centi- mercure, pour la vapeur 00°, pour la vapeur d'al- ,7, pour la vapeur d'éther

tant ces expériences avec quides connus, on constate que presque tous donnent, ipérature ordinaire, des vapeurs ayant une force élas- éciable. Pourtant on n'a pu déceler, ni par la dépres- colonne barométrique, ni par le procédé plus sensible ons chimiques, l'existence à la température ordinaire rs de la glycérine ni de celles de l'acide sulfurique até.

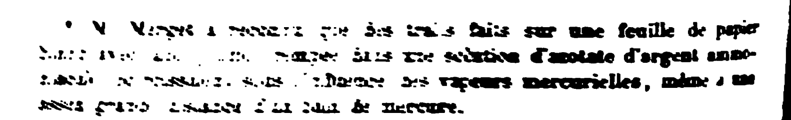
Quant au mercure, des réactifs chimiques d'une grande sensibilité [1] montrent l'existence de ces vapeurs à la température ordinaire. D'après Regnault, la force élastique maxima de celles-ci serait à 20° équilibrée par une colonne de mercure ayant 0mm,0037; et, d'après les recherches plus récentes de M. Hertz, par 0mm,0001 seulement. On voit que la dépression de la colonne barométrique résultant de la présence des vapeurs mercurielles dans la chambre ne saurait être une cause d'erreur appréciable dans l'évaluation des forces élastiques au moyen du baromètre.

**4. CONTINUITÉ ENTRE L'ÉTAT LIQUIDE ET L'ÉTAT GAZEUX. — POINT CRITIQUE.** — Nous devons maintenant compléter l'étude de la vaporisation d'un liquide dans un espace vide de gaz autre que sa vapeur, par l'exposé d'expériences montrant qu'il existe, dans certaines conditions de température et de pression, un passage continu de l'état parfaitement liquide à l'état parfaitement gazeux, par une série d'états fluides intermédiaires, auxquels on serait embarrassé de donner le nom de liquide plutôt que celui de gaz. Ces expériences prouvent aussi qu'au-dessus d'une certaine température, désignée sous le nom de *point critique*, un corps ne peut présenter que l'état gazeux et ne peut être liquéfié, quelque grande que soit la pression qu'il supporte.



Fig. 208.

En 1822, Cagniard-Latour fit l'expérience suivante. Il construisit un tube courbé en siphon (fig. 208), présentant une branche courte et large et une autre longue et plus étroite; dans la partie inférieure de ce tube il mit du mercure; au-dessus de celui-ci, la courte branche fut remplie par de l'éther, l'autre par de l'air, et les deux furent fermées



(1) M. Merget a montré que des traits faits sur une feuille de papier [illegible] plongée dans une solution d'azotate d'argent ammoniacale se noircissent sous l'influence des vapeurs mercurielles, même à une assez grande distance d'un bain de mercure.

à la lampe : la longue branche constituait ainsi un manomètre à air comprimé. Cet appareil fut chauffé par un bain d'huile de température connue. Dès que celle-ci eut atteint le point où la force élastique maxima de la vapeur d'éther faisait équilibre à la force élastique de l'air contenu dans le manomètre, la vaporisation se produisit ; l'espace occupé par l'éther (liquide et gazeux) augmentant, du mercure fut refoulé dans la longue branche, ce qui comprima l'air, et comme pour chaque température il y avait équilibre entre la pression supportée par la vapeur et sa force élastique, celle-ci était donnée par le volume de l'air dans la branche manométrique.

Or, Cagniard-Latour vit que vers 150° la surface de séparation entre le liquide et sa vapeur disparaissait, et que la courte branche ne contenait plus qu'un seul fluide aériforme n'occupant pas trois fois le volume du liquide primitif. La force élastique de ce fluide était alors de 37 atmosphères.

Le sulfure de carbone donna des résultats analogues : la disparition du liquide avait lieu vers 220° et sous la pression de 78 atmosphères. Pour l'alcool, il en fut encore de même ; quant à l'eau, après de nombreux échecs, dus à ce que le tube éclatait avant la fin de l'expérience, Cagniard-Latour parvint à la réduire totalement en vapeur, dans un espace quadruple du volume primitif, à la température de fusion du zinc (410°).

Drion reprit les expériences de Cagniard Latour et étudia, à ce point de vue, l'éther chlorhydrique et l'acide sulfureux. Il enfermait ces liquides dans des tubes de verre scellés plongés dans un bain d'huile transparente ; il pouvait voir ainsi ce qui se passait au moment de la disparition du liquide. Pour l'éther chlorhydrique vers 170°, pour l'acide sulfureux vers 140°, la surface de séparation du liquide et de sa vapeur devenait indécise, perdait la propriété de réfléchir la lumière ; une sorte de nuage la remplaçait alors. A mesure que la température s'élevait, ce nuage augmentait d'épaisseur dans les deux sens en devenant plus diaphane ; puis, enfin, la transparence devenait complète dans tout l'intérieur du tube.

Les expériences d'Andrews sur l'acide carbonique (1869) sont encore plus instructives. L'appareil employé était une sorte de piézomètre (fig. 209) composé d'un tube, capillaire de *a* à *b*,

ayant $0^c,25$ de diamètre de *b* à *c* et $0^c,125$ de diamètre de *c* à *f*. On le remplissait en le faisant traverser par un courant d'acide carbonique jusqu'à ce que le gaz, recueilli à l'extrémité de ce tube, fut entièrement absorbable par la potasse. On fermait alors à la lampe l'extrémité capillaire *a*; puis, l'extrémité *f* étant plongée dans du mercure, le tube était légèrement chauffé pour chasser un peu de gaz; par le refroidissement il s'introduisait un index de mercure qui bouchait le tube.

Le piézomètre, ainsi préparé, était introduit dans un tube de laiton à parois épaisses, à l'exception du tube capillaire qui sortait par une ouverture pratiquée dans le couvercle. Ce tube de laiton était plein d'eau; une vis d'acier très longue (18 cent.) permettait, en l'enfonçant, de comprimer le liquide.

Un piézomètre tout semblable, mais contenant de l'air, enfermé dans un tube plein d'eau communiquant avec le premier, faisait office de manomètre.

On portait l'appareil à une température voulue par un courant d'eau circulant autour des tubes de laiton; puis on comprimait les fluides, et l'on notait le volume de l'acide carbonique et la force élastique déduite du volume de l'air emprisonné dans le second piézomètre, en faisant application de la loi de Mariotte.

f
c d e
b
a

Fig. 209.

La figure 210 représente le résultat des expériences. On y a porté en abscisses les forces élastiques, en ordonnées les volumes. Chaque ligne correspond à une température qui se trouve inscrite à côté.

A 13°,1 le volume du gaz diminue d'abord régulièrement avec la pression (à peu près suivant la loi de Mariotte) jusqu'à ce que la force élastique atteigne la valeur de 48,89 atm., force élastique maxima de l'acide carbonique pour la température de 13°,1. A partir de ce moment la liquéfaction commence, et le volume du fluide diminue brusquement par la transformation du gaz en liquide, ce qui est représenté par la partie verticale de la ligne. Le liquide formé, très compressible d'abord, diminue de volume par l'augmentation de pression, puis devient presqu'incompressible, comme les autres liquides dans les circonstances

ordinaires : le volume ne varie plus que très peu avec la pression, ce que montre la partie à peu près horizontale de la ligne.

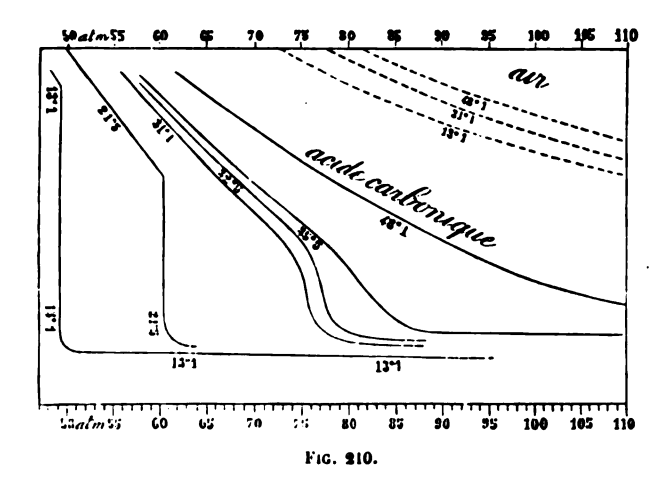



Fig. 210.

A 21°,5 mêmes phénomènes, sauf que la liquéfaction commence pour une force élastique plus grande, et que le volume que possède alors la vapeur est moins différent de celui du liquide qui résulte de sa condensation.

Mais à 31°,1 la liquéfaction ne commence plus brusquement : au lieu d'un point anguleux suivi d'une portion verticale, la ligne présente une courbe de raccordement entre la branche concernant l'état gazeux et celle qui concerne l'état liquide, prouvant l'existence non d'un mélange des deux états, comme aux températures plus basses, mais bien d'états intermédiaires. Du reste, l'intérieur du tube ne présentait plus aucune trace de séparation de deux états distincts de l'acide carbonique.

A 32°,5, à 35°,5 l'inflexion de la courbe de raccordement devient de moins en moins distincte : dans son voisinage les propriétés du gaz se rapprochent de plus en plus de celles du liquide. Enfin à 48°,1 l'inflexion a complètement disparu ; pour cette température et pour les températures plus élevées, quelque grande que soit la pression, l'acide carbonique conserve indéfiniment son état aériforme. La courbe qui représente alors sa compressibilité

est analogue à celles que fournit l'air dès la température ordinaire (figurée en pointillé), sauf que la diminution du volume est plus rapide : la compressibilité de l'acide carbonique s'écarte plus que celle de l'air de la loi de Mariotte.

Citons encore l'expérience suivante de M. Andrews, la plus concluante peut être. De l'acide carbonique à 50° est comprimé depuis la pression d'une atmosphère jusqu'à 150 atmosphères. Le volume du gaz diminue régulièrement sans présenter aucune discontinuité dans son état. Le gaz est refroidi alors en maintenant la pression constante jusqu'à la température ordinaire. On n'observe encore aucun changement brusque ni dans le volume, ni dans les propriétés optiques du fluide, qui conserve une apparence homogène dans toute l'étendue du tube. Or, arrivé à la température ordinaire, on constate, par l'ébullition qui se produit en diminuant la pression, que le tube est rempli maintenant par un liquide. Ainsi on est parti d'un gaz et, sans aucune discontinuité dans les propriétés, on a obtenu un liquide.

Tous les gaz aisément liquéfiables étudiés ainsi (acide chlorhydrique, ammoniaque, protoxyde d'azote, éther sulfurique et sulfure de carbone) ont donné les mêmes résultats. Sans aucun doute il y a là une propriété générale de la matière quelle que soit sa nature : en faisant varier convenablement la température et la force élastique d'un fluide, on peut l'amener, sans changement brusque dans ses propriétés, de l'état gazeux à l'état liquide. Quand la température s'élève de plus en plus, à partir d'un certain point, les propriétés de l'état que nous appelons liquide se rapprochent de plus en plus de celles de l'état que nous appelons gazeux, jusqu'à une identité complète atteinte pour une certaine température, le *point critique*.

Au-dessus de ce point critique un corps ne peut avoir qu'un seul état, celui de gaz. Au-dessous de ce point, outre l'état que nous continuerons à désigner indifféremment par les mots gaz ou *vapeur*, le corps peut prendre d'autres états, qui, à mesure que l'on s'écarte du point critique, prennent rapidement les propriétés qui caractérisent l'état liquide. Enfin, à des températures plus basses encore, la substance peut affecter les trois états gazeux, liquide, solide, et souvent, pour certaines températures, des états intermédiaires entre l'état liquide et l'état solide.

**5. VAPORISATION DANS LES GAZ.** — Voyons maintenant comment s'effectue la vaporisation dans un espace contenant un gaz différent de la vapeur émise par le liquide.

Comme pour la vaporisation dans le vide, c'est à Dalton que sont dues les premières expériences faites à ce sujet.

L'appareil qu'employait Dalton pour cette étude (fig. 211) était un simple tube capillaire ($0^c,17$ de diamètre intérieur) en verre, fermé par le bas et gradué en parties d'égale capacité.

Une petite quantité du liquide étudié était placé dans le fond ; au-dessus une colonne d'air ou d'un autre gaz, et enfin encore au-dessus une colonne de mercure de hauteur variable suivant les expériences. Cette colonne pouvait reposer en équilibre sur l'air à cause de la finesse du tube.

Dalton plongeait l'extrémité inférieure de ce tube dans de l'eau plus ou moins chaude de température connue. Le liquide se vaporisant et l'air ou le gaz se dilatant, la colonne de mercure remontait. La connaissance de la dilatation du gaz et du volume occupé par celui-ci faisait connaître à chaque instant sa force élastique $h$. La force élastique totale du mélange H était donnée par la hauteur de la colonne mercurielle augmentée de la hauteur du mercure dans le baromètre. La différence $H - h$ donnait la force élastique propre à la vapeur dans le mélange gazeux.

C'est avec cet appareil, d'une extrême simplicité, que Dalton est arrivé à la loi importante que voici :

*La force élastique de la vapeur qui sature un espace contenant un gaz est toujours la même que celle qui sature à la même température un espace primitivement vide*, quelle que soit la nature du gaz et quelle que soit sa force élastique.

FIG. 211.

Gay-Lussac a repris l'étude de la vaporisation dans les gaz, et a vérifié l'exactitude de la loi qu'avait énoncée Dalton, avec un appareil plus parfait que nous allons décrire.

Il consiste (fig. 212) en un tube de cristal T fermé en haut et en bas par des garnitures de fer à robinet $r$ et K; un second tube M,

vertical comme le premier, mais d'un moindre diamètre, se raccorde avec lui par la partie inférieure ; il est ouvert en haut, et sert de manomètre. Une règle graduée est placée entre les deux tubes.

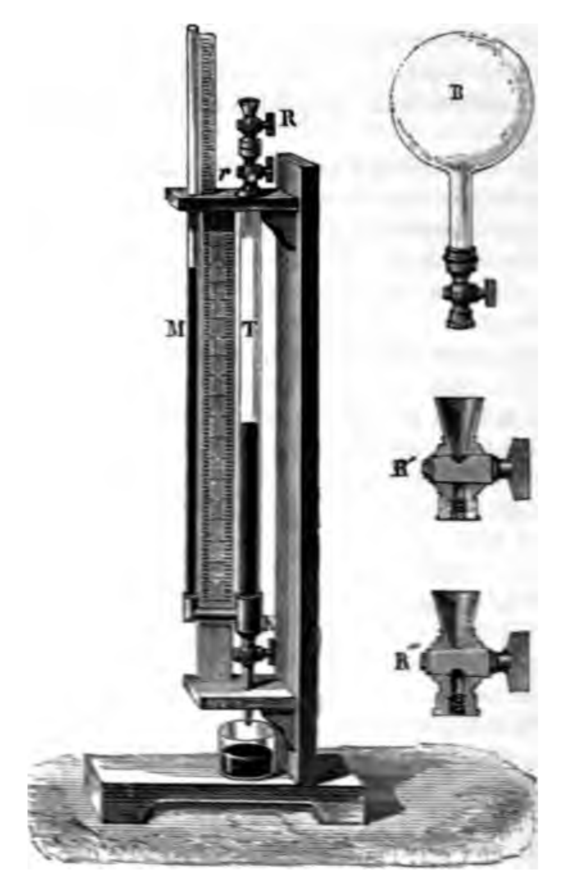



Fig. 232

On commence par introduire à l'intérieur du tube T le gaz dans lequel on veut étudier la vaporisation. Pour cela, après avoir rempli le tube de mercure, on visse sur la garniture un ballon B

enant ce gaz sous la pression atmosphérique. On ouvre le
aet de ce ballon ainsi que le robinet *r*, et l'on fait écouler le mer-
par la tubulure K. Le liquide baisse plus vite dans la
iche M, où la pression à la surface du mercure est constam-
t celle de l'atmosphère, que dans la branche T, où le gaz
'introduisant diminue de force élastique. On arrête l'écou-
ent avant que le tube M soit complètement vide, et l'on ferme
'obinet *r*. Le gaz emprisonné en T est sous une pression
ndre que celle de l'atmosphère. Pour le ramener à cette
ssion, il suffit de verser du mercure dans la branche M
qu'à ce que le niveau, qui monte plus vite dans cette branche
oit placé sur le plan horizontal du niveau du mercure en T.
n note alors la division à laquelle affleure le mercure.
faut maintenant introduire le liquide. Pour cela, on rem-
le ballon par un entonnoir pourvu d'un robinet *à goutte* R
visse sur la garniture. La clef de ce robinet n'est pas
sée par un canal comme celle des robinets ordinaires, mais
ulement creusée d'une petite cavité (R′ ou R″). Quand
avité est tournée vers l'entonnoir (R′), elle se remplit du
qu'on y a versé, et, en faisant faire à la clef un demi-
), la petite quantité de liquide contenu se déverse dans le
haque révolution de la clef introduit ainsi une nouvelle
de liquide, sans permettre à l'air extérieur de s'intro-
ans le tube, ni au gaz contenu d'en sortir.
que le liquide se trouve en présence de l'atmosphère du
voit monter peu à peu la colonne mercurielle de la
manométrique M : le liquide se vaporise lentement. Au
n certain temps elle s'arrête, et reste fixe tant que la
ture ne varie pas : la vaporisation a cessé, bien qu'il
excès de liquide non vaporisé ; l'espace est saturé de

tranchant de la force élastique totale du mélange celle
on a la force élastique de la vapeur. Comme un peu
re a passé du tube T dans la branche M, pendant la vapo-
le volume du gaz a légèrement augmenté et sa force
est devenue quelque peu inférieure à la pression atmos-
sa valeur primitive. Une mesure de volume et l'appli-
la loi de Mariotte la ferait connaître aisément ; mais

il est plus simple de rétablir dans le tube le premier niveau, en versant un peu de mercure dans la branche M : le gaz étant de nouveau sous la pression atmosphérique, la différence de hauteur qu'on observe alors entre les niveaux du mercure dans les deux branches mesure la force élastique propre de la vapeur. On trouve ainsi le résultat énoncé plus haut, à savoir que la force élastique de la vapeur est la même que la force élastique maxima mesurée dans un espace primitivement vide.

Les expériences de Dalton ne sont pas très précises, celles de Gay-Lussac n'ont été faites qu'à la température ordinaire : on doit à Regnault d'avoir soumis cette loi de Dalton à de nombreuses vérifications. Nous exposons plus loin (Chap. VIII, § 7), à propos de la mesure des forces élastiques maxima des vapeurs, les recherches de ce grand expérimentateur ; elles ont conduit leur auteur à admettre l'exactitude de la loi de Dalton.

Si l'on vient, soit à diminuer le volume, soit à refroidir un gaz saturé de vapeur, on observe une condensation immédiate : la force élastique de la vapeur ne peut dépasser la force élastique maxima mesurée dans l'expérience de la vaporisation dans le vide barométrique.

Si l'on vient à augmenter l'espace offert à la vaporisation, ou à élever la température, on observe une vaporisation lente qui s'arrête quand la vapeur a atteint la force élastique maxima correspondant à sa température actuelle.

En résumé, la vaporisation dans une atmosphère contenant un gaz ou un mélange de gaz autre que la vapeur du liquide ne diffère de celle qui a lieu au sein de sa propre vapeur que par la lenteur plus ou moins grande qu'elle met à se produire.

**6. PRINCIPE DE WATT.** — L'étude que nous venons de faire de la vaporisation dans une enceinte qui possède partout la même température, nous permet de prévoir aisément ce qui se passera quand cette condition ne sera pas remplie.

*L'équilibre est impossible tant que la température T du liquide reste supérieure à la température la plus basse de l'enceinte (fig. 218) : le liquide émet continuellement des vapeurs qui vont se condenser dans la partie la plus froide. Si l'enceinte*

*renferme pas de gaz étrangers, la force élastique ne peut dépasser notablement la force élastique maxima correspondant à la température la plus basse.* Ce principe énoncé par Watt porte son nom.

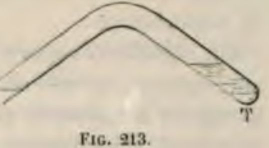


FIG. 213.

La condition d'équilibre exige, en effet, que la force élastique propre à la vapeur soit la même dans toute l'étendue de l'enceinte; en outre, elle doit être au plus égale à la valeur $f$ de la force élastique maxima correspondant à la température la plus basse $t$, c'est-à-dire à la plus petite des forces élastiques maxima possibles. Or la vaporisation du liquide ne peut cesser qu'au moment où la force élastique de sa vapeur a atteint la valeur maxima F pour sa température T : le liquide s'évaporera donc indéfiniment. Dès que la vapeur aura atteint la force élastique $f$, la volatilisation du liquide de la partie chaude, comme toute cause qui tend à augmenter la force élastique, déterminera une condensation de la vapeur dans la partie la plus froide, pour laquelle $f$ est la valeur maxima que peut prendre cette force élastique, et cette condensation ramènera toujours celle-ci à la valeur $f$ inférieure à F. Tout le liquide passera ainsi par *distillation* dans la partie la plus froide, si elle constitue un fond capable de le recueillir; l'équilibre sera atteint alors, et *la force élastique de la vapeur sera exactement égale à $f$, dans toute l'enceinte*, qu'elle renferme ou non un gaz autre que la vapeur.

Ainsi le principe de Watt, ou *principe de la paroi froide*, n'est qu'une conséquence des lois de la vaporisation. Il explique le phénomène de la distillation, et son auteur en a fait une heureuse application en inventant les condenseurs des machines à vapeur

**7. ÉVAPORATION.** — La vaporisation peut s'effectuer de deux manières bien distinctes, au moins en apparence.

1° La couche qui forme la surface libre du liquide émet seule des vapeurs; on réserve le nom d'*évaporation* à cette vaporisation superficielle.

2° La vapeur se produit à une profondeur quelconque dans le

liquide, et forme des bulles qui s'élèvent et viennent crever à la surface : c'est *l'ébullition*.

Nous allons nous occuper successivement de ces deux modes de vaporisation.

Un liquide s'évapore dès qu'il se trouve en présence d'une atmosphère gazeuse ou du vide. L'évaporation continue tant que la vapeur ne possède pas sa force élastique maxima, dans l'atmosphère qui surmonte le liquide, pour la température de la surface de celui-ci : c'est une conséquence des expériences de Dalton, rapportées plus haut.

C'est pourquoi un liquide, autre que l'eau, exposé à l'air libre, s'évapore indéfiniment, puisque dans notre atmosphère la force élastique de sa vapeur est à peu près nulle.

L'air qui nous entoure contient normalement une certaine quantité de vapeur d'eau, mais rarement il en est saturé. Aussi, comme tout le monde le sait, une petite quantité d'eau finit-elle toujours par disparaître, quand elle est exposée à l'air libre.

De quoi dépend la rapidité de l'évaporation ? Dalton a répondu en partie à cette question en trouvant la principale loi du phénomène.

Il plaçait de l'eau ou un autre liquide dans un vase en étain, cylindrique, plat et de large section (15 cent. de diam. 3,8 cent. de profondeur) ; ce vase était soutenu par trois fils fixés sur son pourtour et pouvait ainsi être accroché au plateau d'une balance.

Après avoir pris la masse du vase contenant le liquide, il laissait celui-ci s'évaporer à l'air libre, puis il le pesait de nouveau. En divisant la perte de masse par le nombre de secondes, il avait la masse de liquide évaporée dans l'unité de temps, c'est-à-dire la *vitesse d'évaporation*.

Il a trouvé ainsi que pour les liquides dont la vapeur n'existe pas dans notre atmosphère, c'est-à-dire pour tous les liquides sauf l'eau, la vitesse d'évaporation est proportionnelle à la force élastique maxima F de sa vapeur pour la température du liquide.

Dans le cas de l'eau, Dalton mesurait en même temps la force élastique f de la vapeur d'eau dans l'atmosphère, par un procédé qui n'est autre que celui indiqué par Le Roy, et que nous décrivons plus loin (Chap. XI, § 4). Il trouva que la vitesse d'évapo-

ration de l'eau était proportionnelle à la différence $F - f$ entre la force élastique maxima de la vapeur pour la température de ce liquide et la force élastique propre à la vapeur d'eau contenue dans l'air.

Cette loi comprend comme cas particulier la précédente, puisque pour les liquides autres que l'eau $f$ est nulle.

Dalton s'est borné aux expériences que nous venons d'indiquer; il n'a pas cherché l'influence que pouvait exercer la force élastique du gaz dans lequel se produisait l'évaporation [1], et il a admis comme évident *a priori* que la vitesse d'évaporation était proportionnelle à l'étendue de la surface libre du liquide, ce qui n'est pas douteux quand cette snrface est assez large pour être plane (voir § 10).

On admet assez généralement que la vitesse de vaporisation varie en raison inverse de la force élastique de l'atmosphère gazeuse qui entoure le liquide, parceque si cette force élastique devient nulle, c'est-à-dire si le liquide s'évapore dans un espace primitivement vide, la vitesse de vaporisation devient si grande qu'elle paraît infinie.

La raison n'est pas suffisante, et il est nécessaire d'en appeler à l'expérience.

(1) Dalton présente ainsi le résultat de ses expériences. Si $m$ est la vitesse d'évaporation à la température d'ébullition du liquide, pour laquelle la force élastique maxima de la vapeur est H, la vitesse d'évaporation $v$ à une température où la force élastique maxima est F, et dans une atmosphère où la force élastique de la vapeur de ce liquide est $f$, est donnée par

$$\frac{v}{F - f} = \frac{m}{H} \quad \text{ou} \quad v = \frac{m(F - f)}{H}$$

Or H est précisément la force élastique de l'atmosphère qui entoure le liquide d'après la loi de l'ébullition.

Dalton a mesuré la vitesse $m$ d'évaporation à la température d'ébullition, ce qui lui a permis de vérifier la relation indiquée ci-dessus; mais ses expériences manquent de précision.

Il n'a pas fait varier du reste la force élastique H de l'atmosphère, dans laquelle se produit l'évaporation, vu qu'il a toujours opéré à l'air libre.

On ne peut donc pas admettre qu'il ait établi que la vitesse de vaporisation varie en raison inverse de la force élastique de l'atmosphère gazeuse, loi qui du reste ne paraît pas être exacte, d'après les expériences de M. Laval.

C'est ce qu'a fait M. Laval. Ses recherches ont montré que la vitesse de vaporisation varie proportionnellement à $\frac{1}{H^n}$, en appelant H la force élastique du gaz qui surmonte le liquide, et $n$ un nombre dépendant de la nature du liquide et de celle du gaz, mais indépendant de la température. Voici les valeurs données par M. Laval pour le nombre $n$.

| | Dans l'air | Dans l'hydrogène |
|---|---|---|
| Eau . . . . . . . . | 1,18 | 0,78 |
| Alcool éthylique . . | 1,03 | » |
| » méthylique . | 1,08 | » |
| Benzine . . . . . . | 0,66 | » |
| Ether . . . . . . . | 0,61 | 0,49 |

En résumé, il faut bien le reconnaître, la question de l'évaporation est complexe, et ses lois sont encore aujourd'hui assez mal connues. Les expériences de Dalton et celles de M. Laval conduisent à la formule suivante :

$$(1) \qquad v = K\frac{S(F-f)}{H^n}$$

$v$ désignant la vitesse de vaporisation, S la section du vase, F, $f$, H et $n$, ayant la signification indiquée plus haut et K étant un coefficient, probablement variable d'un liquide à un autre.

Dalton a trouvé que, les autres circonstances restant les mêmes, la vitesse d'évaporation est plus grande dans le cas d'un air agité que dans celui d'un air calme : tout le monde sait du reste que le linge mouillé sèche plus vite quand il fait du vent.

La raison de cette évaporation plus rapide est aisée à trouver : les couches d'air voisines de la surface liquide s'enrichissent de vapeur et l'évaporation devient moins active si elles ne sont pas remplacées par d'autres ; mais si ces couches sont enlevées par un courant d'air, d'autres plus sèches arrivent au contact du liquide, et la vaporisation reprend une nouvelle activité.

Aussi, quand on veut appliquer la formule (1) au cas où l'air

t-on prendre un coefficient K d'autant plus grand que air est plus rapide.

partir d'une certaine vitesse, le coefficient K devient st ce qui résulte des expériences faites sur le psy-onde que nous rapportons plus loin (Chap. XI, § 5). vée par Dalton nous explique pourquoi des liquides ercure, dont tique maxi- mement fai- mpératures ne semblent er. Pour ces t très petit évaporation qu'il faut un ne pour que prouve une sse appré-



FIG. 214.

ON.—Quand plus en plus re d'un li- é à l'air li- un moment me dans le les parois e renferme, vapeur qui ennent cre- ce : c'est le de *l'ébulli-* ).

ation étant alors très active, l'air qui se trouve au- quide ne tarde pas à être complètement chassé par celui-ci. La vaporisation du liquide se faisant dès le sa propre vapeur, celle-ci prend sa force élastique la température qu'elle possède. D'autre part la force

élastique de cette vapeur fait équilibre à la pression de l'atmosphère qui la surmonte, puisqu'elle est en libre communication avec elle, d'où cette relation nécessaire : *à la température de la vapeur d'un liquide en ébullition, la force élastique maxima de celle-ci égale la force élastique de l'atmosphère qui entoure le liquide.* En d'autres termes : *la vapeur du liquide en ébullition possède la température minima qu'elle peut avoir sous la pression de l'atmosphère qui l'entoure.*

Les vapeurs d'alcool, de sulfure de carbone, d'éther ont une force élastique maxima équilibrée par 76 cent. de mercure, respectivement aux températures de 79°,7, de 48° et de 35°. Or, à l'aide du thermomètre, on constate que, quand la pression atmosphérique est équilibrée par 76 cent. de mercure, la température de la vapeur de ces liquides en ébullition est respectivement 79°,7, 48° et 35°.

Dalton a vérifié de la manière suivante la relation que nous venons d'indiquer. Il plaçait sur la platine d'une machine pneumatique un vase contenant un liquide plus ou moins chaud; dans ce liquide plongeait un thermomètre, et le tout était recouvert par une cloche de verre. Un baromètre joint à la machine pneumatique permettait de connaître à chaque instant la force élastique du gaz contenu dans la cloche. En faisant jouer les pistons, on raréfiait l'air, et il arrivait un moment où le liquide entrait en ébullition ; on notait alors la température du liquide (peu différente de celle de la vapeur émise) et l'indication du baromètre de la machine.

Dalton trouva que cette force élastique était toujours égale à celle qu'il observait en introduisant un excès du même liquide à la même température dans un tube barométrique (expér. du § 1). Elle était bien égale, par conséquent, à la force élastique maxima de la vapeur du liquide pour la température d'ébullition.

La relation énoncée ci-dessus, ayant reçu la sanction de l'expérience, mérite le nom de *loi de l'ébullition.*

De cette loi il résulte que la température d'un liquide en ébullition est parfaitement invariable quelles que soient les causes de réchauffement, tant que la force élastique de l'atmosphère qui surmonte le liquide est elle-même invariable. Mais si celle-ci augmente *la température d'ébullition* s'élève ; elle s'abaisse si

cette force élastique diminue. Ce n'est que sous la pression de 76 cent. de mercure que la vapeur d'eau bouillante possède exactement la température de 100°; sous la pression de 78c,76 sa température est 101°, et 99° sous la pression de 73c,32; car à 101° la force élastique maxima de la vapeur d'eau est équilibrée par 78c,76 de mercure, et à 99° par 73c, 32.

Plus on s'élève en altitude, plus la pression atmosphérique diminue, et moins la température d'un liquide en ébullition est élevée. A Briançon qui est à 1330m au-dessus du niveau de la mer, la pression atmosphérique moyenne est celle de 64c,5 de mercure, et la température de la vapeur d'eau bouillante est alors 95°,5. Sur le sommet du Mont-Blanc (alt : 4816m) elle n'est que 84°,5 (1).

(1) Dalton d'abord, Magnus et Regnault ensuite ont mesuré avec beaucoup de soin la valeur de la force élastique maxima de la vapeur d'eau aux différentes températures. Or, il résulte de la loi d'ébullition que l'indication d'un thermomètre sensible plongé dans la vapeur d'eau bouillante permet de connaître la pression atmosphérique, puisqu'il n'y a qu'à prendre dans les tables, que Regnault a construit pour cet usage, la force élastique maxima qui correspond à la température trouvée.

Regnault a imaginé, pour faire commodément cette expérience, un petit instrument auquel il a donné le nom *d'hypsomètre* (fig. 215).

Il consiste simplement en un thermomètre très sensible, donnant le centième de degré dans le voisinage du point 100, et en une petite étuve à vapeur, comprenant une chaudière, pouvant être chauffée par une lampe à alcool, et surmontée d'une cheminée, destinée à loger le thermomètre pendant l'expérience. Cette cheminée est composée de plusieurs parties pouvant rentrer les unes dans les autres, comme les tubes d'une longue-vue, pour donner moins de volume à l'instrument quand on ne s'en sert pas. Ce petit appareil, très portatif, peut remplacer un baromètre.

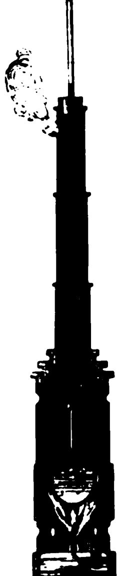


FIG. 215.

Il est fort commode pour mesurer les hauteurs des montagnes, d'après la valeur de la pression atmosphérique, et par l'emploi de la formule de Laplace.

Si l'on ne tient pas à une très grande exactitude, on peut se dispenser de faire le calcul un peu long que nécessite l'usage des tables de Regnault et de la formule de Laplace, et se servir de

En définitive on peut faire bouillir l'eau, et tous les liquides, à des températures quelconques comprises sur une portion très étendue de l'échelle thermométrique : il suffit de régler convenablement la pression de l'atmosphère qui surmonte le liquide.

On répète souvent dans les cours l'expérience de Dalton en plaçant sous la cloche d'une machine pneumatique de l'eau à 20° ou 30° ; on arrive à produire l'ébullition, dès qu'on a suffisamment raréfié l'air. On peut même faire bouillir de l'eau à 0° au milieu de la glace qui se forme alors par suite de la chaleur détruite par la vaporisation. L'appareil Carré (décrit Liv. III, Chap. VI, 29), étant spécialement construit pour congeler l'eau par ce procédé, est éminemment convenable pour répéter cette expérience.

**9. RETARD A L'ÉBULLITION. — ÉTUDE PLUS COMPLÈTE DE CE PHÉNOMÈNE.** — Le *point d'ébullition* d'un liquide pour une force élastique déterminée est la *température de la vapeur* du liquide bouillant, quand l'atmosphère ambiante possède cette force élastique.

Habituellement il suffit de porter un liquide à son point d'ébullition défini ainsi, pour qu'il se mette à bouillir ; le liquide et sa vapeur possèdent alors à très peu près la même température.

Pourtant, quand on a fait bouillir de l'eau pendant longtemps dans un vase de verre, on remarque que l'ébullition devient de plus en plus difficile, que les bulles de vapeurs, quand elles se forment, ne partent que de certains points déterminés, et qu'enfin la température de l'eau peut s'élever notablement au-dessus de 100°, sans que l'ébullition se produise.

la formule très simple : $h = 294\,t$ dans laquelle $h$ représente en mètres la différence d'altitude de deux points pour lesquels la température d'ébullition diffère de $t°$ centigrades. C'est M. Forbes qui a proposé cette formule, et M. Soret a reconnu par de nombreuses comparaisons entre les résultats qu'elle fournit et ceux que la formule de Laplace permet de calculer d'après les tables de Regnault, que l'erreur maxima ne dépasse pas 24 mètres pour des altitudes inférieures à 3000 mètres.

Faisons remarquer en terminant ce sujet, qu'à une erreur de $\frac{1}{100}$ de degré dans l'évaluation de la température de la vapeur d'eau bouillante, correspond une erreur moyenne de 0,027 dans la hauteur de la colonne mercurielle qui mesure la pression atmosphérique.

Un liquide qui se maintient ainsi sans bouillir au-dessus de son point d'ébullition est dit *surchauffé*.

Si l'on vient à introduire dans un liquide en cet état un corps solide (baguette de verre, morceau de bois, fil de métal, etc.) l'ébullition recommence vivement et les bulles se forment autour du corps introduit; mais celui-ci, après avoir été maintenu longtemps au sein du liquide bouillant, finit toujours par perdre la propriété de provoquer l'ébullition du liquide surchauffé : il devient *passif*.

On sait que les parois d'un vase, comme la surface de tout corps solide, condensent de l'air; d'autre part les gaz qui composent ce fluide se dissolvent dans l'eau et dans la plupart des autres liquides, et sont mis en liberté par une élévation de température. On s'est demandé si l'air qui existe sur les parois des vases, même remplis de liquide, ou les gaz qui se dégagent habituellement pendant l'échauffement n'étaient pas indispensables au phénomène de l'ébullition; si la difficulté qu'un liquide éprouve à bouillir, lorsqu'il a déjà subi une longue ébullition, ne tient pas à ce que les bulles de vapeurs en se dégageant l'ont privé de gaz et en ont purgé les parois du vase ; si, enfin, l'ébullition active qui se manifeste autour d'un corps solide plongé dans un liquide surchauffé n'est pas dû à l'introduction de l'air condensé à sa surface, et la passivité qui se produit au bout d'un certain temps à ce que ce corps, comme les parois du vase, finit par être privé d'air.

Des expériences nombreuses et variées, sont venues confirmer pleinement cette conjecture.

M. Donny, professeur de physique à Gand, enferma (1846) de l'eau distillée dans un tube coudé EFCKMB (fig. 216). Le tube fut bien purgé d'air, ainsi que le liquide par une longue ébullition; puis il fut fermé à la lampe. M. Donny plongea successivement la partie EFC dans des bains fournis par des dissolutions de chlorure de calcium chauffées à 113°, 121°, 128° et jusqu'à 132°, et constata que l'ébullition ne se produisait pas

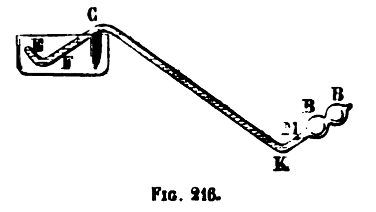


FIG. 216.

dans ce tube malgré la force élastique très faible qui existait dans les boules BB (force élastique maxima de la vapeur d'eau à la température ordinaire) à laquelle correspondait un point d'ébullition très bas. Mais le dernier bain s'étant échauffé jusqu'à 138°, une partie de l'eau contenue dans la branche EFC se réduisit instantanément en vapeur et le reste du liquide fut projeté dans les boules BB. La même expérience fut répétée avec de l'eau non privée d'air, et l'ébullition se produisit quelques instants après avoir plongé la branche EFC dans le bain à 113° malgré une pression de 1,5 atmosphère maintenue dans les boules BB par une colonne de mercure.

Comme il est toujours très difficile d'enlever complètement l'air adhérent aux parois d'un vase, M. Dufour, professeur à l'Académie de Lausanne, a soustrait (1861) le liquide surchauffé au contact des parois par un moyen déjà employé par de Luc. Il consiste à maintenir le liquide en suspension sous forme de gouttes sphériques dans un autre liquide de même densité non miscible avec lui. M. Dufour a employé, entre autres liquides, un mélange d'huile de lin (densité 0,93) et d'essence de girofle (densité 1,05) en proportions telles que sa densité fut celle de l'eau. En y introduisant des gouttelettes de ce liquide, il a pu porter celles-ci jusqu'à 178° sans les voir se résoudre en vapeur.

Dans l'état de surchauffe, il suffisait qu'une goutte vînt à toucher le bord du vase, la paroi du thermomètre, ou un corps solide quelconque plongé dans le bain, pour qu'elle se volatilisât brusquement avec un sifflement semblable à celui que produit un fer rouge qu'on plonge dans l'eau.

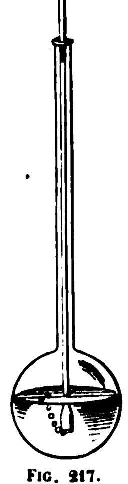
Ces expériences prouvent bien qu'en l'absence de l'air ou d'un autre gaz, on peut élever indéfiniment la température d'un liquide sous une pression constante sans que l'ébullition se produise. Il reste à montrer maintenant que c'est bien l'air ou un autre gaz qui provoque l'ébullition dans les circonstances ordinaires.

Les expériences les premières en date, faites à ce sujet, sont dues à M. Dufour; en voici une des plus nettes. Ce physicien introduisait de l'eau acidulée dans une cornue bien lavée à l'acide sulfurique [1]; dans ces circonstances l'eau pouvait être amenée

(1) En laissant séjourner de la potasse ou de l'acide sulfurique dans des

à 5° ou 6° au-dessus du point d'ébullition sans que celle-ci se manifestât. Les parois de la cornue étaient traversées par deux fils de platine, rendus passifs par les procédés ordinaires [1]. Il suffisait de mettre ceux-ci en communication avec les deux pôles d'une pile pour faire apparaître des bulles d'hydrogène sur l'un des fils, d'oxygène sur l'autre. Or dès qu'on établissait la communication des fils plongés dans le liquide surchauffé avec les pôles de la pile une violente ébullition se produisait, et les bulles de vapeurs partaient de chacun des deux fils. En remplaçant les fils de platine par des fils de cuivre passifs, l'ébullition ne se produisait qu'autour du fil qui se couvre d'hydrogène lors du passage du courant, l'oxygène se combinant au cuivre de l'autre électrode et ne devenant pas libre ne provoquait pas l'ébullition.

Quelques expériences plus simples faites par M. Gernez (1875) ne laissent subsister aucun doute sur la nécessité de la présence d'un gaz pour que l'ébullition se produise. Une petite cloche est façonnée à l'extrémité d'un tube de verre; on introduit celle-ci dans un ballon de verre contenant de l'eau dans un léger état de surchauffe. Par la manière même dont on introduit la cloche, il reste au sommet de celle-ci une certaine quantité d'air; or aussitôt la cloche devient le point de départ de nombreuses bulles de vapeur (fig. 217).


FIG. 217.

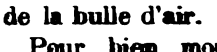
En opérant dans un tube incliné avec une petite cloche disposée comme le montre la figure 218, on constate que dès qu'on a fait partir la petite bulle d'air, en tournant l'orifice de la cloche vers le haut, toute ébullition cesse.

Dans une de ses expériences, M. Gernez a reconnu qu'une bulle d'air de un millimètre cube peut fournir ainsi pendant vingt-quatre

vases de verre, en détruit les poussières organiques adhérentes aux parois et qui, condensant de l'air, deviennent le point de départ des bulles de vapeur pendant l'ébullition. Ce traitement est un des meilleurs moyens qu'on puisse employer pour rendre passives les paris, et pour pouvoir amener à l'état de surchauffe le liquide contenu dans le vase.

(1) Un des meilleurs procédés consiste à porter les fils au rouge.

heures 500000 bulles de vapeur de $0^c,5$ de diamètre environ, soit un volume de vapeur ayant plus de 30000000 de fois le volume de la bulle d'air.



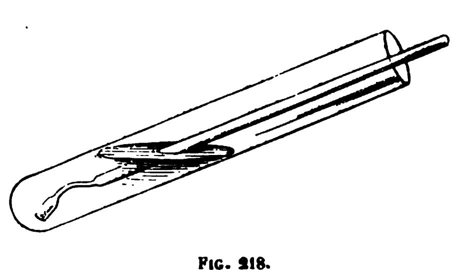


Fig. 218.

Pour bien montrer que chaque bulle de vapeur entraine une petite quantité d'air indispensable à sa formation, M. Gernez se sert d'une petite cloche, semblable à la précédente, pleine d'eau et rendue passive par les procédés ordinaires, pour saisir au passage une bulle de vapeur qui se produit daus un tube où l'ébullition commence à devenir difficile. Aussitôt la cloche devient le point de départ de nouvelles bulles de vapeur, et, en laissant refroidir le liquide, on aperçoit au sommet de celle-ci une très petite quantité d'air qui était primitivement contenue dans la bulle de vapeur recueillie dans la cloche.

L'expérience ayant bien démontré qu'une bulle gazeuse forme en quelque sorte le noyau de toutes les bulles de vapeur qui se produisent pendant l'ébullition, il apparait clairement que ce phénomène n'est qu'un cas particulier de l'évaporation.

Quand on chauffe un liquide dans les circonstances ordinaires, il existe toujours de petites bulles d'air adhérentes aux parois du vase. La surface de chacune de ces bulles devient le siège d'une évaporation, et rapidemnnt la petite bulle est saturée de vapeur. Désignons par V le volume très petit qu'aurait la masse de gaz qu'elle renferme à la température du liquide et pour une force élastique H faisant équilibre à la pression que supporte la bulle ; désignons par F la force élastique propre à la vapeur contenue dans cette bulle, et qui est la force élastique maxima correspondant à sa température : la force élastique propre au gaz n'est que (H — F) ; dès lors son volume V' (volume total de la bulle) est donné suivant la loi de Mariotte par la relation :

$$V'(H-F)=VH$$

d'où :

$$V' = V\frac{H}{H-F}$$

Tant que F est petit, V' n'est guère supérieur à V et la petite bulle reste adhérente par capillarité à la paroi du vase ; mais quand F tend vers H, V' tend vers l'infini, la bulle se gonfle, devient énorme par rapport à son volume primitif, et alors, la poussée du liquide surmontant l'attraction capillaire, la bulle s'élève, l'ébullition commence. En partant cette bulle laisse adhérente aux parois une portion de son atmosphère qui devient le siège d'une nouvelle évaporation, d'où la formation de nouvelles bulles de vapeur. Ainsi s'explique que celles-ci partent de points déterminés, ceux où existe une bulle gazeuse. Pourtant chaque bulle de vapeur entraînant une portion du gaz qui a permis sa formation, la masse de celui-ci diminue de plus en plus sur les parois du vase, et bientôt l'ébullition devient difficile et même impossible : le liquide arrive à l'état de surchauffe.

Quand un liquide est chauffé par le fond du vase, comme c'est le cas le plus habituel, les couches supérieures sont moins chaudes que les couches inférieures, au moment où les bulles de vapeur commencent à se détacher du fond. Celles-ci, en s'élevant dans le liquide se refroidissent. Dès lors, F diminuant rapidement, il en est de même de V'; la majeure partie de la vapeur contenue dans la bulle se condense, et celle-ci, réduite à un tout petit volume, vient crever à la surface. La brusque condensation qu'éprouve alors chaque bulle de vapeur est accompagnée d'un léger bruit ; telle est la cause du bruissement qu'on entend un peu avant l'ébullition : l'eau *chante* suivant l'expression vulgaire. Mais la condensation de la vapeur qui se produit dans les couches supérieures les échauffe rapidement, par suite de la chaleur de condensation, qui est considérable, comme nous le verrons plus loin ; bientôt toute la masse étant portée à la température pour laquelle F = H (point d'ébullition) les bulles de vapeur arrivent sans subir de condensation jusqu'à la surface, où elles crèvent : le liquide est ne pleine ébullition.

**10. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES SUR L'ÉBULLITION.** — Jusqu'à présent nous avons considéré la force élastique maxima de la vapeur d'un liquide comme étant une fonction de la température seule, restant la même, en particulier, quand la forme de la surface de séparation entre le liquide et l'atmosphère de vapeur qui la surmonte vient à varier.

Sir W. Thomson a démontré par des considérations théoriques (1) qu'il ne saurait en être rigoureusemeut ainsi : quand la

(1) Pour démontrer cette propriété, Sir William Thomson considère un tube capillaire plongé dans un liquide ; celui-ci s'élève dans ce tube à un certain niveau A, situé à une hauteur $h$ au-dessus du niveau B du liquide dans la cuvette (fig. 219).

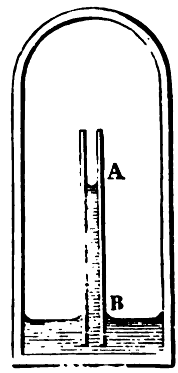


FIG. 219

Supposons que la température soit la même dans toute l'enceinte et qu'il n'existe dans celle-ci que la vapeur du liquide : les principes fondamentaux de la thermodynamique démontrent qu'il y a équilibre dans ces conditions, c'est-à-dire qu'il n'y a ni évaporation ni condensation de vapeur en A et en B. Or, la force élastique $f$ de la vapeur en A est plus faible que la force élastique F de la vapeur en B précisément de la pression $h\delta$ qu'exerce par unité de surface une colonne de cette vapeur ($\delta$ représentant le poids spécifique absolu de la vapeur), puisqu'on a, dans l'état d'équilibre :

$$F = f + h\delta \qquad (1)$$

Mais $f$ et F doivent être les forces élastiques maxima, la première à la surface courbe A, la seconde à la surface plane B, puisqu'il n'y a ni évaporation ni condensation à ces surfaces. Ainsi la force élastique maxima correspondant à une surface courbe n'est pas la même que celle qui correspond à une surface plane.

Du reste, il est aisé de calculer $h$ au moyen de la connaissance de la constante capillaire $a$ relative à la surface de séparation du liquide et de sa vapeur en A, et au moyen des rayons de courbure principaux R et R' de cette surface. En effet, désignons par $p$ la brusque augmentation de pression par unité de surface qui a lieu en passant du côté convexe (liquide) au côté concave (vapeur), on a :

$$p = a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \qquad (2)$$

Comme $f$ est la pression qu'exerce par unité de surface la vapeur en A, la

surface de séparation entre le liquide et la vapeur devient courbe, par une cause quelconque, par exemple par suite de l'ascension du liquide dans un tube capillaire, si la concavité de la surface de séparation est tournée vers la vapeur, la force élastique maxima doit être plus *faible* que dans le cas où la surface est plane, et la différence à une même température est d'autant plus grande que la courbure est plus forte (Voir la formule 4 de la note).

Nous ne nous arrêterons pas maintenant à tirer de ce fait toutes les conséquences qu'on peut en déduire, mais nous avions be-

pression par unité de surface dans le liquide en A est $f - p$ et la force élastique au niveau de B dans le tube est $f - p + hd$, en appelant $d$ le poids spécifique absolu du liquide. On a donc :

$$(3) \qquad F = f - p + hd$$

En égalant les valeurs de F données par (1) et par (3), il vient :

$$h = \frac{p}{d - \delta} \quad \text{et, en vertu de (2) :} \quad h = \frac{a}{d - \delta}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

Enfin, en introduisant cette valeur de $h$ dans la relation (1), celle-ci devient :

$$(4) \qquad F = f + \frac{a\delta}{d - \delta}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

Dans cette formule $d$ et $\delta$ peuvent représenter les densités du liquide et de sa vapeur. Telle est la relation qui doit lier la force élastique maxima $f$ correspondant à une surface concave du côté la vapeur, à la force élastique maxima F correspondant à une surface plane pour la même température.

Cette formule est générale, du reste, quel que soit le signe de la courbure $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$. Si la surface de séparation est convexe du côté de la vapeur, la force élastique maxima $f$ est supérieure à F et d'autant plus que la courbure est plus forte. Il résulte de ce fait une conséquence intéressante : si dans une atmosphère de vapeur de grosses gouttes de liquide et de petites se trouvent en suspension, les petites gouttes peuvent s'évaporer, tandis que les grosses peuvent condenser de la vapeur à leur surface, l'atmosphère n'étant pas saturée pour les premières et étant plus que saturée pour les secondes. Nous ferons plus tard une application de ce fait à la formation des nuages.

soin de le mentionner ici pour la rigueur des considérations que nous allons présenter sur la surchauffe des liquides.

Considérons une petite bulle d'air saturée de vapeur placée au sein d'un liquide. Cette bulle est sphérique ou à peu près; il en résulte que, dans l'état d'équilibre, la force élastique de l'atmosphère qu'elle renferme est plus grande que la force élastique du liquide qui l'entoure. En effet l'étude des phénomènes capillaires montre, comme nous avons déjà eu l'occasion de le dire, qu'en passant du côté convexe au côté concave de la surface de séparation de deux fluides, il y a une brusque augmentation $p$ dans la valeur de la force élastique.

Cette pression capillaire $p$ est donnée par la formule :

$$p = a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

$a$ étant une constante (*constante capillaire*) dépendant de la nature des deux fluides en contact, R et R' étant les rayons de courbure principaux de la surface de séparation. Dans le cas qui nous occupe, où la surface est sphérique, R égale R', et la formule devient simplement :

$$p = \frac{2a}{R}$$

On voit que $p$ est d'autant plus grand que R est plus petit.

Ainsi H étant la force élastique du liquide, $H + p$ est la pression par unité de surface que supporte le pourtour interne de la bulle.

D'autre part, si $h$ est la force élastique propre à l'air contenu dans celle-ci, et si $f$ est la force élastique maxima de la vapeur dont elle est saturée ($f$ étant une fonction, non seulement de la température mais aussi du rayon de courbure R) la force élastique totale de la bulle est $h + f$.

Dans l'état d'équilibre, on a donc :

$$H + p = h + f \tag{1}$$

A basse température, l'égalité (1) étant satisfaite, à cause de la faiblesse $f$, il y a équilibre. A mesure que la température s'élève $f$ augmente; il en est de même du volume V' de la bulle, qui, en désignant, comme ci-dessus, par V le volume toujours très petit de l'air sec à la température considérée et sous la force élastique H du liquide environnant, est donné par :

$$(3) \qquad V' = V\frac{H}{h} = V\frac{H}{H + p - f}.$$

Dans le paragraphe précédent, nous avons supposé le rayon de courbure de la bulle assez grand pour que $p$ fût négligeable et que $f$ ait la valeur F qui, à la même température, correspond à une surface de séparation plane entre le liquide et sa vapeur. Il en résultait que dès que F devenait égal à H, la bulle devait grossir énormément, et que le phénomène d'ébullition devait se produire : ce cas correspond à l'ébullition normale.

Mais si la bulle est extrêmement petite, $p$ n'est plus négligeable et $f$ est plus petit que dans le cas précédent à la même température, puisque c'est une force élastique maxima correspondant à une surface de séparation concave du côté de la vapeur.

Pour cette double raison, à la température où H — F est nul et où l'ébullition normale se produirait, $H + p - f$ n'est pas encore nul; la bulle reste, dans ce cas, très petite, et l'on peut échauffer encore le liquide sans le voir bouillir : il y a surchauffe [1].

C'est seulement quand la température est devenue assez élevée pour que $f = H + p$ que la bulle grossit démesurément et que l'ébullition se produit.

Cette température est d'autant plus élevée, par conséquent, que le rayon primitif de la bulle est plus petit.

Quand la température est assez élevée pour que $f = H + p$, le grossissement de la bulle doit se faire soudainement. En effet, à mesure que celle-ci grandit $f$ devient plus grand et $p$ devient

(1) En se reportant à la formule (4) de la note précédente, on voit que $f$ ne diffère de F que d'une quantité extrêmement petite par rapport à $p$. La principale cause de la surchauffe est donc l'influence de la pression capillaire $p$, et non la différence qui existe entre $f$ et F.

plus petit ; la force élastique $h + f$ à l'intérieur de la bulle augmente donc, tandis que la pression $H + p$, que supporte par unité de surface son pourtour interne, diminue; pour cette double cause l'équilibre est rompu, d'où l'espèce d'explosion qui se produit au moment où la surchauffe cesse.

On voit ainsi, que les phénomènes du retard à l'ébullition sont intimement liés aux phénomènes capillaires.

**11. EXPLICATION DU PHÉNOMÈNE PRÉSENTÉ PAR LES GEYSERS.** — Quand on chauffe par le bas un tube vertical plein de liquide, il ne suffit pas que la température au fond du vase soit devenue telle que la force élastique maxima de la vapeur fasse équilibre à la pression atmosphérique, pour que l'ébullition se produise, même si les bulles gazeuses du fond sont assez grosses pour que la pression capillaire $p$ soit négligeable, il faut encore qu'elle puisse surmonter la pression produite par la colonne liquide. Autrement dit, le terme que nous avons désigné par H dans les deux paragraphes précédents contient, outre la pression atmosphérique, la pression hydrostatique produite par la colonne de liquide qui se trouve au-dessus de la bulle gazeuse.

Mais dès que la température de la partie inférieure du tube a atteint la valeur minima que peut avoir la vapeur pour la force élastique H qui y règne, une bulle se forme et soulève tout le liquide qui se trouve en partie rejeté au dehors. La colonne liquide diminue ainsi de hauteur; la pression H devenant plus faible, la force élastique à l'intérieur de la bulle, sensiblement égale à la force élastique maxima de la vapeur, se trouve alors plus grande que H, de là une ébullition intense, et le reste de la colonne liquide se trouve violemment projeté.

C'est ce qui arrive continuellement quand on chauffe sans précaution le liquide contenu dans un de ces tubes à essais dont se servent les chimistes.

Les éruptions d'eau chaude produites par les geysers d'Islande (fig. 220) semblent dues au même phénomène. Ceux-ci consistent en des puits naturels profonds remplis d'eau chauffés dans le bas par un foyer d'origine volcanique. M. Bunsen a pu constater, au moyen d'un sondage thermométrique opéré peu avant une éruption

que la température allait en croissant avec la profondeur jusqu'à une certaine limite. Après chaque éruption l'eau du bassin qui entoure l'orifice du geyser pénètre dans le puits, ainsi que



FIG. 220.

l'eau des sources ou cours d'eau environnants, qui s'y introduit par des fissures. Le temps nécessaire pour porter la température de l'eau au point voulu, sépare deux éruptions successives. Ainsi s'explique l'intermittence du phénomène.

**12. ÉBULLITION D'UN LIQUIDE EN VASE CLOS.** — Les connaissances que nous possédons maintenant permettent de trouver

aisément les conditions nécessaires pour que l'ébullition puisse se produire en vase clos. Nous supposerons dans tout ce qui va suivre qu'il y a quelques bulles d'air assez grosses contre les parois du vase pour que la surchauffe du liquide soit impossible.

Soit F la force élastique maxima de la vapeur du liquide pour la température de celui-ci, soient $f$ la force élastique propre à la vapeur de ce liquide dans l'atmosphère qui le surmonte et H la force élastique propre à l'air (ou autres gaz) mélangé à la vapeur, de façon que la force élastique totale de l'atmosphère qui presse le liquide soit $H + f$. L'ébullition se produira dès qu'on aura :

$$F = H + f$$

Or, pour peu que la surface libre du liquide ne soit pas de trop petite étendue, par suite de la vaporisation, $f$ devient rapidement égal à la force élastique maxima de la vapeur du liquide pour la température la *plus basse* de l'enceinte, d'après le principe de Watt ; nous pouvons donc considérer cette quantité comme ayant cette valeur dans l'égalité ci-dessus.

Si la température de l'enceinte est uniforme on a $f = F$, et dès lors $H + f$ étant toujours supérieur à F, ou au plus égal si H est nul, l'ébullition est toujours impossible quelle que soit la température à laquelle on porte le vase (1).

Aussi dans une chaudière à vapeur dont toutes les issues sont bouchées peut-on porter l'eau à une température bien supérieure à 100° sans que l'ébullition se produise. Comme l'évaporation est peu active alors, il y a peu de chaleur détruite pour la formation de la vapeur, et l'eau s'échauffe rapidement.

Dans les cours on fait cette expérience avec *la marmite de Papin* (fig. 221). Elle consiste en une chaudière en bronze A, à parois épaisses, dans laquelle on met de l'eau ; le couvercle C est pressé avec force sur l'ouverture par une vis V. Un orifice O est fermé par une soupape de sûreté, sur la tête de laquelle

(1) Dans le cas où H est nul, l'espace est tout de suite saturé de vapeur par une vaporisation superficielle immédiate, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre.

s'appuie un levier L portant un poids, dont la distance à l'axe de rotation permet de régler la pression maxima, que peut sup-

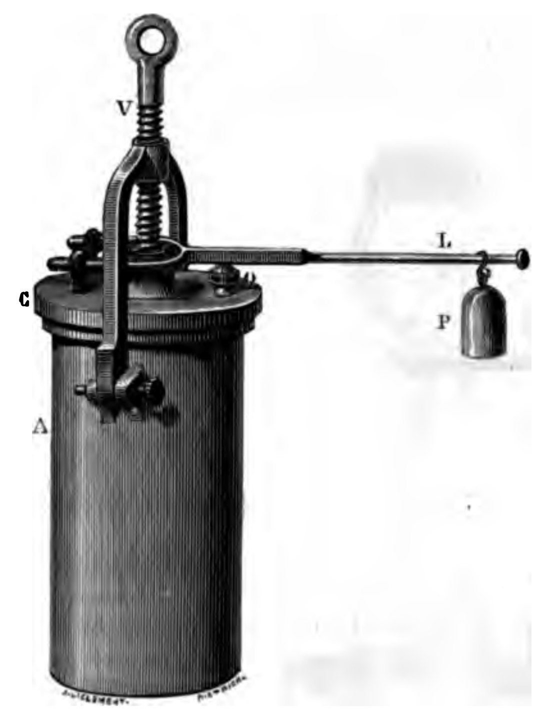



Fig. 221.

porter la soupape sans s'ouvrir. On place l'appareil sur le feu, le métal étant bon conducteur de la chaleur tout l'intérieur est à la même température, et l'eau s'échauffe sans bouillir au-dessus de 100°. L'atmosphère, qui surmonte le liquide, toujours à peu près saturée de vapeur, acquiert une force élastique considérable, à cause de la rapidité avec laquelle croît la force élastique maxima de la vapeur d'eau au-dessus de 100°. Si alors on soulève le levier de la soupape de sûreté, l'orifice O est débouché, et la pression diminuant à l'intérieur de la chau-

dière, une violente ébullition se produit, et un puissant jet de vapeur sort par l'orifice.

On utilise la marmite de Papin, ou, d'une façon plus générale, les vases scellés, quand on veut porter un liquide à une température supérieure à son point d'ébullition ordinaire, soit pour les expériences de chimie, soit pour les besoins de l'industrie; on s'en sert, par exemple, dans l'extraction de la gélatine des os au moyen de l'eau à 106°.



Fig. 222.

Mais l'ébullition est possible en vase clos si la température d'une portion de l'enceinte est maintenue plus basse que celle du liquide, car $f$ étant alors inférieur à F, il est possible que $H + f$ soit égal à F, et, en chauffant convenablement le liquide, on arrivera toujours à ce résultat.

On démontre dans les cours l'ébullition en vase clos par une expérience très simple due à Franklin. On fait bouillir de l'eau dans un ballon à long col ouvert dans l'atmosphère, et lorsque l'air contenu dans celui-ci a été à peu près chassé par la vapeur, on ferme le vase avec un bouchon. L'ébullition cesse aussitôt; on retire le ballon du feu immédiatement pour éviter une explosion, et on le retourne comme le représente la figure 222. Au premier moment l'ébullition ne se produit pas, parce que tout le vase est à la même température; mais, si l'on vient à refroidir avec une éponge mouillée d'eau froide le haut du ballon une violente ébullition se manifeste aussitôt. Cette ébullition peut durer fort longtemps, car la vapeur produite va se condenser

sur les parois refroidies du ballon, conformément au principe de Watt.

13. CALÉFACTION. — Lorsqu'on vient à verser une goutte d'eau sur une plaque métallique chauffée à une température supérieure à 100° mais inférieure à 140°, on constate que celle-ci bout et se vaporise très rapidement. Mais le phénomène est tout autre si la plaque est portée au rouge ou seulement à une température supérieure à 142°. Dans ce cas, la goutte d'eau déposée sur la plaque ne *bout pas*, et elle prend une forme sphérique, si elle est de faible volume, ou une forme plus aplatie, mais à bords arrondis, si elle est d'un volume un peu considérable, absolument comme une goutte de mercure placée sur une lame de verre. La goutte présente du reste la même instabilité, et pour pouvoir la maintenir sur la plaque il est bon que celle-ci soit légèrement concave. Malgré la haute température de la plaque, l'eau dans cet état ne s'évapore que par sa surface et avec lenteur, comme on peut le constater à la lente diminution de volume qu'elle éprouve.

M. Boutigny, qui a étudié vers 1842 ce phénomène, observé pour la première fois par Eller en 1746, lui a donné le nom de *caléfaction*.

Du reste il n'y a pas que l'eau qui puisse être caléfiée, tous les liquides jouissent de la même propriété quand ils sont placés sur une surface à une température très élevée au-dessus de leur point d'ébullition sous la pression atmosphérique. Ainsi, l'alcool, l'éther, l'acide sulfureux, l'acide carbonique liquide, malgré leur extrême volatilité peuvent subsister en s'évaporant à peine dans des creusets portés au rouge.

La température du vase métallique à partir de laquelle la caléfaction commence à se produire est, d'après les expériences de M. Boutigny, de 142° pour l'eau, de 134° pour l'alcool de 61° pour l'éther, et, d'une façon générale, d'autant plus basse que le liquide est plus volatil. Quand on laisse refroidir la surface sur laquelle le liquide est caléfié, dès que sa température s'abaisse au-dessous des limites que nous venons d'indiquer, l'ébullition se produit avec une grande violence, et le liquide est réduit rapidement en vapeur.

Ce phénomène présente-t-il une exception réelle aux lois d l'ébullition ? Pour répondre à cette question il faut avant to connaître la température du liquide caléfié.

Faraday ayant mis dans un creuset chauffé au rouge un m lange d'éther et d'acide carbonique solide, posa à la surface ( globule caléfié une petite capsule de platine contenant du mercu qui se congela rapidement, indiquant que la température du gl bule, au milieu du creuset incandescent, était inférieure à — 4(

M. Boutigny en plaçant le réservoir d'un petit thermomèt dans des globules de divers liquides caléfiés, a trouvé que le température était toujours inférieure au point d'ébullition de c liquides (1).

Ainsi *le liquide ne bout pas, parce qu'il n'a pas une tempér ture suffisamment élevée.*

Mais comment un liquide peut-il rester à une température aus basse au milieu d'un creuset incandescent?

On trouve la raison de ce phénomène, si surprenant au pre mier abord, dans le fait qu'un liquide caléfié ne mouille pas et, par conséquent, ne touche pas le vase qui le supporte. Dès lors la chaleur de celui-ci ne peut lui être transmise par voie de conduc tibilité, comme dans les circonstances ordinaires; la faible quantité de chaleur, qui lui parvient du vase par voie de rayonnement à travers la couche de vapeur qui l'en sépare, est détruite constam ment par l'évaporation dont la surface du globule est le siège; c'est pourquoi la température du liquide ne peut s'élever jusqu'au point d'ébullition. Quand le vase se refroidit, à un certain moment le liquide mouille ses parois, et immédiatement, une grande quantité de chaleur lui parvenant par voie de conductibilité l'ébullition se produit violemment.

Le fait qu'un liquide caléfié ne touche pas la surface qui le supporte est attesté par de nombreuses expériences.

Ainsi en opérant sur une plaque plane, et en maintenant le globule au repos par un fil fixe qu'il mouille, on peut constater

(1) L'indication du thermomètre était certainement supérieure à la tempé rature du liquide à cause du rayonnement exercé par les parois du vase in candescent ; la conséquence que nous tirons de cette expérience est donc exacte *a fortiori*.

si l'on place l'œil à une hauteur convenable, qu'il existe une lame gazeuse transparente entre le globule et la surface chaude. On peut même, pour rendre cette expérience visible à tout un auditoire, projeter, à l'aide d'une lentille, l'image du globule et de la lame sur un écran en les éclairant vivement par derrière.

On doit à Poggendorff l'expérience suivante : dans une capsule de métal C (fig. 223) on caléfie de l'eau acidulée; un fil métallique

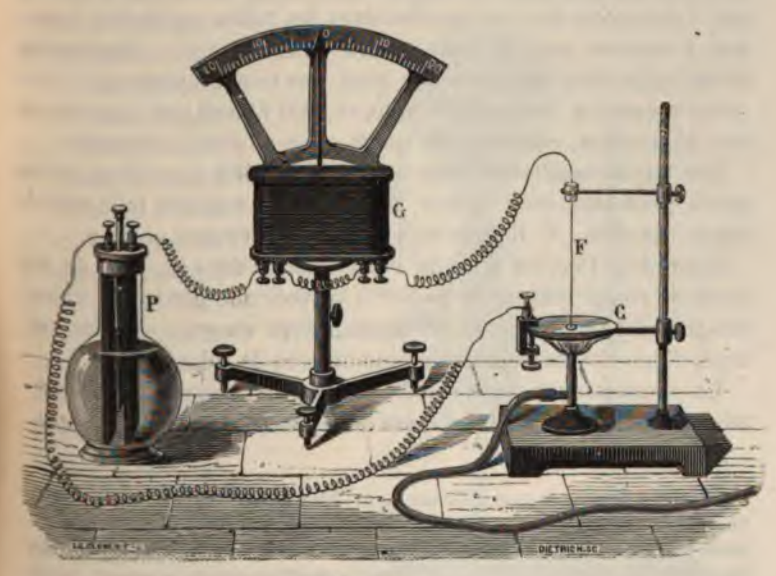



Fig. 223.

froid F plonge au milieu du globule et communique avec l'un des pôles d'une pile P par l'intermédiaire du fil d'un galvanomètre G; de l'autre pôle part un fil qui aboutit à la capsule. L'aiguille du galvanomètre ne dévie pas indiquant qu'il y a une interruption dans le circuit, et par conséquent que le liquide ne touche pas la capsule. Mais, dès que, par suite du refroidissement, la caléfaction cesse, on voit l'aiguille dévier vivement : le contact s'est établi.

Du reste, rien que la forme sphéroïdale que prend le liquide

caléfié montre, d'après la connaissance des phénomènes de capillarité, qu'il ne mouille pas la surface chauffée.

On doit conclure de là que les liquides qui mouillent les métaux, le verre, la porcelaine, etc., à froid, cessent de mouiller ces corps quand leur température est élevée, et se comportent alors, au point de vue des phénomènes capillaires, comme le mercure vis-à-vis du verre et de la porcelaine. Ce fait est pleinement d'accord avec les observations de M. Wolff, qui a montré que l'ascension de ces liquides dans les tubes capillaires diminue à mesure que la température s'élève ; cette observation devait déjà faire supposer que pour des températures plus élevées l'ascension deviendrait nulle, et qu'il finirait par se produire une dépression, comme celle qu'on observe avec le mercure.

Les forces capillaires dans un liquide caléfié sont même telles qu'on peut très bien opérer la caléfaction sur une toile métallique chauffée : le liquide ne passe pas à travers celle-ci.

Bien plus, Perkins a vu de l'eau caléfiée dans un tube de fer porté au rouge refuser de passer à travers une petite ouverture, malgré une pression de 50 atmosphères exercée sur elle par l'eau d'une chaudière communiquant avec le tube [1].

La connaissance de la caléfaction permet d'expliquer maintenant des phénomènes qui, auparavant, paraissaient bien étranges.

(1) Quand on exerce une pression pour faire passer un liquide à travers une petite ouverture pratiquée dans une surface qui n'est pas mouillée par celui-ci, le liquide vis-à-vis de l'ouverture prend une forme convexe dont les rayons de courbure diminuent quand la pression exercée augmente jusqu'à une certaine limite qui peut être très petite si l'ouverture est étroite. En nous reportant à ce qui a été dit au paragraphe 10, on voit qu'il existe alors en passant de l'extérieur à l'intérieur du liquide à travers cette surface convexe vers l'extérieur, une brusque augmentation de force élastique $p = a\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right)$ qui peut être considérable si $a$ est grand et $R$ et $R'$ petits. Tant que le liquide refuse de passer, la courbure $\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$ augmente avec la pression exercée jusqu'à ce que $p$ devienne égal à la différence de force élastique qui existe entre l'intérieur et l'extérieur; ainsi s'explique la possibilité de l'équilibre. Pourtant comme la courbure $\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$ ne peut croître indéfiniment, $p$ a une limite maxima, et, si l'excès de pression intérieure vient à la dépasser, le liquide s'échappe par l'ouverture.

Ainsi, on a vu quelquefois des chaudières à vapeur faire explosion pendant leur refroidissement. L'eau qui alimente les chaudières contient des sels en dissolution (carbonate, sulfate de chaux, etc.) ; à mesure que l'eau s'évapore, ces substances se déposent contre les parois de la chaudière, et finissent par faire un revêtement intérieur qui est fort mauvais conducteur de la chaleur. Il faut alors, pour amener à la température voulue l'eau de ces chaudières, porter au rouge les parois métalliques de celle-ci. Supposons que, dans cet état, une portion du revêtement calcaire, assez fragile du reste, vienne à se détacher ; l'eau se trouve immédiatement en contact avec une surface ncandescente : la aléfaction se prouisant, il ne se rme pas plus de peur qu'auparaint. Mais pendant refroidissement la chaudière, s que la paroi arrive à 140°, la éfaction cesse ; u mouille cette i chaude, et, ouvant subiteportée à une ule température une ébullition si violente se produit qu'elle peut occa- l'explosion de la chaudière.



Fig. 224.

xpérience de cours, imaginée par M. Boutigny, justifie plication. Une petite bouteille métallique (fig. 224) peut

être portée à haute température par une lampe ; on laisse tomber alors dans celle-ci quelques gouttes d'eau qui se caléfient ; on bouche fortement la bouteille, puis on éteint la lampe. Au moment où, par suite du refroidissement, la caléfaction cesse, le bouchon est violemment projeté, et un jet de vapeur sort par le goulot.

Certains faits, qui paraissent toucher au merveilleux, s'expliquent non moins aisément.

On sait que parmi les supplices imaginés au moyen âge, il en était un qui consistait à faire lécher un fer rouge au patient. Souvent, par suite du phénomène de caléfaction qui se produisait pour la salive, au contact du métal incandescent, la langue n'était pas brûlée.

Du reste, il est bien constaté aujourd'hui qu'on peut impunément plonger la main un instant dans un bain de plomb fondu, dans un jet de fonte incandescente, dans du verre en fusion sans être brûlé, surtout si l'on a pris la précaution de se mouiller la main avec un liquide volatil (eau, alcool, éther).

---

# CHAPITRE VIII

## MESURE DES FORCES ÉLASTIQUES MAXIMA DES VAPEURS

La force élastique maxima d'une vapeur dépend non seulement de sa nature, mais encore, comme nous le savons, de sa température. Les méthodes employées pour en effectuer la mesure diffèrent suivant les limites entre lesquelles on veut faire varier la valeur de celle-ci. On peut les classer en trois groupes : — 1° Mesures aux températures ordinaires. — 2° Mesures aux températures inférieures à 0°. — 3° Mesures aux températures élevées.

Nous allons les étudier successivement.

1. **MÉTHODE DE DALTON.** — Dalton est le premier physicien qui ait mesuré la force élastique maxima des vapeurs.

Pour les températures ordinaires, son procédé, fort simple, n'est autre que celui qui nous a servi à étudier la vaporisation dans le vide, avec quelques dispositions nécessaires pour faire varier la température au gré de l'observateur et la mesurer.

Le baromètre contenant le liquide A (1) (fig. 225) était en-

(1) Pour avoir un tube barométrique mouillé et exempt d'air, Dalton indique de remplir le tube presque complètement de mercure, et d'achever de le remplir avec le liquide. Après avoir bouché l'orifice avec le doigt on fait parcourir plusieurs fois le tube à la bulle du liquide volatil, de façon à bien mouiller les parois, et à ramasser les bulles d'air qui y sont adhérentes. Ceci fait, on redresse le tube, l'orifice en haut, puis on achève de le remplir avec

touré par un manchon de verre M fermé dans le bas par un bouchon de liège que traversait le tube barométrique. On versait dans ce manchon de l'eau à différentes températures données par un thermomètre T (1).



Fig. 225.

A l'aide de cet appareil, Dalton a dressé des tables dans lesquelles il inscrivait, vis-à-vis de la température indiquée par le thermomètre T du manchon, la différence de hauteur entre la colonne de mercure du baromètre mouillé et celle d'un baromètre sec B donnant la pression atmosphérique du moment. Il avait ainsi pour chaque température la hauteur de la colonne mercurielle qui faisait équilibre à la force élastique de la vapeur.

Cet appareil a permis à Dalton de trouver les forces élastiques maxima de plusieurs vapeurs entre 32 et 150 degrés Fahrenheit (0° et 68° centigrades). Au delà, il était difficile de maintenir suffisamment constante la température de l'eau du manchon.

**2. MÉTHODES DE REGNAULT.** — Les expériences de Dalton sur les forces élastiques maxima des vapeurs aux températures froides ou tièdes ont été reprises par plusieurs expérimentateurs, et en particulier par Regnault.

Ce dernier physicien a employé deux méthodes un peu différentes que nous allons exposer.

Première méthode. — Cette première méthode est identique à

du mercure. On met le doigt sur l'orifice et l'on retourne le tube sur la cuvette. Après avoir retiré le doigt, le mercure descend. Le liquide qui a mouillé les parois se vaporise en partie dans la chambre et l'excès vient bientôt se rassembler à la surface du mercure.

(1) L'appareil qui se trouve dans la plupart des cabinets de physique, en France, et dans lequel un même manchon entoure le baromètre sec et le baromètre mouillé n'est pas exactement celui de Dalton. Cette forme d'appareil, qui a été employée par Regnault au début de ses expériences sur la force élastique des vapeurs, est due probablement à Gay-Lussac.

celle de Dalton, mais les appareils employés sont plus parfaits ; en voici la description.

Un baromètre normal, qui reste sec, et un autre baromètre tout semblable, dans lequel on introduit le liquide volatil, reposent sur une même cuve à mercure M (fig. 226). La partie supérieure de ces deux baromètres est entourée par de l'eau contenue dans une caisse en tôle C. La face antérieure de celle-ci est munie d'une glace à faces bien parallèles, ce qui permet de relever, au moyen d'un cathétomètre, la différence de niveau entre les deux baromètres.

On fait varier la température de l'eau contenue dans la caisse, soit en la refroidissant avec des morceaux de glace, soit en l'échauffant à l'aide d'une forte lampe à alcool. Un agitateur permet de rendre cette température uniforme ; elle est donnée par plusieurs thermomètres.

La différence de niveau entre les deux baromètres représente la hauteur $h$ de la colonne de mercure qui, à la température $t$ de l'eau de la cuve, fait équilibre à la force élastique de la vapeur étudiée. Par conséquent, la hauteur $h_0$ du mercure à 0°, qui fait équilibre à la même force élastique, est donnée par :

$$h_0 = \frac{h}{1 + \Delta_t}$$

$\Delta_t$ étant la dilatation absolue du mercure entre 0° et $t$°. C'est cette quantité qu'on inscrit vis-à-vis de la température donnée par le thermomètre pour dresser la table. Toutefois, il faut faire subir à cette hauteur $h_0$ une légère correction due à la pression très faible qu'exerce la colonne du liquide volatil à la surface du mercure du baromètre mouillé (1).

Grâce à une plus grande masse d'eau contenue dans un vase moins élevé, et grâce à l'agitation, Regnault obtenait une tem-

(1) Il suffit de diminuer la différence de niveau $h_0$ entre les mercures des deux baromètres de la hauteur de la petite colonne liquide multipliée par le rapport $\frac{d}{D}$ de la densité du liquide volatil à celle du mercure.

pérature plus uniforme que Dalton autour du baromètre mouillé : la température était donc mieux connue. L'emploi d'une glace plane, permettant de relever au cathétomètre la différence de niveau des deux baromètres, évitait l'un des inconvénients de l'appareil de Dalton : le manchon de verre soufflé pouvait, en effet, causer des erreurs de lecture, car ce manchon présentait nécessairement des parties plus épaisses les unes que les autres, produisant l'effet de prismes, les uns abaissant, les autres relevant les rayons lumineux.

Deuxième méthode. — Pour cette seconde méthode, l'appareil est à peu près le même, seulement le baromètre à vapeur A communique par sa partie supérieure avec un ballon V d'un demi-litre de capacité environ (fig. 226), contenu aussi à l'intérieur de la cuve. Pour faire l'expérience, on introduit dans ce ballon (avant de le souder au tube barométrique) une petite ampoule de verre complétement remplie du liquide étudié bien privé d'air. Puis on met le ballon, et par conséquent le tube barométrique, en communication par un branchement latéral K avec une machine pneumatique ; on fait le vide et on laisse rentrer de l'air sec ; par cette opération, qu'on répète plusieurs fois, on dessèche les parois du verre. Ayant fait le vide une dernière fois, aussi parfaitement que possible, on ferme à la lampe le branchement latéral K, pour clore l'appareil.

Le vide n'étant pas parfait, il reste une petite quantité d'air dont la force élastique viendra s'ajouter à celle de la vapeur. Aussi, avant de faire éclater l'ampoule qui renferme le liquide, convient-il de déterminer la hauteur de la colonne mercurielle $h_0$, qui fait équilibre à la force élastique de cet air amené à 0°, en entourant de glace le ballon ; on obtient immédiatement cette quantité $h_0$ par la mesure de la différence de niveau, très petite du reste, qui existe entre les deux baromètres.

Cette opération effectuée on provoque la rupture de l'ampoule en approchant du ballon qui la contient quelques charbons ardents, dont le rayonnement dilate le liquide et détermine la rupture de sa mince enveloppe de verre. Le vide étant presque parfait la vaporisation est immédiate, et l'espace est tout de suite saturé de vapeur.

ne on a eu soin de prendre le ballon d'une assez grande
é, l'augmentation de volume de la masse gazeuse, qui se
par suite de la dépression du mercure, n'est qu'une

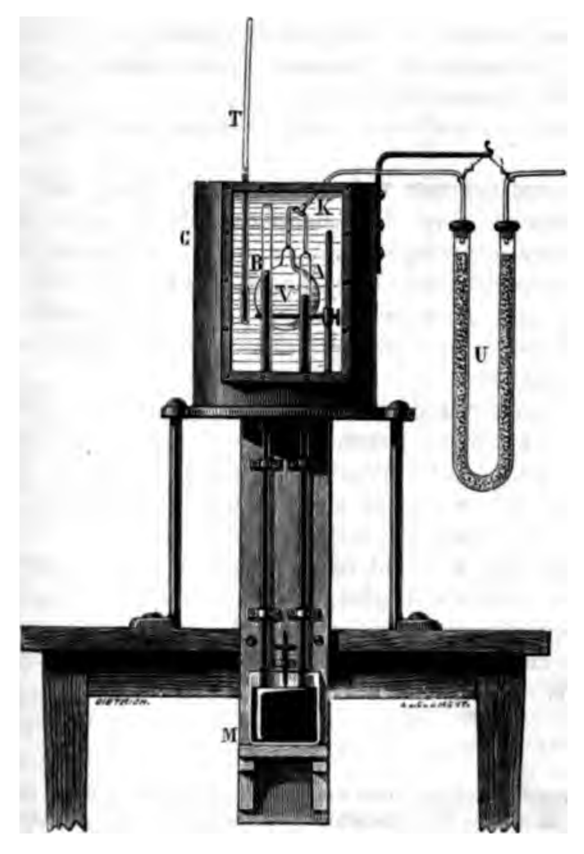



FIG. 226.

action du volume total, et il n'en résulte pour la force
le propre à l'air qu'une diminution absolument insensible.
fit alors de retrancher de la différence de niveau des
aromètres, après l'avoir réduite à ce qu'elle serait (H)

si la température du mercure était 0°, la hauteur $h$ de la colonne mercurielle qui ferait équilibre à la force élastique de l'air à la température du ballon [1], pour avoir la mesure $(H - h)$ de la force élastique propre à la vapeur saturante.

Cette méthode présente sur la précédente le léger avantage de ne pas mouiller par le liquide le sommet de la colonne mercurielle du baromètre à vapeur. L'observation de la position du niveau devient plus facile.

Les deux méthodes ont donné les mêmes résultats.

3. **CAS DES LIQUIDES TRÈS VOLATILS.** — Quand aux températures tièdes la force élastique maxima de la vapeur est voisine de la pression atmosphérique, ou lui est supérieure, les dispositions précédentes ne conviennent plus évidemment. Dans ce cas, au lieu d'employer un manomètre barométrique pour mesurer les forces élastiques des vapeurs, on emploie un manomètre à air libre.

Dalton se servait d'un manomètre en forme de siphon, présentant une longue branche ouverte dans l'atmosphère et une branche plus courte, fermée à sa partie supérieure, contenant au-dessus du mercure le liquide volatil et sa vapeur, sans mélange d'autre gaz. On portait à une température connue cette courte branche, et la différence de niveau entre le mercure de la branche ouverte et celui de la branche fermée, augmentée de la hauteur barométrique du moment, donnait la hauteur de la colonne de mercure faisant équilibre à la force élastique maxima de la vapeur.

(1) Regnault ne dit pas, dans son mémoire, comment il tenait compte de la variation de $h$ avec la température $t$ du ballon. Il est probable qu'il se servait de la formule

$$h = h_0(1 + \alpha t)$$

$\alpha$ étant le coefficient d'augmentation de pression de l'air, et $h_0$ la valeur, donnée directement par l'expérience, que prend $h$ à 0°.

Du reste, ce n'est que pour les températures éloignées de 0° que le terme $h_0 \alpha t$ peut avoir une valeur appréciable.

ult, pour le même usage, s'est servi souvent de l'appareil ité figure 227. La branche fermée *a* contient au-dessus ure le liquide volatil et sa elle est raccordée par les *f*, *h* aux deux branches ormant un manomètre à air es tubes *a* et *b* étant plongés cuve de l'appareil représenté 26, on introduisait par le nent *gf* de l'air sous une convenable. On retranchait de ur barométrique du moment ence de niveau du mercure deux branches *h* et *k* augmen- la distance verticale, posi- négative, du mercure de la *a* au-dessus du mercure de he *b*, toutes ces colonnes lles étant auparavant ré- 0°. On avait ainsi la mesure rce élastique maxima de la ontenue en *a*. Il fallait, bien s'assurer qu'il y avait vola- du liquide, avant de pro- ces mesures, ce qu'on pou- ours obtenir en diminuant suffisamment la pression.

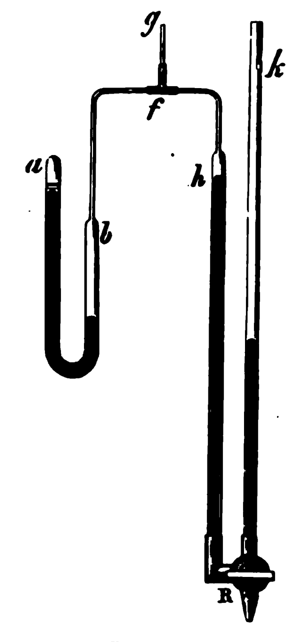


FIG. 227.

**URE DE LA FORCE ÉLASTIQUE MAXIMA AU-DESSOUS DE** C'est à Gay-Lussac que sont dues les premières me- la force élastique maxima de la vapeur d'eau au-dessous

servi pour cela de la méthode de Dalton un peu modifiée. à vapeur A (fig. 228) se recourbe à son extrémité supé- peu au-dessous de l'horizontal, et la partie recourbée *a* ans un mélange réfrigérant.

introduit dans ce baromètre un liquide, d'après le prin- Watt, celui-ci passe par distillation de la partie chaude rtie froide *a*; la distillation achevée, la force élastique

de la vapeur est exactement égale à la force élastique maxima correspondant à la plus basse température, c'est-à-dire à celle du mélange réfrigérant donnée par un thermomètre T.

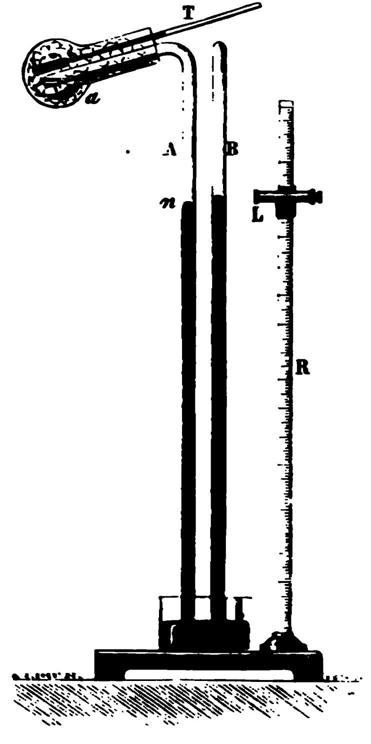



Fig. 228.

Vis-à-vis de l'indication de celui-ci, il n'y a qu'à inscrire la différence de niveau entre les deux branches A et B (réduite à 0°) pour dresser la table.

Gay-Lussac relevait cette différence de niveau avec une petite lunette horizontale L, pourvue d'un réticule et pouvant se fixer à diverses hauteurs sur une règle graduée R verticale. C'était, en germe, le cathétomètre, que Dulong et Petit ont employé les premiers sous sa forme actuelle.

Le seul défaut qu'on puisse reprocher aux expériences de Gay-Lussac est l'emploi d'un mélange réfrigérant pâteux formé de glace pilée et de sel, dont la température diffère parfois notablement d'un point à un autre. On ne pouvait donc pas être assuré que la température indiquée par le thermomètre T fût celle de la branche a, qu'il importait de connaître.

Regnault a repris les expériences de Gay-Lussac, mais en employant un mélange réfrigérant liquide formé de chlorure de calcium hydraté et de neige : en ajoutant de temps en temps, soit des fragments de glace, soit des cristaux de chlorure de calcium, on en abaissait la température : l'agitation permettait de rendre celle-ci uniforme. C'est dans ce bain (fig. 229) qu'on plongeait le ballon V de l'appareil décrit au paragraphe précédent :

ce ballon communiquait par un long tube CD avec le baromètre A. Les baromètres A et B, du reste, étaient simplement placés sur une planchette.

La manière d'opérer était exactement la même que dans le deuxième mode d'expérimentation décrit § 2.

Faisons remarquer, que dans le cas de l'eau, la vapeur émise alors provient non du liquide, mais de la glace qui se forme dans la partie plongée au milieu du mélange réfrigérant.




FIG. 229.

**5. MESURE DES FORCES ÉLASTIQUES MAXIMA A HAUTE TEMPÉRATURE.** — La connaissance de la force élastique maxima de la vapeur d'eau aux températures élevées est d'une grande importance, à cause des machines à vapeur. Aussi son étude a-t-elle été le sujet de nombreux travaux. Dalton, Arzberger, Dulong et Arago,... enfin Regnault se sont successivement occupés de ce sujet.

Nous ne saurions passer complètement sous silence le remarquable travail de Dulong et Arago, entrepris sur la demande adressée par le gouvernement à l'Académie des sciences (1).

(1) Le mémoire d'Arago et Dulong a été présenté à l'Académie des sciences le 30 novembre 1829 ; c'est ce même mémoire qui contient leur travail sur la vérification de la loi de Mariotte.

Voici, en quelques mots, la méthode employée par ces illustres physiciens. Une chaudière à vapeur, à parois épaisses et possédant une soupape de sûreté, communiquait avec le manomètre à air comprimé qu'ils avaient étudié en vérifiant la loi de Mariotte. On commençait par chasser l'air contenu à la partie supérieure de la chaudière au moyen de l'ébullition, la soupape de sûreté étant ouverte; puis celle-ci était fermée et convenablement chargée. On mesurait alors la force élastique de la vapeur d'eau saturante à l'aide du manomètre et la température correspondante avec des thermomètres. Ceux-ci ne plongeaient pas directement dans la chaudière, car, sous les hautes pressions, les réservoirs auraient été comprimés et les indications faussées; ils étaient contenus dans des tubes de fer verticaux fermés par le bas et placés dans la chaudière (l'un descendait jusque dans l'eau, l'autre s'arrêtait dans la vapeur); ces tubes renfermaient du mercure pour établir une bonne conductibilité calorifique.

Ils obtinrent ainsi la valeur de la force élastique maxima de la vapeur d'eau, jusqu'à la température de 224°, pour laquelle cette force élastique devient égale à 24 atmosphères.

Leurs résultats, beaucoup plus précis que ceux de Dalton et de Arzberger, étaient pleinement suffisants pour la pratique des machines à vapeur.

Pourtant la méthode qu'ils ont employée n'est pas à l'abri de tout reproche : la partie de l'appareil qui renfermait la vapeur étant à la même température que le reste de la chaudière, l'ébullition n'avait pas lieu. Dès lors, la température et, par conséquent, la force élastique de la vapeur ne demeuraient pas stationnaires. Or, quand la température varie, les indications d'un thermomètre sont toujours en retard. Pour obvier autant que possible à cet inconvénient, Arago et Dulong, après avoir chauffé la chaudière, la laissaient un peu refroidir, et ils saisissaient, pour faire l'observation simultanée de la force élastique et de la température, le moment où celle-ci, passant par un maximum, restait à peu près stationnaire pendant quelques instants.

En outre, l'emploi d'un manomètre à air comprimé, dont la sensibilité décroît quand la force élastique augmente, et celui de thermomètres à mercure, qui donnent une température mal

définie, ne permirent pas une très grande précision dans ces mesures (1).

Aussi Regnault, renonçant au procédé d'Arago et Dulong pour étudier la même question, reprit en 1843 (2) la *méthode d'ébullition* imaginée et déjà employée par Dalton (voir Chap. VII, § 8). Il a, du reste, profondément modifié la disposition expérimentale du physicien anglais, et a introduit dans la méthode des perfectionnements dont les travaux d'Arago et Dulong et ses propres expériences lui avaient montré l'utilité. Comme pour tous les sujets dont il s'est occupé, les expériences de cet habile expérimentateur sont d'une telle précision qu'elles doivent servir de modèle : aussi les rapportons-nous avec quelques détails.

Principe de la méthode. — Le liquide étudié est porté à l'ébullition dans un vase clos, sous une pression qui se maintient constante par suite de la condensation continuelle de la vapeur émise. Cette pression est donnée par un manomètre de précision et, comme nous l'avons vu (Chap. VII, § 8), elle fait exactement équilibre à la force élastique maxima de la vapeur du liquide, pour la température constante aussi que possède celle-ci pendant l'ébullition.

L'opérateur, en augmentant ou en diminuant à son gré la force élastique de l'atmosphère artificielle qui surmonte le liquide, fait varier ce point d'ébullition. On peut ainsi dresser une table de la force élastique maxima de la vapeur, depuis la température ordinaire jusqu'aux températures les plus élevées, puisqu'il suffit d'inscrire, vis-à-vis de la température de la vapeur du liquide bouillant, la force élastique indiquée par le manomètre.

(1) Ce qui prouve la justesse de ces critiques, qui ont été faites par Regnault, c'est qu'une commission américaine refit, en 1830, le travail d'Arago et Dulong en suivant exactement la méthode des physiciens français, et arriva à des résultats notablement différents surtout pour les températures élevées. La discordance paraît tenir principalement aux indications dissemblables de thermomètres à mercure formés de verres différents.

(2) A la même époque Magnus, en Allemagne, mesurait la force élastique maxima de la vapeur d'eau entre — 20° et + 115° par un procédé tout différent de celui employé par Regnault, mais susceptible aussi d'une grande précision. Ses résultats sont parfaitement d'accord avec ceux du physicien français.

Description de l'appareil. — L'appareil qui a servi à l'étude de la vapeur d'eau se compose d'une chaudière en cuivre rouge A (fig. 230) destinée à faire bouillir le liquide. Des tubes en fer




Fig. 230.

verticaux *c* et *d*, partant de la partie supérieure de la chaudière, plongent soit dans la vapeur, soit dans le liquide même; ils sont fermés par le bas, contiennent du mercure et servent à loger les réservoirs des thermomètres *t* comme dans l'appareil d'Arago et Dulong. La chaudière communique par un tube TT', incliné de son côté, avec un grand réservoir métallique B renfermant de l'air qu'on raréfie ou comprime par le conduit à robinet KL, à l'aide d'une machine pneumatique ou d'une pompe de compres-

sion. Ce réservoir est entouré d'eau froide pour éviter les variations de température de l'air qu'il renferme; ces variations entraîneraient un changement de force élastique de l'atmosphère qui surmonte le liquide bouillant, et par suite modifieraient le point d'ébullition.

Le tube TT′ est entouré d'un manchon M dans lequel circule constamment un courant d'eau froide, entrant par C et sortant par E, pour condenser les vapeurs émises. Les gouttelettes qui proviennent de la condensation retombent dans la chaudière, qui conserve toujours ainsi la même quantité de liquide.

Enfin un manomètre barométrique, pour les pressions plus faibles que celle de l'atmosphère, ou un manomètre à air libre *p*, *q*, *n*, pour les pressions plus élevées, communique avec le réservoir B, afin de mesurer la force élastique de l'air qu'il renferme.

Dans les expériences faites sous des pressions très élevées, l'appareil employé ne différa de celui qui est représenté sur la figure que par ses dimensions plus grandes, et par l'épaisseur plus considérable des parois de la chaudière et du réservoir. Les thermomètres étaient complètement plongés dans les tubes pour éviter les corrections nécessaires quand la tige n'est pas à la même température que le réservoir. Enfin, Regnault se servait, pour mesurer la force élastique, du grand manomètre à air libre qu'il avait employé dans l'étude de la loi de la compressibilité des gaz.

Pour les liquides autres que l'eau, l'appareil ne différa du précédent que par quelques perfectionnements de détail.

Marche des expériences. — On commençait par raréfier l'air contenu dans le réservoir B; on fermait le robinet R pour clore l'appareil, et l'on chauffait le liquide contenu dans la chaudière. Les thermomètres montaient d'abord, puis devenaient fixes; en même temps on entendait bouillir le liquide, et la température restait parfaitement stationnaire aussi longtemps qu'on le désirait. Au bout de quelques instants on relevait les indications constantes des thermomètres et de l'appareil manométrique.

On augmentait ensuite la pression, soit en laissant rentrer de l'air, soit en le comprimant à l'aide d'une pompe par le tube LK. L'ébullition cessait alors, la température du liquide s'élevait,

puisque la chaleur communiquée à la chaudière n'était plus détruite par une vaporisation active, puis la colonne thermométrique devenait fixe de nouveau, et le liquide recommençait à bouillir. On procédait alors aux mêmes mesures que ci-dessus, et l'on poursuivait ainsi l'expérience jusqu'aux pressions les plus élevées qu'on pouvait atteindre.

Ajoutons que les thermomètres à mercure étaient tous construits en cristal; il avaient été comparés avec soin au thermomètre à air, et Regnault a conservé dans les tables qu'il a construites la température définie par ce dernier instrument.

Il va sans dire que toutes les mesures manométriques subissaient les corrections que nous avons indiquées à propos de la vérification de la loi de Mariotte (Liv. III. Chap. III, § 9).

**6. RÉSULTATS.** — Nous nous bornerons à rapporter les résultats obtenus par Regnault, qui sont les plus étendus et ceux qui méritent le plus de confiance.

Pour coordonner les données fournies par plus de mille expériences faites par les divers procédés que nous venons d'indiquer, Regnault a employé la méthode graphique et a opéré exactement comme nous l'avons décrit (Chap. III, § 2) à propos de la dilatation du mercure.

Les courbes obtenues doivent remplacer maintenant l'ensemble des expériences, puisqu'elles présentent l'avantage de corriger en partie les erreurs inévitables de celles-ci.

La force élastique maxima est ainsi une fonction empiriquement connue de la température.

Regnault a voulu ensuite représenter cette fonction par une formule plus commode à employer que la courbe elle-même.

Or, dans l'ignorance où l'on est encore actuellement de l'expression mathématique exacte de cette fonction, c'est-à-dire de la loi qui relie les forces élastiques maxima aux températures, Regnault a essayé les diverses formules empiriques qui avaient été proposées dans ce but, pour trouver celle qui représentait le mieux la courbe obtenue par ses expériences.

Il s'est arrêté à une formule indiquée par Biot et que voici :

$$(1) \qquad \text{Log}\, F = a + b\alpha^t + c\beta^t$$

dans laquelle Log F représente le logarithme vulgaire de la force élastique maxima de la vapeur pour la température $t$ donnée par le thermomètre à air, et où $a$, $b$, $c$, $\alpha$, $\beta$ sont cinq coefficients qu'on détermine par la condition que la courbe représentée par la formule (1) passe par cinq points du tracé graphique résumant les expériences.

Nous ferons remarquer que, suivant l'unité adoptée pour mesurer la force élastique, le coefficient $a$ doit varier, tandis que les autres coefficients doivent conserver la même valeur. Car pour avoir les nombres qui mesurent les forces élastiques avec une autre unité, il faut multiplier les valeurs qui expriment F avec la première unité par une même constante, ce qui revient à ajouter le logarithme de cette constante à Log F, et par conséquent à modifier seulement la constante $a$.

Nous donnons ici les valeurs de ces cinq coefficients pour les liquides étudiés par Regnault. Le coefficient $a$ est donné dans deux colonnes. Avec les nombres de la première, F représente la hauteur en centimètres de la colonne de mercure à 0°, qui à Paris fait équilibre à la force élastique maxima de la vapeur. Avec les nombres de la seconde colonne, F est exprimé en atmosphère C.G.S (c'est-à-dire en prenant pour unité de force élastique celle qui exerce la pression d'un million de dynes par centimètre carré) [1]. Par conséquent, en ajoutant 6 aux nombres de cette colonne on aura F exprimé en unités C.G.S (pression d'une dyne par centimètre carré).

(1) Rappelons qu'une atmosphère C.G.S. exerce par centimètre carré une pression égale au poids que possède à Paris 1,019 41 kilogramme. L'atmosphère C.G.S ne diffère donc pas de $\frac{2}{100}$ de la pression d'un kilogramme par centimètre carré, qui est l'unité adoptée depuis longtemps par les mécaniciens pour évaluer les forces élastiques de la vapeur des chaudières. Or comme pour la pratique une différence de $\frac{2}{100}$ est négligeable, on voit que l'atmosphère C.G.S est précisément l'unité pratique.

## Force élastique maxima des vapeurs

(Valeurs des coefficients de la formule de Biot d'après Regnault) (¹)

| | Log α | Log β | Log(— b) | Signe de b | Log(∓ c) | Signe de c | VALEUR DE a — F étant évalué en centimètres de mercure | VALEUR DE a — F étant évalué en atmosphères C.G.S. | Limites de températures entre lesquelles la formule est applicable — Minim. | Limites … — Maxim. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Eau . . . . . . | $\bar{1}$,998 343 862 | $\bar{1}$,994 049 202 | 0,659 312 3 | — | 0,020 760 1 | — | 5,264 034 8 | 3,389 097 3 | — 32 | + 230 |
| Alcool . . . . . | $\bar{1}$,997 085 7 | $\bar{1}$,910 948 5 | 0,639 030 | — | $\bar{3}$,505 068 | + | 4,456 203 | 2,581 265 | — 20 | + 150 |
| Éther . . . . . | $\bar{1}$,996 877 7 | 0,014 577 5 | 0,441 432 | — | $\bar{4}$,650 297 | + | 4,028 630 | 2,153 692 | — 20 | + 120 |
| Sulfure de carbone. | $\bar{1}$,997 702 8 | $\bar{1}$,991 190 7 | 0,491 886 | — | $\bar{1}$,279 963 | — | 4,401 166 | 2,526 229 | — 16 | + 136 |
| Chloroforme . . | $\bar{1}$,997 414 4 | $\bar{1}$,986 817 6 | 0,521 994 | — | $\bar{1}$,088 862 | — | 4,225 389 | 2,350 452 | + 20 | + 145 |
| Benzine . . . . | $\bar{1}$,997 455 4 | $\bar{1}$,980 207 9 | 0,556 022 | — | $\bar{1}$,113 821 | — | 4,130 935 | 2,255 997 | + 4 | + 170 |

(1) Dans son mémoire, Regnault a modifié un peu la formule de Biot. Il se sert de la formule :

$$\text{(1)} \qquad \text{Log } F = a + b_1\alpha^x + c_1\beta^x$$

$x$ étant la température comptée à partir d'une certaine température $\theta$ $(x = t - \theta)$.
Or la formule (1) peut s'écrire :

$$\text{(2)} \qquad \text{Log } F = a + b_1\alpha^{t-\theta} + c_1\beta^{t-\theta} = a + (b_1\alpha^{-\theta})\alpha^t + (c_1\beta^{-\theta})\beta^t$$

Il va sans dire que cette formule empirique ne représente les expériences qu'entre les limites de température où elles ont été effectuées, et que nous avons eu soin d'indiquer sur le tableau.

Regnault a reconnu aussi que la formule suivante

$$F = aR^{\frac{t}{1+mt}}$$

dans laquelle $a$, R, et $m$ sont trois coefficients constants, représente avec une remarquable exactitude la valeur de la force élastique. Cette formule avait été établie par Roche [1] en 1828 et aussi par Auguste de Berlin vers la même époque, en se fondant sur des considérations théoriques qui ne sont peut-être pas à l'abri de tout reproche. Mais, quelles que soient les raisons qui ont fait trouver cette formule, le fait qu'elle s'accorde très bien avec les expériences lui donne une grande valeur comme formule empirique.

Regnault modifie ainsi la formule de Roche

$$F = aR_1^{\frac{x}{1+m'x}}$$

en posant $b = b_1\alpha^{-\theta}$ et $c = c_1\beta^{-\theta}$ la formule de Regnault devient identique à celle de Biot donnée dans le texte.

$$\text{(3)} \qquad \text{Log } F = a + b\alpha^t + c\beta^t$$

Comme Regnault n'a pas pris la même valeur de $\theta$, pour les différents corps, nous avons cru bon de ramener par la transformation indiquée ci-dessus sa formule à celle de Biot (3), pour donner plus d'uniformité au tableau.

Nous ferons remarquer, en outre, qu'on peut dans cette formule permuter $b$ et $c$, à condition de permuter en même temps $\alpha$ et $\beta$; c'est ce que nous avons fait pour l'eau et pour l'éther, afin que le coefficient $b$ soit toujours négatif et plus grand que $c$ en valeur absolue.

Nous avons eu soin de nous assurer, en faisant plusieurs applications de chacune des formules avec ces coefficients ainsi modifiés, qu'aucune erreur de calcul ne s'était glissée dans ces transformations très simples du reste.

(1) Roche fut professeur de mathématiques à l'École d'artillerie de la Marine à Toulon.

dans laquelle $x = t + 20°$ ($t$ étant la température compt[illegible] sur le thermomètre à air).

La valeur des constantes est pour l'eau (1)

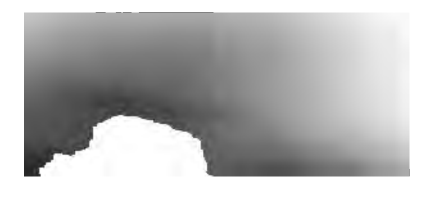
$$\text{Log}\, a = \bar{1},959\,041\,4$$
$$\text{Log}\,(\text{Log}\, R_1) = \bar{2},583\,631\,5 \qquad \text{Log}\, R_1 = 0,038\,338\,1[illegible]$$
$$m' = 0,004\,788\,221$$

Pour donner une idée de la manière dont croît la force éla[illegible] tique maxima des vapeurs avec la température, voici de[illegible] tableaux dont l'un donne, d'après Regnault, la valeur de la for[illegible] élastique maxima de la vapeur d'eau de 10 en 10 degrés, et l'aut[illegible] les températures auxquelles cette force élastique maxima va[illegible] 1, 2, 3....8, 9 atmosphères C.G.S.

**Force élastique maxima de la vapeur d'eau d'après Regnaul[illegible]**

| Température | Hauteur en centimèt. de la colonne de mercure à 0° qui fait équilibre à Paris à la force élastique de la vapeur | Valeur de la force élastique en atmosphères C. G. S. (Voir la note 1 de la page 567) | Température | Hauteur en centimèt. de la colonne de mercure à 0° qui fait équilibre à Paris à la force élastique de la vapeur | Valeur de la force élastique en atmosphères C. G. S. (Voir la note 1 de la page 567) |
|---|---|---|---|---|---|
| | c | atm. | | c | atm |
| — 30° | 0,038 6 | 0,000 515 | + 110° | 107,537 | 1,434 2 |
| 20 | 0,092 7 | 0,001 237 | 120 | 149,128 | 1,989 0 |
| 10 | 0,209 3 | 0,002 792 | 130 | 203,028 | 2,707 8 |
| 0 | 0,460 0 | 0,006 135 | 140 | 271,763 | 3,624 5 |
| + 10 | 0,916 5 | 0,012 224 | 150 | 358,123 | 4,776 3 |
| 20 | 1,739 1 | 0,023 194 | 160 | 465,162 | 6,203 9 |
| 30 | 3,154 8 | 0,042 076 | 170 | 596,16[illegible] | 7,951 [illegible] |
| 40 | 5,490 6 | 0,073 229 | 180 | 754,639 | 10,06[illegible] |
| 50 | 9,198 2 | 0,122 68 | 190 | 944,270 | 12,59[illegible] |
| 60 | 14,879 | 0,198 45 | 200 | 1 168,896 | 15,5[illegible] |
| 70 | 23,309 | 0,310 88 | 210 | 1 432,480 | 19,1[illegible] |
| 80 | 35,464 | 0,472 99 | 220 | 1 739,036 | 23,[illegible] |
| 90 | 52,545 | 0,700 80 | 230 | 2 092,640 | 27,[illegible] |
| 100 | 76,000 | 1,013 6 | | | |

(1) Nous donnons ici cette formule parce que nous en ferons usage [illegible] en calorimétrie.



| …sphères C. G. S. | Températures | Différence des températures | Atmosphères C. G. S. | Températures | Différence des températures |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 99°,62 | | 5 | 151°,7 | |
| | | 20°,6 | | | 7°,0 |
| 2 | 120,2 | | 6 | 158,7 | |
| | | 13,2 | | | 6,1 |
| 3 | 133,4 | | 7 | 164,8 | |
| | | 10,1 | | | 5,4 |
| 4 | 143,5 | | 8 | 170,2 | |
| | | 8,2 | | | 5,0 |
| 5 | 151,7 | | 9 | 175,2 | |

**VAPORISATION DANS LES GAZ.** — Regnault a voulu voir si, …formément à la loi de Dalton, la force élastique maxima de …vapeur d'un liquide est dans un espace contenant un autre …, exactement la même que dans un espace primitivement vide. …a opéré aux températures froides et tièdes, et l'appareil …l a employé pour ces expériences est celui de la figure 226, … que le manomètre barométrique était remplacé par un …nomètre à air libre, puisque les forces élastiques à mesurer …ent voisines de la pression atmosphérique ou même supé…res.

…n mettait l'ampoule contenant le liquide dans le ballon, puis …ntroduisait dans celui-ci de l'air bien sec sous une certaine …sion. Après avoir clos l'appareil, et avant de rompre l'ampoule, …froidissait ou échauffait l'eau de la cuve pour connaître …mentalement la force élastique de la masse gazeuse sèche …verses températures que l'on voulait employer.

…e étude faite, on brisait l'ampoule (¹); on attendait assez …mps pour que l'évaporation fût terminée, et souvent on …en laissant la température s'abaisser très lentement, …nce éminemment favorable pour avoir une atmosphère …de la vapeur. On mesurait alors la force élastique totale, …retranchant celle de l'air à la même température, on …rce élastique propre à la vapeur.

(¹) …ult prenait soin de mettre dans l'ampoule un liquide longtemps …r, pour qu'il soit saturé de ce gaz et qu'il ne dissolve pas l'air … le ballon, ce qui aurait été une cause d'erreur dans l'expérience.

Regnault trouva ainsi, que cette force élastique était toujou inférieure à celle qu'on observait dans le vide à la même temp rature; l'écart atteignait souvent $\frac{1}{25}$ de la valeur.

Ce désaccord entre la loi de Dalton et les expériences de R gnault est attribué par ce physicien à une condensation continuel de la vapeur sur les parois hygrométriques de l'enceinte en verr Dans le cas où l'enceinte est primitivement vide cette conde sation ne doit pas amener un changement notable dans la vale de la force élastique, à cause de la rapidité avec laquelle liquide se vaporise, dès qu'une cause quelconque vient à abaiss un peu la force élastique de la vapeur au-dessous de sa vale maxima. Mais dès qu'un gaz étranger ralentit la vaporisatio l'état d'équilibre peut ne jamais être atteint par suite de cette condensation incessante.

En résumé, Regnault croit que la loi de Dalton se vérifierait parfaitement dans le cas idéal où les parois du vase seraient formées par le liquide même; mais dans les conditions habituelles elle ne se vérifie que très imparfaitement.

8. **VAPORISATION D'UN MÉLANGE DE PLUSIEURS LIQUIDES. — VAPORISATION D'UNE DISSOLUTION SALINE.** — Regnault, le professeur Wullner ont étudié la vaporisation d'un mélange de deux liquides. Quand l'espace qui surmonte ces liquides est saturé, la force élastique du mélange des deux vapeurs est égale à la somme des forces élastiques maxima qu'auraient chacune d'elles si elle existait seule, dans le cas seulement où les deux liquides sont sans action dissolvante l'un sur l'autre, comme l'eau et la benzine par exemple. Chaque vapeur se comporte alors vis-à-vis de l'autre comme le ferait l'air, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, etc.

Mais il n'en n'est plus de même si les liquides peuvent se dissoudre mutuellement ; dans ce cas la force élastique du mélange est toujours inférieure à la somme des forces élastiques maxima des deux vapeurs prises isolément. Il peut même arriver alors que la force élastique du mélange reste inférieure à la plus grande des deux forces élastiques maxima des vapeurs.

C'est surtout quand les liquides peuvent se dissoudre en to

proportion l'un dans l'autre, comme l'eau et l'alcool, que la différence entre la somme des deux forces élastiques maxima et la force élastique du mélange des deux vapeurs est considérable.

La vaporisation d'une dissolution saline a été étudiée par Gay-Lussac, par Babo, et par le professeur Wullner.

Ils ont trouvé que la force élastique maxima de la vapeur émise est dans ce cas toujours inférieure à celle de la vapeur émise par le liquide pur, quoique la vapeur soit parfaitement exempte de sel. La différence croît avec la proportion de sel dissout, et elle dépend aussi de la nature de celui-ci.

# CHAPITRE IX

## LIQUÉFACTION DES GAZ

**1. PRINCIPE DES MÉTHODES EMPLOYÉES POUR LIQUÉFIER LES GAZ.** — Aujourd'hui, tous les gaz ont été liquéfiés ; par conséquent, tous peuvent être considérés comme la vapeur d'un certain liquide. Nous connaissons les circonstances nécessaires à la condensation d'une vapeur ; nous allons les rappeler, afin de mieux faire comprendre les méthodes employées pour liquéfier les gaz.

La première condition requise est que la température du gaz soit inférieure à son point critique, puisqu'au dessus le fluide ne peut affecter que l'état aériforme. Mais elle ne suffit pas ; il faut encore amener la vapeur dans des circonstances de température et de pression telles qu'elle soit saturante : alors un refroidissement ou bien une cause quelconque qui, à la même température, augmenterait la force élastique, si celle-ci ne possédait déjà sa valeur maxima (diminution de volume ou augmentation de la masse du gaz), amène forcément la condensation d'une portion ou de la totalité de la vapeur.

D'après cela, on peut classer ainsi qu'il suit les méthodes employées pour la liquéfaction d'un gaz :

1° — Refroidissement du gaz ; la liquéfaction se produit pour une température d'autant moins basse que la pression est plus forte.

2° — Augmentation de la force élastique du gaz à la même température ; la liquéfaction se produit pour une pression d'autant moins forte que la température est plus basse ; elle

est impossible si la température est supérieure au point critique.

C'est pourquoi les gaz de l'air, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, le bioxyde d'azote et le formène, dont les points critiques correspondent à une très basse température, ne peuvent être liquéfiés par pression à la température ordinaire ; aussi ont-ils passé, jusqu'à ces dernières années, pour des gaz permanents.

On peut du reste augmenter la force élastique d'un gaz à la même température :

1° – En diminuant son volume ;

2° – En augmentant la masse gazeuse contenue dans un même volume.

Et, enfin, ce dernier résultat peut être atteint :

1° Soit en accumulant le gaz dans un réservoir résistant à l'aide d'une pompe foulante ;

2° Soit en faisant naitre, par une réaction chimique, à l'intérieur d'un vase, des masses de gaz de plus en plus considérables.

Toutes les méthodes employées se rattachent à l'un des procédés que nous venons d'énumérer.



Fig. 231.

**2. Liquéfaction par refroidissement.** — Quand un gaz possède une force élastique maxima inférieure à la pression atmosphérique, pour les basses températures qu'on peut obtenir à l'aide d'un mélange réfrigérant, on le liquéfie en le faisant arriver dans un tube en U (fig. 231) débouchant dans l'atmosphère par une pointe effilée, et placé au milieu de ce mélange réfrigérant. La force élastique totale dans ce tube étant égale à celle de l'atmosphère, le gaz ne peut le remplir entièrement à la température basse du tube, et il se transforme en liquide à mesure qu'il y pénètre.

En entourant le tube simplement de glace, on liquéfie l'hypoazotide, l'acide hypochloreux, le chlorure de bore pur, dont les points d'ébullition sous la pression normale sont respectivement 22°, 20° et 17°.

En entourant le tube d'un mélange de glace pilée et de sel, on amène à l'état liquide l'acide sulfureux, qui bout à — 8°.

MM. Bussy, Drion et Loir, en refroidissant les gaz par de l'acide sulfureux rapidement évaporé, soit en faisant le vide au dessus, soit en y faisant passer un courant d'air, ont pu liquéfier le chlore, le cyanogène et l'ammoniaque.

Faisons remarquer que ce procédé peut échouer si le gaz qu'on veut transformer en liquide est accompagné d'un autre gaz plus difficilement liquéfiable ; car le mélange peut remplir le tube sous la pression atmosphérique, quoique la force élastique propre à chacun des gaz soit inférieure à sa force élastique maxima pour la température du tube. C'est pourquoi on n'a pas réussi à liquéfier ainsi le chlorure de bore, tant qu'on l'a obtenu mélangé d'oxyde de carbone.

3. **MÉTHODE DE M. CAILLETET.** — M. Cailletet, au moyen du refroidissement intense produit par la détente, est arrivé à liquéfier les gaz réputés permanents jusqu'alors (oxygène, hydrogène, azote, oxyde de carbone, bioxyde d'azote et formène).

Le gaz est comprimé sous une pression de 200 à 300 atmosphères à la température ordinaire : la liquéfaction ne se produit pas, car la température est au-dessus du point critique. Mais alors on supprime brusquement la pression, ce qui permet au gaz de reprendre son volume primitif. Aussitôt, un brouillard se produit au milieu de la masse gazeuse, ce qui indique la formation de gouttelettes liquides, ou même de cristaux solides, dues à un abaissement considérable dans la température (1). Ce

(1) Quand une masse gazeuse augmente de volume, elle repousse les corps qui l'environnent, en surmontant les pressions qu'ils exercent sur sa surface : elle fournit ainsi un travail, et son énergie diminue d'autant (L. I, Chap. I, § 8). Or la diminution d'énergie porte sur l'énergie calorifique : autrement dit, une portion de la chaleur équivalente au travail produit est détruite ; d'où le refroidissement (voir L. IV, Chap. XIV, § 1).

brouillard ne dure qu'un instant, à cause du réchauffement presqu'immédiat qui a lieu dès que la détente a cessé.

Le gaz soumis à l'expérience est enfermé dans une éprouvette en verre TT (fig. 232) dont la partie inférieure est large de deux

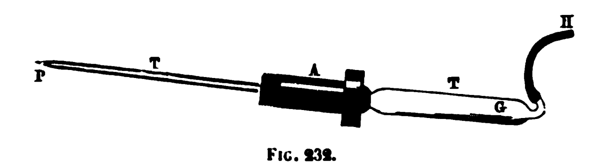



Fig. 232.

centimètres environ, et dont la moitié supérieure est formée d'un tube à parois épaisses, de $0^c,2$ à $0^c,3$ de diamètre intérieur. La base de l'éprouvette est amincie et recourbée, comme le montre la figure.

Pour remplir cette éprouvette, on amène le gaz bien pur et bien desséché par un tube de caoutchouc H qu'on engage sur l'extrémité recourbée de l'éprouvette, l'autre extrémité P étant ouverte. L'air est balayé par le gaz, et l'on fait passer celui-ci pendant assez longtemps pour bien enlever l'humidité adhérente aux parois du verre. On ferme ensuite à la lampe l'extrémité effilée P, puis on redresse l'éprouvette qui jusqu'alors avait été maintenue dans une position presque horizontale; une goutte de mercure G, introduite à l'avance dans la partie élargie, vient boucher alors la partie recourbée, et l'on peut enlever le tube de caoutchouc et transporter l'éprouvette ainsi fermée sans que l'air extérieur se mélange au gaz.

L'éprouvette est placée dans un réservoir B (fig. 233), en fer, à parois très résistantes, contenant du mercure; on l'y assujettit en vissant sur ce vase un anneau taraudé A, dans lequel le bas du tube qui termine l'éprouvette est mastiqué. De cette façon, la partie large et peu résistante de celle-ci se trouve contenue entièrement à l'intérieur du réservoir.

Au-dessus du mercure, le réservoir B renferme de l'eau. C'est en y injectant ce liquide à l'aide d'une petite pompe aspirante et foulante P, en tout semblable à celle d'une presse hydraulique, que l'on exerce la pression. Sous son influence, le mercure

monte d'abord dans la partie large de l'éprouvette, qui étant également pressée à l'intérieur et à l'extérieur ne risque pas de se briser, et finit par apparaître dans le tube qui sort du réservoir. Le gaz comprimé occupe alors le volume très petit de la partie supérieure du tube, et possède une force élastique considérable.

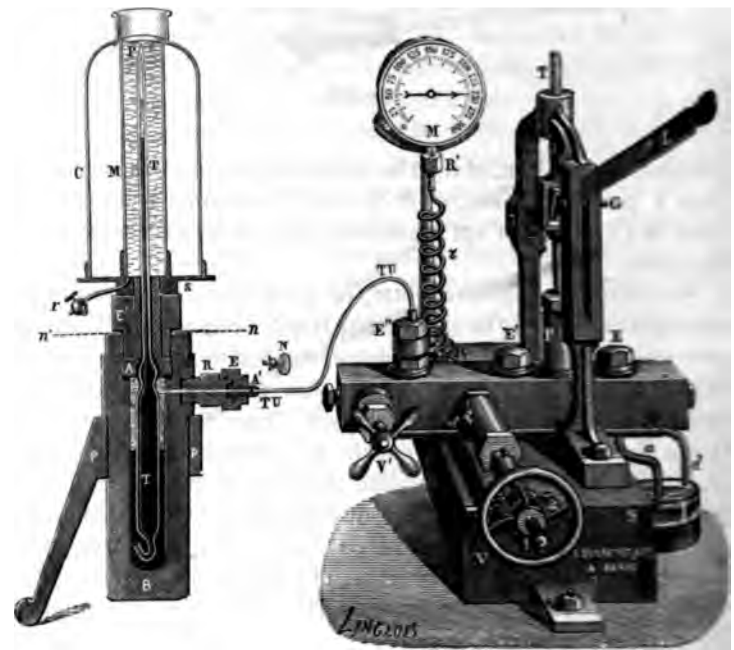



FIG. 233.

Si à ce moment on vient à ouvrir un robinet à vis V', l'eau comprimée s'échappe de l'appareil par le tube *d*, l'énorme force élastique qui y régnait cesse brusquement et l'on voit se produire dans le tube ce brouillard qui indique la liquéfaction ou même la solidification du gaz.

Ajoutons qu'un manomètre métallique R' indique la force élastique.

Autour du tube, on peut mettre un manchon M rempli d'eau

froide pour abaisser la température du gaz qui s'échauffe par la compression. Enfin, un cylindre plus large C protège l'opérateur au cas où le tube ferait explosion.

**4. LIQUÉFACTION PAR DIMINUTION DE VOLUME.** — M. Berthelot a liquéfié l'acide carbonique, et plusieurs autres gaz, en enfermant celui-ci dans la tige d'un gros thermomètre à mercure, à parois très résistantes et pouvant supporter une pression intérieure de 800 atmosphères. Le haut de la tige, où se trouvait le gaz, était refroidi par de la glace ou par l'évaporation de l'éther.

En chauffant le réservoir, le mercure montait dans la tige et comprimait le gaz qui finissait par se liquéfier, s'il était au-dessous de son point critique à la température ordinaire.

Il est plus commode d'employer dans le même but l'appareil de M. Cailletet décrit au paragraphe précédent. La simple compression suffit pour amener l'acide sulfureux, l'acide carbonique et le protoxyde d'azote à l'état liquide.

**5. LIQUÉFACTION PAR ACCUMULATION DE GAZ DANS UN RÉCIPIENT.** — M. Natterer a pu liquéfier en grande quantité certains gaz en les accumulant dans la crosse d'un fusil à vent.

M. Bianchi a construit, pour répéter cette expérience, un appareil plus commode. Il consiste en un réservoir en bronze très résistant, possédant une soupape s'ouvrant de dehors en dedans, et présentant un robinet à vis pour faire sortir le liquide qui s'y forme. On visse ce réservoir, du côté de la soupape, sur le tube d'une pompe à air analogue à celle que nous avons décrite (L. III, Chap. VI, § 14); elle puise le gaz sec dans un gazomètre et le refoule dans le réservoir. Celui-ci est entouré de glace pour refroidir le gaz qui s'échauffe par la compression; le corps de pompe est entouré d'eau pour la même raison. Avec cet appareil on peut liquéfier de grandes quantités de protoxyde d'azote.

Il présente pourtant quelques inconvénients qui en restreignent l'usage. L'espace nuisible de la pompe limite la pression qu'on peut obtenir; le piston ne tenant pas d'une façon absolue, l'air extérieur pénètre en partie dans le corps de pompe et se mélangeant au gaz retarde et empêche même sa liquéfaction; enfin la soupape du réservoir, n'étant pas parfaite, laisse toujours fuir un

peu de gaz quand le vide vient à se produire dans le corps de pompe.

M. Cailletet a imaginé, dans le même but, une pompe qui ne présente pas ces inconvénients et dont la partie principale est représentée figure 234. Le gaz est admis dans le corps de pompe à travers un robinet R qui s'ouvre et se ferme automatiquement par le jeu de l'instrument au moment voulu. Un piston plein A en acier refoule le gaz à travers la soupape *s* dans un petit dôme d'où il se rend par le tube TT dans le réservoir. Le piston A est recouvert de mercure ; non seulement ce métal empêche toute fuite, mais étant soulevé en même temps que le piston il passe en partie par la soupape *s* ne permettant à aucune trace de gaz de demeurer au-dessous de cette soupape : l'espace nuisible est ainsi annulé. Du reste la petite quantité de mercure qui reste au-dessus de *s* empêche les fuites de cette soupape. L'emploi de cette pompe évite absolument le mélange de l'air, et la liquéfaction s'opère bien plus aisément.

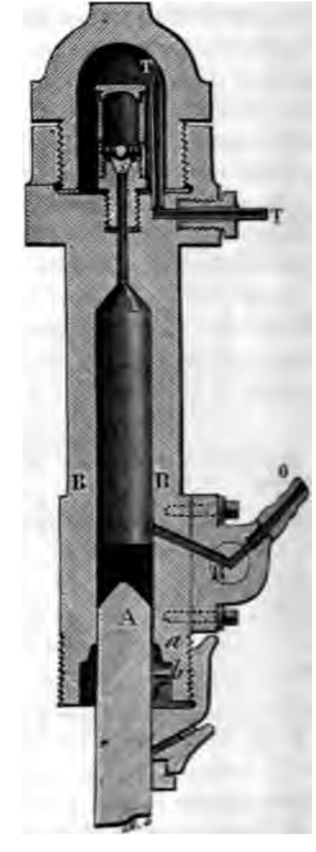


Fig. 234.

Le réservoir qu'emploie M. Cailletet est composé d'un faisceau d'une dizaine de tubes communiquant entre eux par la partie supérieure, et d'une contenance totale de 4 litres. A égalité d'épaisseur de paroi et de capacité, l'ensemble de ces tubes forme un récipient bien plus résistant qu'un vase unique (voir p. 199 et 200, note) : ils peuvent supporter une pression intérieure de plusieurs centaines d'atmosphères.

Une heure suffit pour obtenir 400 à 500 grammes d'acide carbonique ou de protoxyde d'azote liquide.

6. **MÉTHODE DE FARADAY.** — Faraday [1] a liquéfié la plupart des gaz en produisant ceux-ci par une réaction chimique à l'intérieur d'un vase clos : la masse du gaz augmentant de plus en plus, la pression croit jusqu'à ce que la liquéfaction commence. Celle-ci a lieu à partir du moment où la force élastique du gaz devient égale à la force élastique maxima correspondant à la température de la paroi la plus froide, d'après le principe de Watt.

L'appareil que Faraday employait était un simple tube de verre à parois épaisses, courbé en Λ (fig. 235). Dans l'une des branches T on mettait les substances solides ou liquides capables d'engendrer le gaz; on chauffait celle-ci, si c'était nécessaire, pour produire la réaction. On refroidissait l'autre branche *t*, et c'est dans cette branche que le liquide apparaissait [2].

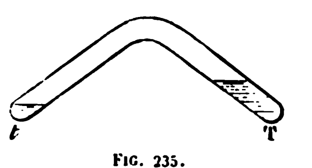


FIG. 235.

En employant la même méthode, Thilorier est arrivé à liquéfier en grande quantité l'acide carbonique, au moyen d'un appareil que nous allons décrire, sous la forme plus solide que lui ont donnée MM. Donny et Mareska.

Il se compose (fig. 236) d'un *générateur* G et d'un *condenseur* R pouvant communiquer au moment voulu par un tube de cuivre

(1) Michel Faraday, né le 22 septembre 1791, à Newington-Butts, près de Londres, est mort le 25 août 1867. Il fut d'abord préparateur de Humphry Davy, et devint un des plus grands physiciens de l'Angleterre.

(2) Faraday employait un moyen très ingénieux pour obtenir la densité de ces liquides difficilement maniables. Il enfermait dans la branche *t* avant l'opération des perles creuses en verre numérotées, et lestées de telle façon qu'elles restassent en équilibre sans monter ni descendre dans des liquides de densités croissantes. Le gaz étant liquéfié, un certain nombre de perles restaient au fond du liquide, les autres venaient flotter à la surface. On savait ainsi que la densité de ce liquide était comprise entre deux densités *a* et *b* connues. On pouvait rendre l'expérience aussi précise que l'on voulait en la répétant avec d'autres perles, lestées de façon à rester en équilibre dans des liquides de densités plus voisines et comprises entre *a* et *b*.

rouge *t*, et représentant les deux branches du tube de Faraday. Ces vases sont en plomb; ils sont revêtus exactement d'une enveloppe en cuivre rouge entourée de cercles en fer forgé juxtaposés les uns aux autres; les fonds sont maintenus par des plaques de fer reliées entre elles par des tiges de même métal. Le générateur peut être fermé par une garniture à vis creusée d'un canal présentant un robinet V (représenté en coupe en V''). Il est porté par deux tourillons *hh'* qui permettent de l'incliner à volonté.

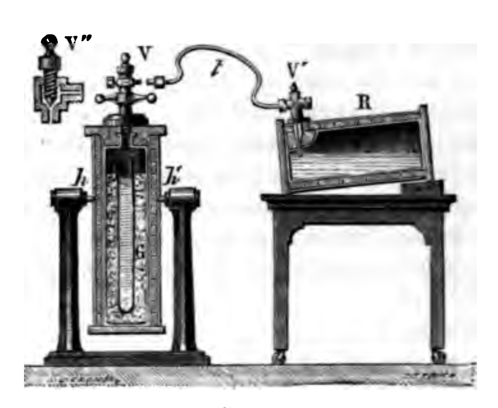



Fig. 236.

On commence par introduire dans le générateur 1 800 grammes de bicarbonate de soude et 4 litres 1/2 environ d'eau tiède; on dispose ensuite au milieu un cylindre de cuivre rouge contenant 1 000 grammes d'acide sulfurique. On ferme le générateur, et on l'incline légèrement pour verser une petite quantité d'acide sur le bicarbonate. La réaction se produit et de temps en temps on incline le générateur pour verser une nouvelle quantité d'acide jusqu'à ce qu'il n'en reste plus. L'acide carbonique ne se liquéfie généralement pas dans le générateur même, car il est habituellement à une température supérieure à son point critique (31 à 35°); mais dès qu'on relie le générateur au condenseur par le tube *t* et que le robinet à vis V est ouvert pour permettre la communication, le gaz acide carbonique se précipite dans le récipient froid, et s'y condense en grande partie (1). En fermant le robinet V' du

(1) La condensation ne peut être que partielle, car la détente du gaz abaisse la température du générateur, et sa condensation élève celle du condenseur: le passage cesse de s'effectuer quand les deux températures se sont égalisées, la force élastique étant aussi devenue la même dans les deux vases.

condenseur, on peut conserver indéfiniment ce liquide. Le tube *t* étant enlevé, si l'on ouvre le robinet V', après avoir incliné le condenseur, comme le représente la figure, un jet de liquide s'échappe par l'orifice. On peut le recueillir dans une éprouvette de verre, et le liquide s'y conserve quelque temps à l'air, l'ébullition n'ayant pas lieu, par suite de la caléfaction qui se produit.

En recevant dans une boite métallique à parois minces, le jet gazeux qui sort du générateur, le froid provenant de la détente du gaz produit la solidification de l'acide carbonique qui, passant directement de l'état de gaz à l'état solide, se présente sous forme de fines aiguilles cristallines enchevêtrées les unes dans les autres; aussi est-ce une sorte de neige qu'on trouve en ouvrant la boite.

7. **MÉTHODE DE M. PICTET.** — A l'époque (1877) où M. Cailletet, en France, liquéfiait les gaz réputés permanents, M. Pictet, à Genève, arrivait au même résultat par un procédé différent.

La méthode qu'il a employée est la même que celle de Faraday, mais avec une disposition ingénieuse pour porter à une très basse température la partie du vase où doit s'opérer la condensation (fig. 237).

Le gaz est produit à l'intérieur d'un obus L, formant une cornue très résistante, et se rend dans un tube en cuivre M qui lui fait suite ; ce tube possède un robinet à vis R à son extrémité et un manomètre métallique *m* gradué jusqu'à 800 atmosphères, par la méthode que nous avons indiquée (L. III., Chap. IV, § 2, note 1),

Ce tube M est entouré par un manchon en cuivre H renfermant du protoxyde d'azote liquide, dont on détermine l'évaporation rapide en faisant le vide dans le manchon ; il en résulte un refroidissement énergique. Par le système de pompe EF, le protoxyde d'azote est extrait du manchon H, et comprimé dans un second tube K, refroidi vers — 70° par un moyen que nous allons faire connaitre dans un instant ; le protoxyde d'azote s'y liquéfie et s'y refroidit. Un tube *k* le ramène dans le manchon H, où l'évaporation rapide de ce liquide, déjà très froid, abaisse la température vers — 140°, d'après M. Pictet.

Le tube K est refroidi par un procédé identique à celui qui sert à refroidir le tube M : un manchon C contenant de l'acide sulfureux liquide entoure le tube K. L'acide sulfureux est volatilisé rapidement par le système des pompes AB, qui le comprime

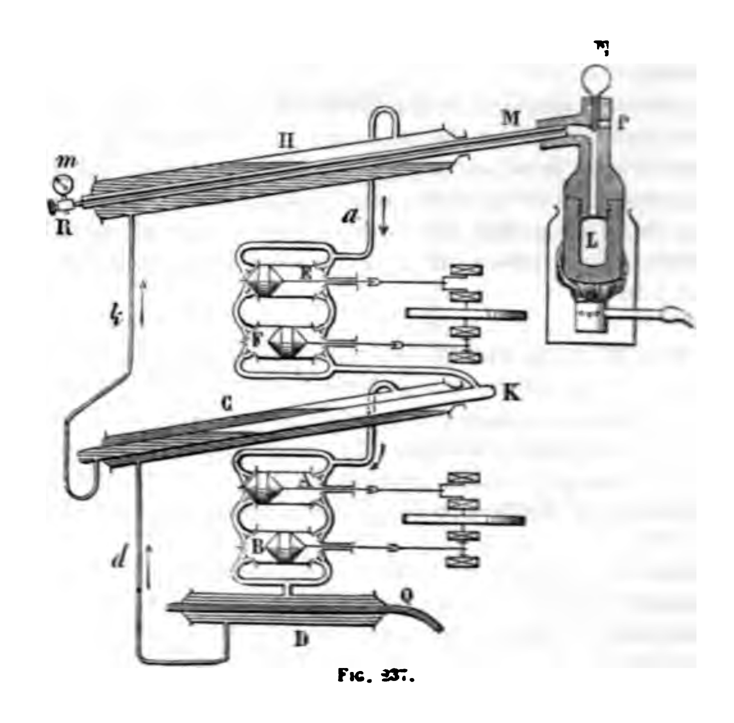



Fig. 237.

dans un manchon D dont la température reste peu élevée, grâce à un courant d'eau traversant le tube central Q ; l'acide sulfureux s'y liquéfie, et ce liquide est ramené de D dans C par le tube *d*.

On voit que, par cette disposition, on ne perd ni le protoxyde d'azote ni l'acide sulfureux : le refroidissement est obtenu par une dépense de travail mécanique.

Dans quelques expériences M. Pictet remplaçait le protoxyde d'azote par l'acide carbonique; la température obtenue alors dans le manchon H était — 130°.

Par ce procédé, M. Pictet a liquéfié, et solidifié en partie, l'oxygène et l'hydrogène.

L'oxygène était préparé en mettant dans la cornue L du chlorate de potasse mélangé de chlorure de potassium. En chauffant celle-ci, la force élastique atteignait en une heure à peu près 526 atm. Puis elle diminuait un peu, pour se fixer, au bout de quelques minutes, à 470 atm. ; elle restait alors stationnaire malgré la masse d'oxygène de plus en plus considérable qui remplissait l'appareil, signe certain de la liquéfaction de l'oxygène à l'intérieur du tube. Aussi, en ouvrant le robinet R, voyait-on s'échapper un jet liquide transparent de 10 à 12 cent. de longueur entouré d'un nuage neigeux, dû à l'oxygène solidifié par le froid intense produit par la rapide vaporisation du liquide.

M. Pictet a trouvé pour les forces élastiques maxima de l'oxygène :

| | |
|---|---|
| à — 130° | 273 atm. |
| à — 140° | 252 atm. |

L'hydrogène fut préparé en chauffant dans l'obus L, un mélange de formiate de potasse et d'hydrate de potasse [1]. La liquéfaction se produisit dans le tube à — 140° sous la pression de 650 atm. En ouvrant le robinet, il s'échappa un jet d'un liquide opaque, d'une teinte bleue d'acier ; puis le jet devint intermittent, par suite de la solidification de l'hydrogène à l'intérieur du tube, due au froid produit par l'évaporation. Les gouttelettes de ce liquide, en frappant le sol, produisaient le bruit de grenaille de plomb vivement projetée.

Depuis longtemps les propriétés chimiques de l'hydrogène l'avaient fait ranger parmi les métaux; cette belle expérience montre qu'à l'état solide ou liquide il présente l'aspect métallique.

(1) La réaction est la suivante :

$$KO,HO + KO,C^2HO^3 = 2KO,C^2O^4 + 2H$$

Le gaz ainsi obtenu est parfaitement pur et sec.

# CHAPITRE X

## DENSITE DES GAZ ET DES VAPEURS.

1. **DENSITÉ D'UN GAZ PAR RAPPORT A L'AIR.** — La densité d'un gaz, comme son poids spécifique, variant considérablement suivant la température et la pression, ne peut servir de caractéristique au gaz, à moins qu'on indique la force élastique et la température correspondant à la densité.

Il n'en est plus ainsi de la *densité du gaz par rapport à l'air* définie comme *le rapport* $\frac{P}{p}$ *de la masse* P *d'un certain volume du gaz à la masse p du même volume d'air pris à la même température et possédant la même force élastique*, ou, ce qui revient au même, comme le rapport des poids en un même lieu de ces volumes égaux de gaz et d'air.

En effet, nous allons voir que cette grandeur est à peu près indépendante de la température et de la force élastique du gaz et, par conséquent, qu'elle peut bien en caractériser la nature.

Soit V le volume commun à 0° et pour une même force élastique H de deux masses P et $p$ de gaz et d'air : $\frac{P}{p}$ est la densité par rapport à l'air $d_0$ du gaz à 0° et pour la force élastique H. Si, sans changer la pression, nous portons ces deux masses de gaz à une température commune $t$, leurs volumes deviendront respectivement $V(1 + \gamma t)$ et $V(1 + \alpha t)$, en appelant $\gamma$ et $\alpha$ les coefficients de dilatation moyens entre 0° et $t$° du gaz et de l'air pour la force élastique constante H. La masse de l'unité

de volume de chacun d'eux sera alors respectivement $\frac{P}{V(1+\gamma t)}$ et $\frac{p}{V(1+\alpha t)}$, et, par conséquent, la densité $d_t$ du gaz par rapport à l'air à $t°$ est donnée par

$$(1) \qquad d_t = \frac{P}{p}\frac{1+\alpha t}{1+\gamma t} \quad \text{ou} \quad d_t = d_0 \frac{1+\alpha t}{1+\gamma t}$$

Si $\gamma = \alpha$, cette densité conserve à une température quelconque $t$ la même valeur qu'à 0°. Or, on sait que tous les gaz ont à très peu près même coefficient de dilatation, par conséquent la densité d'un gaz par rapport à l'air varie très peu avec la température. Pourtant les gaz facilement liquéfiables (acide sulfureux, ammoniaque), ont un coefficient de dilatation un peu supérieur à celui de l'air : la densité de ces gaz par rapport à l'air doit donc un peu diminuer quand la température s'élève.

Supposons maintenant qu'en laissant la température constante, nous portions le gaz et l'air de la force élastique H à une autre force élastique commune H'. Soit $V'_g$ le nouveau volume du gaz, on peut poser :

$$\frac{VH}{V'_g H'} = 1 + g$$

en désignant par $g$ une quantité très petite, et qui serait nulle si le gaz obéissait exactement à la loi de Mariotte. Comme on le sait d'après les expériences de Regnault, cette quantité $g$ est positive si H' est plus grand que H, pour tous les gaz, sauf pour l'hydrogène, au moins aux pressions qui ne dépassent pas 30 atmosphères. On tire de là

$$V'_g = V \frac{H}{H'} \frac{1}{1+g}$$

et pour la masse de l'unité de volume du gaz $\frac{P}{V'_g}$

$$\frac{P}{V'_g} = \frac{P}{V}\frac{H'}{H}(1+g)$$

On a de même pour la masse de l'unité de volume d'air qui possède la même force élastique H', en désignant par $a$ la quantité correspondante à celle désignée par $g$ pour le gaz :

$$\frac{p}{V'_a} = \frac{p}{V}\frac{H'}{H}(1 + a)$$

d'où pour la densité $d'$ du gaz par rapport à l'air quand il possède la force élastique H' la valeur :

$$(2) \qquad d' = \frac{P}{p}\frac{1+g}{1+a} \qquad \text{ou} \qquad d' = d\frac{1+g}{1+a}$$

$d$ étant la densité $\frac{P}{p}$ pour la force élastique H.

Or, les gaz obéissant très sensiblement à la loi de Mariotte, le rapport $\frac{1+g}{1+a}$ est toujours très voisin de l'unité ; c'est-à-dire que la densité du gaz par rapport à l'air est à peu près indépendante de la pression. Cependant pour les gaz facilement liquéfiables $g$ est assez notable. On voit dès lors que leur densité par rapport à l'air doit croître un peu quand leur force élastique augmente.

Avant de décrire les méthodes employées pour déterminer la densité des gaz par rapport à l'air, nous allons montrer l'utilité de cette notion pour obtenir la masse d'un gaz dont le volume, la température et la force élastique sont connus ; on peut en déduire du reste le poids réel du gaz, si, ce qui est assez rare, on a besoin de connaître cette quantité [1].

**2. FORMULE DE LA MASSE D'UN GAZ.** — Désignons par A la masse en grammes d'un centimètre cube (densité en unité C.G.S.

[1] Nous prions le lecteur, qui pourrait peut-être s'étonner de nous voir continuellement employer le mot masse là où habituellement on emploie le mot poids, de vouloir bien se reporter à ce que nous avons dit à ce sujet à propos de l'usage de la balance (L. II, Chap. IV, § 1).

d'air sec à 0° possédant l'unité de force élastique adoptée. La masse d'un volume $v$ de cet air est donnée par

$$(1) \qquad p = Av$$

Si maintenant la même masse d'air est portée à la température $t$ et possède une force élastique H, elle prend un nouveau volume V, et en appliquant la loi de Mariotte et la formule de la dilatation, on a la relation :

$$(2) \qquad v = \frac{VH}{1 + \alpha t}$$

où $\alpha$ est une constante égale à 0,003665 si nous comptons la température sur le thermomètre à air.

En remplaçant $v$ par cette valeur dans la formule (1) il vient :

$$(3) \qquad p = \frac{AVH}{1 + \alpha t}$$

Désignons maintenant par P la masse d'un gaz, de densité $d$ par rapport à l'air, qui, étant à la température $t$ et ayant la force élastique H, occupe le même volume V; on a par définition.

$$(4) \qquad d = \frac{P}{p} \quad \text{d'où :} \quad P = pd.$$

En remplaçant dans cette formule $p$ par sa valeur tirée de (3), il vient :

$$(5) \qquad P = \frac{AVHd}{1 + \alpha t}$$

Cette formule donne l'une des cinq quantités suivantes : masse P, volume V, force élastique H, température $t$, densité du gaz par rapport à l'air $d$ quand les quatre autres sont con-

nues, la quantité A ayant été déterminée avec beaucoup
par Regnault comme nous l'indiquons un peu plus loin.

Faisons remarquer que dans cette formule fondame
représente exactement la densité du gaz par rapport à l'a
température $t$ et pour la force élastique H, cette quantité
un peu avec la température et la force élastique. Mais p
gaz difficilement liquéfiables la variation est si faible qu'
généralement négligée, et qu'on prend pour $d$ la valeur t
à 0° et sous la pression atmosphérique par Regnault, en
la méthode décrite dans le paragraphe suivant.

Enfin si l'on tient à avoir le poids réel $\Pi$ du gaz à un
où l'intensité de la pesanteur est $g$, comme on a $\Pi = Pg$, il

$$(6) \qquad \Pi = \frac{AVHdg}{1 + \alpha t}$$

En exprimant $g$ en unité C.G.S. (980,96 pour Paris) le
du gaz $\Pi$ est exprimé en dynes.

Les formules (5) et (6) donnent immédiatement la den
gaz $D = \frac{P}{V}$, et son poids spécifique absolu $\pi = \frac{\Pi}{V}$

$$D = \frac{AHd}{1 + \alpha t} \qquad \pi = \frac{AHdg}{1 + \alpha t} \quad (^1)$$

Le plus habituellement en physique on exprime les
élastiques des gaz par les hauteurs des colonnes de merc
0° qui leur font équilibre. Si H représente dans les formule
dessus cette hauteur évaluée en centimètres, la masse
centimètre cube d'air à 0° et sous la pression de 76 cent
mercure à 0° est donnée d'après la formule (3) par la relatio

$$(8) \qquad a = A \times 76 \quad \text{d'où :} \quad A = \frac{a}{76}$$

(1) Il est inutile de s'occuper du poids spécifique du gaz par

en remplaçant A par cette valeur dans la formule fondamentale (5) celle-ci prend la forme la plus souvent employée

$$(9) \qquad P = a \frac{VHd}{76(1 + \alpha t)}$$

Comme nous le verrons plus loin, Regnault a trouvé pour la masse d'un centimètre cube d'air à 0°, et sous la pression qu'exerce à Paris 76 cent. de mercure à 0°, la valeur $0^{gr},001\,293$. Si nous remplaçons $a$ par ce nombre, la formule (9) devient

$$(9\ bis) \qquad P = 0^{gr},001\,293 \frac{VHd}{76\ (1 + \alpha t)} \quad [1]$$

Il ne faut pas oublier que dans cette formule H représente la hauteur de la colonne de mercure à 0° qui à Paris (et non, en toute rigueur, à un endroit où l'intensité de la pesanteur est différente) fait équilibre à la force élastique du gaz. Si on veut l'employer, il faut ramener les hauteurs des colonnes de mercure observées en un point quelconque du globe à ce qu'elles auraient été si l'intensité de la pesanteur avait été en ce point la même qu'à Paris ; c'est cette hauteur corrigée H qu'on doit introduire dans cette formule.

On évite ces réductions, ou plutôt on ne risque pas d'oublier de les faire, en évaluant les forces élastiques en unités C.G.S.

à l'eau à 4° $\left( = \frac{D}{1,000013} \right)$ dont la valeur ne diffère pas sensiblement de la densité, et dont on n'a jamais besoin.

(1) C'est cette forme que nous conseillons aux élèves de retenir. Il est important de se rappeler que H y est exprimé en centimètres, V en centimètres cubes, P en grammes. L'emploi des unités correspondantes du système métrique évite des erreurs que les élèves commettent trop fréquemment, quand l'inconnu d'un problème se trouvant employé à la fois dans l'expression du volume et dans celle de la force élastique, ils appliquent une formule où V est exprimé en litres et H en millimètres ; car si cet inconnu $x$ est une longueur, et que $x$ représente dans l'expression du volume des décimètres, dans celle de la force élastique c'est $100\,x$ qu'il faut mettre pour exprimer un nombre de millimètres ; or on oublie très facilement ce facteur 100, ce qui donne lieu à de graves erreurs.

Si dans les formules (2) (3) (5) (6) et (7) H est exprimé en unités C.G.S. de force élastique, A représente la masse en grammes d'un centimètre cube d'air à 0° et pour l'unité de force élastique C.G.S. L'application de la formule (3), en nous rappelant que $0^{gr},001\,293$ est la valeur de la masse $p$ d'un centimètre cube d'air à 0° et sous la pression qu'exerce à Paris une colonne de 76 cent. de mercure à 0°, pression qui vaut

$$76 \times 13{,}596 \times 980{,}96 = 1{,}013\,62 \times 10^6 \text{ unités C.G.S.}$$

donne :

$$0{,}001\,293 = A \times 1{,}013\,62 \times 10^6$$

d'où :

$$A = \frac{0{,}001\,293}{1{,}013\,62} \times 10^{-6} = 0{,}001\,276 \times 10^{-6}$$

En remplaçant A par ce nombre, la formule fondamentale (3) devient :

$$(10) \qquad P = 0^{gr},001\,276 \times 10^{-6} \frac{VHd}{1 + \alpha t}$$

et comme $H \times 10^{-6}$ représente le nombre N d'atmosphères C.G.S. que possède la force élastique du gaz, la formule devient, en employant cette unité secondaire commode par sa grandeur :

$$(11) \qquad P = 0^{gr},001\,276 \frac{VNd}{1 + \alpha t}$$

Formule aisée à retenir, et qui sera la plus commode à employer quand on aura pris l'habitude d'évaluer les forces élastiques en atmosphères C.G.S., ce que nous ne saurions trop engager à faire.

**3. MESURE DE LA DENSITÉ DES GAZ PAR RAPPORT A L'AIR — MÉTHODE DE REGNAULT.** — Les méthodes employées diffèrent

suivant qu'il s'agit d'un gaz ou d'une vapeur, en désignant ici sous le nom de *vapeur* le gaz émis par un corps liquide ou solide dans les circonstances ordinaires.

Biot et Arago, puis Regnault, se sont occupés de la mesure des densités des gaz. En principe, la méthode est simple ; elle résulte de la définition même de la grandeur cherchée : prendre à l'aide de la balance la masse du gaz contenu dans un vase, puis prendre la masse du volume d'air contenu dans le même vase, à la même température et pour la même force élastique ; le rapport des deux masses donne la densité du gaz par rapport à l'air.

En réalité, l'expérience est fort délicate. Les poids des gaz étant très faibles, des causes d'erreurs insignifiantes dans les pesées ordinaires prennent ici de l'importance.

Ainsi, le poids du gaz est tout à fait du même ordre de grandeur que la poussée qu'exerce sur le ballon qui le renferme l'air extérieur, quantité variable d'un moment à l'autre, suivant les conditions atmosphériques. En outre, le verre, comme on le sait, condense de l'humidité à sa surface, et ce poids d'eau qui s'ajoute à celui du ballon, dépend non seulement de la matière du verre, mais aussi de l'état hygrométrique de l'air, et peut ainsi varier entre les pesées. De là deux causes d'erreur, car l'expérimentateur prendra pour une variation du poids du gaz introduit dans le ballon, soit la variation de la poussée qu'il éprouve, soit la variation du poids de l'eau condensée à sa surface.

Nous allons voir comment Regnault a su éluder ces difficultés dans l'élégante méthode qui a fourni la plupart des résultats adoptés aujourd'hui, et que nous décrirons seule ici.

La masse des gaz était obtenue par la méthode précise de la double pesée ; or, Regnault eut l'heureuse idée d'employer comme tare un second ballon de même volume et de même surface extérieure que celui qui était destiné à contenir le gaz. En outre, tous les deux étaient formés de verre pris dans le même creuset, pour être de composition chimique identique, et possédaient des garnitures à robinet tout pareilles. Dans ces conditions, une fois qu'on avait obtenu l'équilibre du fléau de la balance, celui-ci devait se maintenir indéfiniment, car les varia-

tions de poussées, dues au changement des conditions atmosphériques, devaient se faire sentir de la même façon sur l'un et sur l'autre ballon, et la condensation de la vapeur d'eau sur les deux surfaces vitrées placées dans des conditions identiques devait être aussi la même. C'est ce dont Regnault s'assura du reste : après avoir suspendu les deux ballons, dont les robinets étaient fermés, au-dessous des plateaux de la balance de précision qu'il comptait employer (fig. 238), il établit l'équilibre;

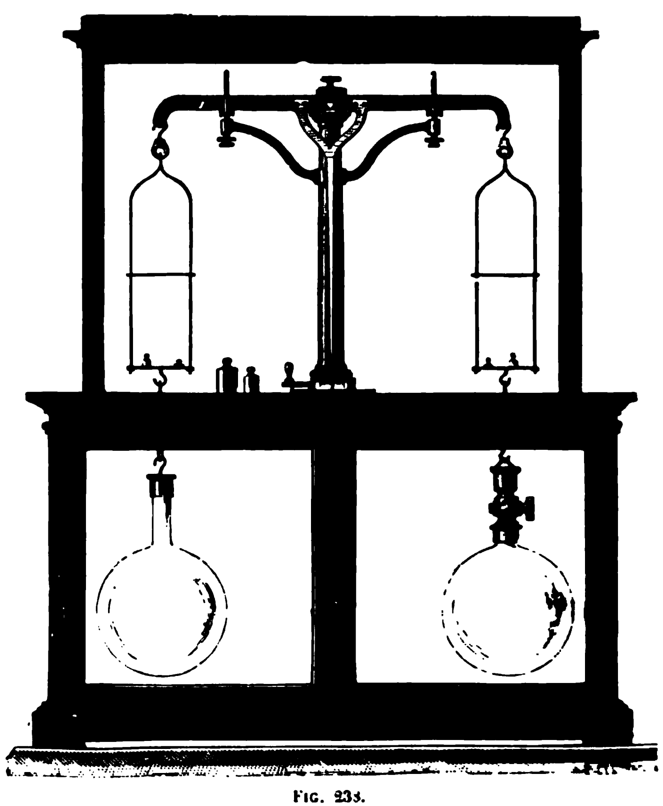


Fig. 238.

puis il laissa l'appareil sans y rien changer pendant quinze jours; malgré les variations de l'état atmosphérique, il constata que l'équilibre ne fut pas troublé pendant tout ce temps.

Dans ces conditions, il est clair que tout changement observé entre deux pesées ne peut provenir que de la variation du poids du gaz contenu dans le ballon dont on a modifié l'atmosphère intérieur, et que le nombre de grammes qu'on ajoute ou qu'on ôte du plateau au-dessous duquel se trouve ce ballon, donne exactement (après la correction très faible due à la poussée de l'air sur ces poids) la masse du gaz enlevée ou introduite.

Pour faire l'expérience, on commence par dessécher avec soin l'intérieur du ballon en faisant plusieurs fois le vide dans celui-ci, et en y laissant rentrer le gaz parfaitement sec. Après avoir placé ce ballon dans le vase métallique V, représenté figure 239, et l'avoir entouré de glace fondante, on fait le vide une dernière fois aussi exactement que possible. Un manomètre barométrique donne la force élastique très faible $h$ du gaz restant. On ferme le robinet R du ballon, on retire celui-ci de la glace, on l'essuye avec soin [1] et on l'accroche au plateau de la balance.

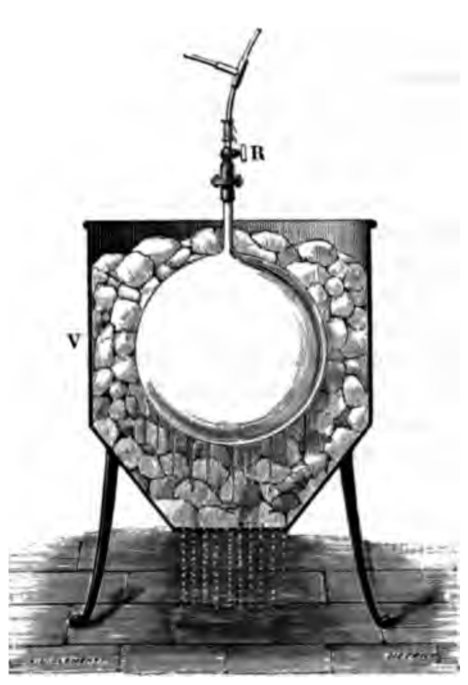


FIG. 239.

Les deux ballons sont alors laissés plus de deux heures dans l'atmosphère sèche de la cage de la balance pour que leurs surfaces se mettent dans le même état; puis on établit l'équilibre,

(1) Il ne faut pas achever l'essuyage avec des linges trop secs, car on électriserait la surface du verre, et les attractions électriques qui se mani-

après avoir eu soin de placer dans le plateau au-dessous duquel est accroché le ballon vide un nombre de grammes supérieur à l'augmentation de masse présumée du ballon après l'introduction du gaz. Cette précaution est nécessaire pour pouvoir alors rétablir l'équilibre en enlevant des poids de ce plateau, conformément à la méthode de la double pesée.

L'équilibre atteint, on reporte le ballon dans la glace fondante, et on le remplit du gaz sec sous la pression atmosphérique H donnée par le baromètre. Après avoir fermé le robinet [1], et avoir essuyé le ballon, on le reporte sous le plateau de la balance ; on attend quelque temps, et l'on procède à la pesée. On obtient ainsi le nombre de grammes P qui représente la masse du gaz introduit.

Nous ferons remarquer tout de suite que cette masse P de gaz occuperait, à 0°, le volume du ballon avec une force élastique égale à $H - h$, puisque, après l'avoir ajoutée à la masse très faible de gaz primitivement contenue dans le ballon, et y possédant une force élastique $h$, la force élastique totale est devenue H.

En répétant avec l'air exactement la même série d'opérations, on obtient la masse $p$ de ce gaz qui remplirait le ballon avec une force élastique connue $H' - h'$.

Nous avons ainsi deux masses P et $p$ de gaz et d'air occupant le même volume, celui du ballon à 0°, à la même température 0°, mais ayant des forces élastiques un peu différentes $H - h$ et $H' - h'$. Or, nous savons que la masse d'un gaz qui à une même température occupe un même volume est proportionnelle à sa force élastique ; il en résulte que la masse du gaz qui occuperait à 0° le volume du ballon avec la force élastique $H' - h'$ serait $P \frac{H' - h'}{H - h}$ : c'est là une conséquence de la loi de Mariotte très légitimement applicable ici, quel que soit le gaz, puisque les forces élastiques

festeraient alors entre le ballon et les parois de la cage de la balance fausseraient la pesée.

[1] Pour être certain que la force élastique du gaz fût bien la pression atmosphérique du moment, on laissait pendant un temps très court le ballon en libre communication avec l'atmosphère avant de fermer le robinet.

H′— h′ et H — h sont très voisines l'une de l'autre. Par conséquent, $P \frac{H' - h'}{H - h}$ et p représentant des masses de gaz et d'air occupant le même volume à la même température et possédant la même force élastique (H′ — h′), la densité du gaz par rapport à l'air est égale à :

$$\frac{P}{p} \frac{H' - h'}{H - h}$$

Comme on le voit, cette densité correspond exactement à la température de 0° et à la pression atmosphérique, puisque H′ — h′ est toujours voisin de cette force élastique.

Si l'on veut obtenir la densité du gaz par rapport à l'air sous une pression différente de celle de l'atmosphère, il n'y a qu'à donner au gaz et à l'air enfermé dans le ballon la force élastique voulue, qui sera mesurée exactement par un manomètre barométrique ou par un manomètre à air libre selon sa valeur. D'un autre côté, si l'on veut déterminer cette densité pour une température quelconque, il n'y a qu'à remplacer la glace qui entoure le ballon par un bain à cette température; par exemple, en l'entourant de vapeur d'eau bouillante on pourra prendre la densité à la température de 100°.

Voici quelques-uns des résultats obtenus par Regnault.

DENSITÉ DES GAZ PAR RAPPORT A L'AIR.

| | | |
|---|---|---|
| Azote. . . | 0,971 37 | à 0° et sous la pression de 76 cent. de mercure. |
| Hydrogène | 0,069 26 | |
| Oxygène. . | 1,105 63 | |

| | | Sous la pression de | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 76° | 37°,413 | 38°,339 | 22°,400 |
| Acide carbonique | 0° | 1,529 10 | 1,523 66 | » | 1,521 45 |
| | 100° | 1,524 18 | » | 1,524 10 | » |

Ce tableau justifie ce que nous avons dit § 1. On voit que la densité de l'acide carbonique, sous la pression de 76 cent. de

mercure, diminue un peu quand la température s'élève. On voit aussi, qu'à 0°, cette densité diminue un peu avec la pression, tandis qu'à 100° elle ne varie plus sensiblement ; on doit en conclure qu'à 100° l'acide carbonique obéit aussi bien que l'air à la loi de Mariotte (Voir § 1).

Les expériences de Regnault sur la dilatation des gaz et sur leur compressibilité permettent du reste de calculer, d'après la valeur $d$ que possède la densité d'un gaz par rapport à l'air à 0° et sous la pression atmosphérique, la valeur toujours peu différente qu'elle prend, pour une autre température ou une autre pression. En effet nous avons vu (§ 1) qu'à la même température, mais sous une pression H' différente de la pression atmosphérique, cette quantité a pour valeur $d\frac{1+g}{1+a}$, les lettres $g$ et $a$ ayant la signification indiquée dans ce paragraphe ; et qu'à une autre température $t$ on obtient la nouvelle valeur de la densité en multipliant celle qu'elle possède à 0° par $\frac{1+\alpha t}{1+\gamma t}$, en appelant $\alpha$ et $\gamma$ les coefficients de dilatation moyens entre 0° et $t$° de l'air et du gaz sous la pression constante considérée.

**4. DÉTERMINATION DE LA MASSE DU CENTIMÈTRE CUBE D'AIR PAR REGNAULT.** — La formule :

$$P = a\frac{VHd}{76(1+\alpha t)} \tag{1}$$

ne peut fournir la masse P du gaz, dont on connaît le volume, la température, la force élastique et la densité par rapport à l'air, qu'à la condition de connaître aussi la valeur de la quantité $a$, représentant la masse du centimètre cube d'air sec à 0° et sous la pression qu'exerce à Paris une colonne de mercure à 0° de 76 cent. de hauteur.

Il était facile pour Regnault, à la suite de ses expériences sur la densité des gaz, d'obtenir la valeur de $a$. En effet, ces expériences lui donnaient la masse $p$ d'air contenu dans le volume V du ballon à 0° et pour une force élastique connue $H' - h'$;

or, comme pour l'air $d = 1$, la formule ci-dessus donne la relation :

$$(2) \qquad p = a\,\frac{V(H' - h')}{76} \qquad \text{d'où : } aV = \frac{76\,p}{H' - h'}$$

qui fait connaître le produit $aV$, et par conséquent la quantité $a$ si l'on évalue la capacité V du ballon à 0°.

Il nous reste simplement à indiquer comment Regnault s'y est pris pour effectuer avec précision cette dernière mesure.

La capacité du ballon étant considérable (plus de 10 litres), on ne pouvait songer à la mesurer par une pesée au mercure : on se contenta d'une pesée à l'eau. Mais il était important que l'eau fût pure et, en particulier, bien privée d'air ; il fallait, en outre, que pendant le remplissage celui-ci ne pût pas s'y dissoudre. Pour cela on procéda de la manière suivante.

Un tube deux fois recourbé fut adapté au ballon ; son extrémité fut plongée dans de l'eau distillée bouillante, et par conséquent débarrassée des gaz qu'elle avait pu dissoudre. On chauffa le ballon pour faire sortir un peu d'air, et en le laissant refroidir une certaine quantité d'eau y pénétra ; on fit bouillir celle-ci : la vapeur d'eau chassa complètement l'air contenu dans le ballon à travers l'eau bouillante, dans laquelle plongeait l'extrémité du tube ; par le refroidissement, la vapeur se condensa et le ballon s'emplit entièrement d'eau. Celui-ci, ramené à la température ordinaire fut alors entouré de glace fondante, tout en le laissant communiquer avec le réservoir d'eau distillée bouillie et devenue froide aussi. On l'abandonna dans la glace pendant toute une nuit, pour être assuré que la température de la grande masse d'eau qu'il contenait était bien amenée à 0°. Puis, on ferma le robinet, et le ballon se trouva ainsi plein d'eau très pure à 0°. On le laissa reprendre la température de la pièce, ce qui ne pouvait amener la rupture du ballon ; car cette température n'était que de 6°, et l'eau se contractant de 0 à 4°, ne reprend qu'un peu au delà de 8° le volume qu'elle possède à 0°.

Le ballon bien essuyé fut accroché ensuite au plateau de la balance, et l'on établit l'équilibre sans employer l'artifice du ballon-tare. En effet, les variations dues soit à la poussée, soit à

la quantité d'eau déposée à la surface externe du verre d'une pesée à l'autre, ne pouvaient introduire qu'une erreur d'un milligramme, absolument insignifiante vis-à-vis de la masse de dix à douze kilogrammes qu'on voulait mesurer.

Le ballon, après avoir été vidé et séché, fut accroché de nouveau, son robinet ouvert, sous le même plateau ; le nombre de grammes qu'il fallut y mettre pour rétablir l'équilibre, ayant subi la correction très faible due à la poussée de l'air sur les poids, donna la différence G entre la masse P de l'eau et la masse P' de l'air ambiant qu'il renfermait dans la seconde pesée,

$$(3) \qquad G = P - P'$$

Or, cette masse P' était aisée à calculer par la formule (1), dans laquelle l'air étant humide; on devait remplacer la hauteur barométrique H, donnant la force élastique totale de l'air, par le facteur $(H - \frac{3}{8}f)$, en appelant $f$ la force élastique propre à la vapeur d'eau contenue dans cet air, comme nous le verrons en hygrométrie; cette quantité $f$ était donnée par un hygromètre. Nous ferons remarquer aussi que le volume du ballon, qui était V à 0°, prenait à la température ambiante $t$ la valeur $V(1 + Kt)$, en appelant K le coefficient de dilatation cubique du verre. On avait donc la relation

$$(4) \qquad P' = \frac{aV(1 + Kt)(H - \frac{3}{8}f)}{76\,(1 + \alpha t)}$$

Il n'y avait rien d'inconnu dans le second membre de cette formule puisque le produit $aV$ était fourni, comme nous l'avons vu plus haut, par la relation (2).

G et P' étant déterminés, l'égalité (3) donnait la valeur de P.

Il suffisait maintenant de diviser la masse (P grammes) de l'eau contenue dans le ballon à 0° par la densité de cette eau à 0°, soit 0,99988, pour avoir le volume V du ballon à 0° en centimètres cubes.

Regnault trouva ainsi pour la valeur de $a$ le nombre $0^{gr},0012932$. Malgré toute la précision de l'expérience, il paraît difficile que le cinquième chiffre significatif soit exact; aussi se borne-t-on généralement aux quatre premiers (0,001293).

**5. RECHERCHE DE LA DENSITÉ D'UN GAZ QUI ATTAQUE LES MÉTAUX.** — La méthode indiquée § 3 ne peut convenir pour les gaz, qui, comme le chlore, attaquent à froid le mercure et les garnitures métalliques. On emploie dans ce cas le procédé suivant.

Un flacon en verre léger, pouvant être bouché à l'émeri, et dont la capacité V est connue par un jaugeage, est rempli par déplacement de l'air contenu — 1° d'air sec, — 2° du gaz étudié. Au moment où l'on bouche le flacon, on note la hauteur de la colonne barométrique H et la température $t$. Le flacon est porté les deux fois sur la balance; soit $\Pi$ l'excès de masse positif ou négatif qu'il présente dans le second cas. C'est la quantité dont la masse P du gaz surpasse celle $p$ de l'air :

$$P = p + \Pi \tag{1}$$

Or, la masse $p$ est connue par la formule :

$$p = 0{,}001\,293 \frac{VH}{76\,(1+\alpha t)} \tag{2}$$

et par conséquent la relation (1) donne la valeur de P, masse du gaz occupant le volume V à la température $t$ et sous la pression H; tout étant connue dans la formule

$$P = 0{,}001\,293 \frac{VHd}{76\,(1+\alpha t)}$$

sauf $d$, celle-ci en fournit la valeur.

Il est clair que cette méthode est loin de présenter la même précision que celle que nous avons décrite § 3.

6. **DENSITÉ DES VAPEURS.** — En principe, les méthodes employées le plus souvent pour déterminer la densité d'une vapeur consistent à mesurer — 1° la masse P d'une certaine quantité de cette vapeur, — 2° le volume V qu'elle occupe, — 3° la hauteur H de la colonne de mercure à 0° qui à Paris fait équilibre à sa force élastique, — 4° sa température $t$, et à faire application de la formule

$$(1) \qquad P = 0{,}001293 \frac{VHd}{76\,(1 + \alpha t)}$$

qui fournit la valeur de sa densité $d$ par rapport à l'air.

Nous allons indiquer les principales méthodes qui permettent d'effectuer la mesure des quatre quantités P, V, H et $t$.

1° Méthode de Gay-Lussac. — **Appareil de Regnault.** — Pour mesurer la densité d'une vapeur Gay-Lussac employait le procédé suivant.

Une petite ampoule de verre A (fig. 240), tarée à l'avance, était remplie complètement du liquide qui devait fournir la vapeur comme on remplit un thermomètre; la pointe de l'ampoule était fermée à la lampe, et l'augmentation de masse qu'elle avait subie, donnée par la balance, faisait connaître la masse P du liquide. On introduisait celle-ci dans une éprouvette graduée E pleine de mercure et reposant sur une cuvette en fonte C, placée sur un fourneau. On entourait alors l'éprouvette d'un manchon de verre M dans lequel on versait de l'eau ou de l'huile transparente reposant sur le mercure de la cuve, et forçant celui-ci à s'élever un peu plus haut en dehors du manchon. On allumait alors le fourneau, et la chaleur, se communiquant par le mercure de l'éprouvette et par l'eau du manchon à l'ampoule, faisait dilater le liquide qu'elle renfermait, et déterminait la rupture. On élevait assez la température pour que la vaporisation se produisît et fût totale; on en était assuré quand la force élastique de la vapeur était moindre que la force élastique maxima connue de cette vapeur pour la température de l'eau du manchon.

Dans ces conditions la masse de la vapeur était égale à la masse P du liquide introduit. Après avoir rendu uniforme autant que

possible la température de l'eau, on la notait; cette température $t$ pouvait être prise pour celle de la vapeur elle-

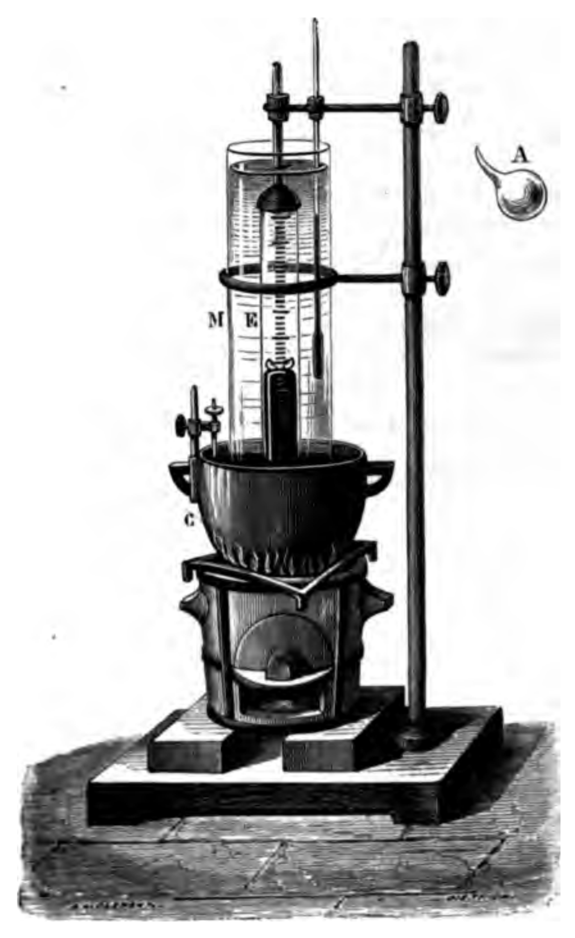



FIG. 240.

même. On mesurait ensuite le volume apparent V qu'occupait celle-ci dans l'éprouvette graduée; V étant le volume connu à 0° de la partie de l'éprouvette contenant la vapeur, $V(1 + Kt)$

était le volume réel de cette vapeur, en appelant K le coefficient de la dilatation cubique du verre. Enfin, on mesurait la force élastique de la vapeur, en relevant la hauteur $h$ à laquelle le niveau du mercure dans l'éprouvette se trouvait au-dessus de celui de la cuve en dehors du manchon, et en mesurant la colonne barométrique; si $h_1$ était la hauteur de celle-ci réduite à 0°, $h_1 - \frac{h}{1 + \Delta_t}$ représentait la hauteur H de la colonne mercurielle à 0° qui faisait équilibre à la force élastique de la vapeur, $\Delta_t$ désignant la dilatation absolue du mercure de 0° à $t$°. On avait ainsi les quatre mesures nécessaires à la détermination de la densité $d$.

La méthode de Gay-Lussac, irréprochable en principe, a été reprise par Regnault. Ce physicien s'est servi pour cela de l'appareil (représenté fig. 226) qui lui avait servi à déterminer les forces élastiques maxima des vapeurs, et que nous avons décrit (Ch. VIII, § 2).

Le ballon V avait été jaugé, et le tube A était gradué à sa partie supérieure; le volume de ces vases étant connu à 0°, en multipliant par le binome de dilatation du verre $(1 + Kt)$ on l'obtenait aux diverses températures $t$. On était ainsi à même de connaître exactement le volume V de la vapeur. Le liquide, contenu dans une petite ampoule, était introduit dans le ballon; sa masse P était mesurée comme dans les expériences de Gay-Lussac. La connaissance approchée de la densité de la vapeur avait permis de calculer la masse P de celle-ci nécessaire pour saturer le ballon vers 30°, et comme on opérait à une température plus élevée, on était sûr que tout le liquide se trouvait évaporé. Pour tout le reste la marche de l'expérience était exactement la même que pour la mesure de la force élastique maxima, et l'on obtenait ainsi la force élastique de la vapeur non saturante à la température du bain $t$.

La méthode de Gay-Lussac ne permet pas d'opérer sur des liquides peu volatils; la suivante, due à M. Dumas, est plus générale.

2° Méthode de M. Dumas. — Un ballon B en verre soufflé très mince et à col effilé (fig. 241), est porté sur la balance et taré.

On y introduit ensuite une certaine quantité du liquide étudié, en chauffant un peu le ballon, plongeant la pointe effilée dans le liquide, et laissant refroidir (1) ; puis le ballon est disposé dans un support S où il est pris entre deux colliers. Celui-ci est placé dans une petite marmite MM, contenant un liquide, eau, huile, acide sulfurique (2), alliage fusible, selon la volatilité du liquide étudié, et devant servir de bain-marie. Le ballon doit être complètement immergé dans le bain à l'exception de l'extrémité du col.

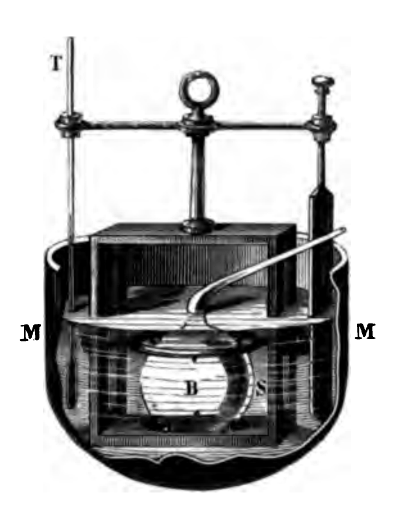


FIG. 241.

On chauffe le bain-marie, et on le porte à une température supérieure au point d'ébullition du corps contenu dans le ballon. Ce corps bout violemment; sa vapeur chasse l'air du ballon, et sort avec un sifflement par la pointe effilée en produisant un jet qui, quoique transparent, se distingue aisément en regardant le jour à travers, par suite des réfractions irrégulières que subissent les rayons lumineux qui le traversent.

Lorsque les dernières parcelles solides ou liquides sont volatilisées, le jet cesse brusquement. A ce moment la vapeur prend

(1) Si le corps dont on cherche la densité de vapeur est solide, on introduit une masse connue de ce corps dans le ballon; on effile ensuite le col à la lampe, et l'on porte le ballon sur la balance pour avoir la masse totale. En en retranchant celle du corps introduit, on a la masse du verre qui constitue le ballon.

(2) Dans le cas où le bain est formé d'acide sulfurique, on ne peut employer un support en laiton; le ballon est lesté alors par des lames de plomb.

presque immédiatement la température $t$ du bain-marie, qu'on rend constante par l'agitation ; cette température est donnée par un thermomètre T. Quant à la force élastique de la vapeur, égale alors à celle de l'atmosphère, elle est fournie par le baromètre. Le jet ayant cessé, la température étant devenue constante, et de plusieurs degrés supérieure à la température d'ébullition, on ferme le ballon en fondant à la lampe son extrémité effilée. On le laisse refroidir, et après l'avoir lavé et essuyé, on le porte sur la balance pour mesurer la variation de masse.

Soit G le nombre de grammes qu'il faut mettre alors sur le plateau ou en ôter (G sera une quantité positive dans le premier cas, négative dans le second) pour rétablir l'équilibre. Voyons à quoi le poids de ces G grammes fait équilibre. Dans la première pesée, l'effort exercé par le ballon ouvert et plein de l'air extérieur est égal au poids du verre seulement, puisque le poids de l'air contenu dans le ballon fait équilibre sensiblement à la poussée qu'il reçoit extérieurement : c'est donc le poids seulement de l'enveloppe de verre que la tare équilibre. Dans le second cas, l'effort exercé par le ballon est égal au poids de la vapeur, plus le poids du verre, moins la poussée exercée par l'air extérieur, qui est égal au poids d'un volume d'air égal à celui du ballon. Puisqu'il n'y a pas à tenir compte du poids du verre qui a été équilibré par la tare, le poids des G grammes mis sur le plateau représente donc simplement la différence entre la poussée de l'air extérieur et le poids de la vapeur. On a donc, en désignant par P la masse de celle-ci, et par P′ celle d'un volume d'air égal au volume du ballon.

$$G = P' - P \tag{2}$$

d'où :

$$P = P' - G$$

Or la quantité P′ se calcule aisément. Désignons par $v$ le volume à 0° du ballon, $v(1 + K\theta)$ est son volume à la température ambiante. Si la hauteur de la colonne barométrique est H′

*au moment de la seconde pesée* [1], si $f$ est la force élastique de la vapeur d'eau contenue alors dans l'air, on a :

$$(3) \qquad P' = 0{,}001\,293 \frac{v(1 + K\theta)\left(H' - \frac{3}{8}f\right)}{76\ (1 + \alpha\theta)}$$

Un jaugeage à l'eau, qu'on peut faire exactement comme celui exécuté par Regnault pour mesurer la capacité de son ballon dans la détermination de la masse du centimètre cube d'air (§ 4), fait connaître le volume $v$ ; mais il est rare qu'on opère avec tant de précaution, et le nombre de grammes qui équilibre la différence de masse du ballon plein d'eau [2] et plein d'air représente en centimètres cubes la capacité $v(1 + K\theta)$ avec une exactitude dont on se contente le plus souvent.

Toutes les quantités qui entrent dans le second membre de la relation (3) étant connues, celle-ci donne la valeur de P′, et la relation (2) la valeur de P.

Enfin remarquons qu'à la température $t$ du bain-marie le volume V du ballon, et par conséquent de la vapeur, est donné par :

$$(4) \qquad V = v(1 + Kt)$$

(1) Nous avons employé ce mode de raisonnement, peut-être un peu long, pour bien montrer que les conditions atmosphériques qui doivent entrer dans la formule (2) (H′, $f$, $\theta$) sont celles qui ont lieu au moment de la seconde pesée et non au moment de la première, comme un raisonnement superficiel pourrait le faire croire. Nous avons à dessein confondu le volume extérieur et le volume intérieur du ballon, qui ne peuvent différer d'une quantité appréciable, vu la minceur du verre. Au surplus, un raisonnement encore plus serré, dans lequel on tiendrait compte de cette épaisseur, montrerait que la quantité $v$ doit représenter dans la formule (3) et dans la formule (4) la capacité intérieure du ballon.

(2) Pour remplir le ballon, on brise la pointe effilée sous l'eau ; le liquide s'introduit alors dans le ballon par suite de la condensation de la vapeur, et doit le remplir complètement si tout l'air a été expulsé par l'ébullition. S'il reste une bulle d'air, on doit mesurer son volume, et en tenir compte dans le calcul de la densité.

Les quatre quantités P, V, H, $t$ étant déterminées, la formule (1) donne la densité $d$.

Cette méthode, que M. Dumas a imaginée dès 1826, est commode et expéditive; mais elle présente un inconvénient, quand le corps liquide ou solide n'est pas d'une pureté absolue. Supposons l'existence dans ce corps d'une impureté moins volatile que lui, même contenue en très petite proportion : la vapeur de cette impureté restera en grande partie dans le ballon, quand l'ébullition aura cessé, et sa proportion avec la masse de la vapeur du corps étudié peut être considérable puisque la plus grande partie de celle-ci est sortie du ballon. Ainsi un corps presque pur peut donner naissance à une vapeur très impure.

3° Procédé de MM. Deville et Troost. — MM. Deville et Troost (1860) ont déterminé les densités de vapeurs de plusieurs corps à très haute température en employant la méthode de M. Dumas, avec les quelques modifications que nous allons indiquer.

Le bain-marie était remplacé par un bain de vapeur de substances bouillant à diverses températures, et dont les points d'ébullition sous la pression atmosphérique avaient été déterminés par la méthode indiquée plus loin (§ 8). Ces substances étaient :

| | | | |
|---|---|---|---|
| le mercure | bouillant | à | 350° |
| le soufre | » | » | 440° |
| le cadmium | » | » | 860° |
| le zinc | » | » | 1040° |

Pour les températures de 860° et de 1040° le ballon de verre se serait ramolli ou aurait fondu. MM. Deville et Troost se sont servis d'un ballon ou matras en porcelaine de Bayeux ayant 280$^{cc}$ à 300$^{cc}$ de capacité; la panse était surmontée d'un col de même substance ayant 11 cent. de long sur 0$^{c}$,4 de diamètre intérieur. Un petit bouchon conique en porcelaine était simplement posé sur l'ouverture du col, dressé verticalement,

pendant l'ébullition du corps placé dans la panse; il ne gênait nullement la sortie de la vapeur, mais il gênait la rentrée de l'air. On maintenait pendant vingt minutes environ le ballon au milieu du bain de vapeur, puis on fondait brusquement, avec un chalumeau à gaz tonnant, le bouchon conique qui se soudait au pourtour du col et fermait l'appareil complètement (1). Enfin on se servait de l'artifice du ballon-tare dans les pesées.

Pour tout le reste on opérait comme dans la méthode de M. Dumas.

**7. RÉSULTATS OBTENUS DANS L'ÉTUDE DE LA DENSITÉ DES VAPEURS ET CONCLUSIONS.** — Voici un tableau qui donne les densités par rapport à l'air des vapeurs d'un certain nombre de corps.

**Tableau des densités de quelques vapeurs**

| SUBSTANCES | DENSITÉ expérimentale | TEMPÉRATURE à laquelle la densité a été prise | EXPÉRIMENTATEURS |
|---|---|---|---|
| Brome | 5,54 | » | Mitscherlich |
| Iode | 8,70 | 440° | Deville et Troost |
| | 8,70 | 860° | Id. |
| | 8,71 | 1040° | Id. |
| Soufre | 6,51 | 500° | Dumas |
| | 2,23 | 860° | Deville et Troost |
| | 2,23 | 1040° | Id. |
| Sélénium | 7,67 | 860° | Id. |
| | 6,37 | 1040° | Id. |
| Phosphore | 4,42 | 313° | Dumas |
| | 4,35 | 1040° | Deville et Troost |
| Arsenic | 10,6 | 564° | Mitscherlich |
| | 10,37 | 860° | Deville et Troost |

(1) MM. Deville et Troost ont déduit la dilatation cubique de la porcelaine, qu'il est nécessaire de connaître, de la mesure de la dilatation linéaire.

**Tableau des densités de quelques vapeurs (Suite)**

| SUBSTANCES | DENSITÉ expérimentale | TEMPÉRATURE à laquelle la densité a été prise | EXPÉRIMENTATEURS |
|---|---|---|---|
| Mercure . . . . . . | 6,976 | » | Dumas |
| | 6,7 | 882° | Bineau |
| Acide cyanhydrique. | 0,948 | » | Gay-Lussac |
| Chlorure d'aluminium. | 9,347 | 440° | Deville et Troost |
| Serquichlorure de fer | 11,39 | 440° | Id. |
| Eau . . . . . . . . | 0,622 | Température ordinaire | Regnault |

La méthode de M. Dumas permet de faire l'étude de la densité d'une même vapeur sous la pression atmosphérique pour des températures différentes, qui peuvent même être assez rapprochées du point d'ébullition. Ce travail a été fait par M. Cahours pour plusieurs substances. D'autre part, la méthode de Regnault permet d'obtenir la densité d'une même vapeur, non seulement pour des températures différentes, mais aussi pour des pressions diverses. Ce travail a été fait par Regnault pour la vapeur d'eau. De leur côté MM. Fairbairn et Tate ont mesuré la densité de la vapeur d'eau saturante aux diverses températures, et M. Herwig a repris cette étude, ainsi que celle de la mesure directe de la compressibilité et de la dilatabilité de la vapeur d'eau, près et loin du point d'ébullition, par une méthode qui ne peut trouver place dans le cadre restreint de cet ouvrage

De l'ensemble de ces recherches il résulte que la densité d'une vapeur par rapport à l'air devient un nombre à peu près constant à une température éloignée du point d'ébullition, variant à peine avec la température et avec la pression; mais, que plus on se rapproche des conditions de la liquéfaction, plus cette densité croit avec l'abaissement de température et l'augmentation de force élastique ; ceci est conforme à ce que nous savions déjà pour

l'acide carbonique et autres gaz facilement liquéfiables, d'après les recherches de Regnault.

En jetant les yeux sur les tableaux qui suivent, le lecteur pourra se convaincre de l'exactitude de ces conclusions.

**Densités de vapeur sous la pression atmosphérique mesurées par M. Cahours.**

| ACIDE ACÉTIQUE (bout à 120°) | | ACIDE BUTYRIQUE | |
|---|---|---|---|
| Température | Densité | Température | Densité |
| 125° | 3,20 | 177° | 3,68 |
| 130 | 3,12 | 208 | 3,44 |
| 140 | 2,90 | 228 | 3,22 |
| 150 | 2,75 | 249 | 3,10 |
| 160 | 2,48 | 261 | 3,07 |
| 171 | 2,42 | 290 | 3,07 |
| 190 | 2,30 | 310 | 3,07 |
| 200 | 2,22 | 330 | 3,07 |
| 219 | 2,17 | | |
| 230 | 2,09 | | |
| 250 | 2,08 | | |
| 280 | 2,08 | | |
| 300 | 2,08 | | |
| 338 | 2,08 | | |

**Densités de la vapeur d'eau sous la pression atmosphérique par M. Cahours.**

| Température | Densité |
|---|---|
| 107° | 0,645 |
| 110 | 0,640 |
| 120 | 0,625 |
| 130 | 0,621 |
| 150 | 0,6198 |
| 200 | 0,6192 |
| 250 | 0,6182 |

**Densités de la vapeur d'acide formique mesurées par M. Bineau (1).**

| A LA TEMPÉRATURE de 15° | | A LA TEMPÉRATURE de 20° | | A LA TEMPÉRATURE de 25° | | A LA TEMPÉRATURE de 30° | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pression en cent. de mercure | Densité | Pression en cent. de mercure | Densité | Pression en cent. de mercure | Densité | Pression en cent. de mercure | Densité |
| 0°,26 | 2,87 | 0°,27 | 2,80 | 0°,29 | 2,71 | 0°,31 | 2,61 |
| 0,76 | 2,93 | 0,80 | 2,85 | 0,84 | 2,77 | 0,88 | 2,70 |
| 1,58 | 3,06 | 1,67 | 2,94 | 1,75 | 2,85 | 1,83 | 2,76 |
| | | 2,42 | 3,15 | 2,62 | 2,94 | 2,78 | 2,81 |
| Force élastique max. 2,05 | | | | | | Force élastique max. 3,00 | |

**Densités de la vapeur d'eau mesurées par Regnault.**

| Température | Pression en cent. de mercure | Rapport de la force élastique de la vapeur à la force élastique maxima | Densite |
|---|---|---|---|
| 30°,82 | 3°,214 | 1,000 | 0,646 93 |
| 31,23 | 3,266 | 0,964 | 0,638 49 |
| 31,54 | 3,324 | 0,964 | 0,627 86 |
| 32,37 | 3,349 | 0,870 | 0,624 99 |
| 37,05 | 3,419 | 0,733 | 0,621 40 |
| 41,51 | 3,465 | 0,582 | 0,621 95 |
| 45,78 | 3,522 | 0,474 | 0,630 03 |
| 48,58 | 3,548 | 0,418 | 0,630 46 |
| 55,41 | 3,623 | 0,302 | 0,630 78 |

Des conclusions précédentes résultent quelques conséquences

(1) M. Bineau a mesuré ces densités de vapeur par un procédé que nous n'avons pas décrit, mais qui a beaucoup d'analogie avec celui de Regnault.

importantes au point de vue de la dilatabilité et de la compressibilité des vapeurs.

Reportons-nous à la relation

$$(1) \qquad d_t = d_0 \frac{1 + \alpha t}{1 + \gamma t}$$

établie § 1 ; pour une autre température $t'$ elle devient

$$(2) \qquad d_{t'} = d_0 \frac{1 + \alpha t'}{1 + \gamma' t'}$$

en divisant membre à membre (1) et (2), il vient, si l'on néglige les termes du second ordre dans la division de $1 + \alpha t$ par $1 + \alpha t'$ et de $1 + \gamma t$ par $1 + \gamma' t'$ :

$$\frac{d_t}{d_{t'}} = \frac{1 + \alpha(t - t')}{1 + \gamma t - \gamma' t'}$$

Puisque loin du point de liquéfaction $d_t = d_{t'}$, cela nous apprend que la dilatation du gaz $\gamma t - \gamma' t'$ entre deux températures $t$ et $t'$, égale celle de l'air $\alpha(t - t')$. Ainsi *à haute température toute vapeur prend un coefficient de dilatation constant et égal à celui de l'air.*

Au contraire, quand les deux températures $t$ et $t'$ ($t$ étant plus grand que $t'$) se rapprochent du point de liquéfaction pour la pression que supporte la vapeur, on trouve $d_t < d_{t'}$ et par conséquent $\gamma t - \gamma' t' > \alpha(t - t')$ : *la dilatation de la vapeur est plus forte que celle de l'air.* Le tableau suivant dans lequel les coefficients de dilatation moyen $\frac{\gamma t - \gamma' t'}{t - t'}$ ont été déduits des recherches de M. Cahours sur la densité de la vapeur d'eau (voir le tableau donné plus haut) montre dans quelle proportion considérable peuvent varier ces coefficients.

### Coefficient de dilatation moyen de la vapeur d'eau sous la pression atmosphérique.

| | |
|---|---|
| de 107° à 110° . . . . . . . . . | 0,0063 |
| de 110° à 120° . . . . . . . . . | 0,0061 |
| de 120° à 130° . . . . . . . . . | 0,0048 |
| de 130° à 150° . . . . . . . . . | 0,00376 |
| de 150° à 200° . . . . . . . . . | 0,003685 |
| de 200° à 250° . . . . . . . . . | 0,003697 |
| Coefficient de dilatation de l'air. | 0,003670 |

D'autre part, prenons la formule établie § 1.

$$d' = d\,\frac{1+g}{1+a}$$

Loin du point de liquéfaction la densité de la vapeur ne varie plus avec la pression ($d = d'$) ; par conséquent $g = a$ : *la vapeur obéit aussi bien que l'air à la loi de Mariotte.*

Mais près du point de liquéfaction la densité augmente avec la pression ($d' > d$) ; par conséquent, on a $g > a$ : *la vapeur se comprime plus que l'air* pour un même accroissement de pression.

Rappelons que les corps que nous désignons plus particulièrement sous le nom de *gaz*, parce qu'ils ne peuvent se liquéfier que par des froids intenses ou par de très fortes pressions, présentent, d'après les expériences directes de Regnault sur leur dilatation et leur compressibilité, des propriétés tout semblables à celles que nous venons d'établir pour les *vapeurs*.

En résumé, les gaz ou les vapeurs (car on voit qu'on ne saurait établir une distinction réellement scientifique entre ces deux états) obéissent sensiblement à la loi de Mariotte et présentent tous un même coefficient de dilatation pour des températures éloignées de leur point de liquéfaction, et, en particulier, quand ils ont dépassé leur point critique. Plus, au contraire, ils se rapprochent des conditions nécessaires à leur condensation, plus leur compressibilité augmente, plus leur coefficient de dilatation est élevé.

8. **DÉTERMINATION DES TEMPÉRATURES ÉLEVÉES.** — En répétant les expériences faites pour déterminer la densité d'une vapeur par la méthode de M. Dumas ou de MM. Deville et Troost, on peut obtenir la température *t* du milieu où se trouve plongé le ballon au moment où l'on ferme son orifice, pourvu qu'on ait introduit soit de l'air, soit un gaz ou vapeur de densité *d* connue.

La formule (1) du § 6

$$P = 0{,}001293 \frac{VHd}{76\,(1 + \alpha t)}$$

ne contenant d'autre inconnu que *t* en fournit la valeur.

MM. Deville et Troost ont employé cette méthode pour déterminer les températures d'ébullition du soufre, du cadmium et du zinc. Ils mettaient soit de l'air, soit de la vapeur d'iode dans le ballon, en prenant pour la densité de celle-ci le nombre 8,716. Comme ils trouvaient, aux erreurs d'expérience près, les mêmes nombres par les deux procédés, ils en ont conclu que la densité de la vapeur d'iode restait constamment égale à cette valeur, pour ces hautes températures [1].

[1] M. Troost et MM. Meyer et Crafts ont reconnu depuis que la densité de la vapeur d'iode diminue quand la température s'élève. Il faut donc renoncer à l'emploi de la vapeur d'iode pour déterminer les hautes températures.

# CHAPITRE XI

## HYGROMÉTRIE

L'atmosphère renferme toujours de la vapeur d'eau. On peut s'en assurer en exposant à l'air des substances dites *déliquescentes*, telles que du chlorure de calcium, de la potasse, de l'azotate de cuivre, etc ; elles condensent l'humidité, et se dissolvent dans l'eau qu'elles ont prise à l'air. Nous avons déjà vu que la force élastique de la vapeur d'eau contenue dans l'air ambiant pouvait être utile à connaître, car elle est nécessaire pour calculer le poids d'un volume déterminé d'air humide et, par conséquent, pour obtenir la poussée subie par les corps qui y sont plongés. En outre, la formation des nuages, des brouillards, de la rosée, dépendant de la plus ou moins grande quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air, sa mesure intéresse le météorologiste.

La partie de la physique qui s'occupe de cette mesure a reçu le nom d'*hygrométrie* (1).

**1. ÉTAT HYGROMÉTRIQUE.** — L'air est rarement saturé de vapeur d'eau. Le rapport $\frac{f}{F}$ qui existe entre la force élastique $f$ propre à la vapeur d'eau contenue dans l'air et la force élastique F qu'elle aurait si elle était saturante, a reçu le nom d'*état hygromé-*

(1) De ὑγρός, *humide*, et de μέτρον, *mesure*.

*trique* ou de *fraction de saturation.* En désignant cette grandeur par $e$ on a, d'après cette définition :

$$(1) \qquad e = \frac{f}{F}$$

Comme la valeur maxima de $f$ est F on voit que $e$ est un nombre compris entre zéro et l'unité : il atteint cette dernière valeur quand l'air est saturé d'humidité.

Si $p$ est le nombre de grammes qui représente la masse de la vapeur d'eau contenue dans V cent. cubes d'air humide, à la température $t$, et si $f$ est en cent. la hauteur de la colonne de mercure qui fait équilibre à la force élastique de la vapeur d'eau, on a :

$$(2) \qquad p = 0{,}001293 \frac{Vf \times 0{,}622}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

si $n$ représente en atmosphères C.G.S. la force élastique de cette vapeur d'eau, la formule devient (Chap. X, § 2) :

$$(2\ bis) \qquad p = 0{,}001276 \frac{Vn \times 0{,}622}{1 + 0{,}003665\,t}$$

0,622 étant la densité par rapport à l'air de la vapeur d'eau. Cette densité est bien, il est vrai, un peu variable avec la température et avec la force élastique, comme nous l'avons vu, mais les travaux de Regnault ont montré que, dans les limites où peuvent varier la température et la force élastique de la vapeur d'eau atmosphérique, on ne commettra jamais qu'une erreur très faible en adoptant ce nombre. Le plus souvent même on remplace le nombre 0,622 par le nombre plus simple $\frac{5}{8}$ (= 0,625), qui en diffère très peu.

Les trois quantités $e$, $f$ et $p$ étant reliées par les égalités (1) et (2), si l'une des trois est connue les deux autres le sont également. Aussi, au point de vue expérimental, les détermi-

nations de ces trois quantités constituent un seul et ı problème.

Les méthodes qui servent à effectuer ces déterminations vent se grouper sous quatre types distincts, étant fondées : — l'augmentation de masse de substances avides d'eau (hygror chimiques), — 2° sur la condensation de la vapeur d'eau su paroi qui se refroidit (hygromètres à condensation), — le refroidissement dû à l'évaporation plus ou moins acti l'eau exposée à l'air (psychromètres), — 4° sur l'absorption vapeur d'eau par des substances organiques, d'où résult déformation mesurable de ces substances (hygromètres sorption).

Comme, pour l'exposé de la première méthode, nous ı besoin de connaître la formule qui donne la masse d'un v d'air humide, nous commencerons par indiquer comment tablit.

**2. CALCUL DE LA MASSE D'UN GAZ HUMIDE.** — Soit V le v en centimètres cubes d'un gaz humide à la température $t$ ( la pression totale qu'exerce, à Paris, H cent. de mercure à ( est la hauteur de mercure qui ferait équilibre à la force éla propre à la vapeur d'eau contenue dans ce gaz, H — $f$ hauteur de mercure qui ferait équilibre à la force élastique ı au gaz lui-même, le gaz et la vapeur d'eau occupant cha même espace de volume V. On a donc, en désignant par $p'$ ı $p$ les nombres de grammes qui mesurent les masses respectiv gaz et de la vapeur d'eau, et par $d$ la densité du gaz par r à l'air :

$$(1) \qquad p' = 0{,}001\,293 \frac{dV(H - f)}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

$$(2) \qquad p = 0{,}001\,293 \frac{0{,}622\,Vf}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

d'où, pour le poids du gaz humide :

$$(3) \qquad P = p + p' = 0{,}001\,293 \frac{V[d(H - f) + 0{,}622f]}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

Dans le cas de l'air $d = 1$, et la parenthèse du numérateur devient $[H - f(1 - 0{,}622)] = (H - 0{,}378\,f)$ d'où :

$$(4) \qquad P = 0{,}001293\,\frac{V(H - 0{,}378\,f)}{76(1 + 0{,}003665\,t)}$$

ou encore, en adoptant pour la densité de la vapeur d'eau le nombre $\frac{5}{8}$, comme $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$, on a :

$$(5) \qquad P = 0{,}001293\,\frac{V\left(H - \frac{3}{8}f\right)}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

qui est la formule la plus souvent employée. En désignant par N la force élastique totale du mélange et par $n$ la force élastique propre à la vapeur, en atmosphères C.G.S. les formules (3) et (5) deviennent respectivement :

$$(3\ \text{bis}) \qquad P = 0{,}001276\,\frac{V[d(N - n) + 0{,}622\,n]}{1 + 0{,}003665\,t}$$

$$(5\ \text{bis}) \qquad P = 0{,}001276\,\frac{V\left(N - \frac{3}{8}n\right)}{1 + 0{,}003665\,t}$$

**3. HYGROMÈTRE CHIMIQUE.**— Un des procédés, qui se présente le plus naturellement à l'esprit pour doser la quantité de vapeur l'eau répandue dans l'air, est de faire passer un volume connu de et air humide sur des substances telles que l'acide sulfurique or-inaire ou l'acide phosphorique anhydre, qui dessèchent les gaz, ı s'emparant de la vapeur aqueuse qu'ils renferment. L'aug-entation de masse de ces substances, facile à obtenir par la ba-nce, donne la masse de la vapeur d'eau contenue dans la quan-ıé d'air qui a traversé les tubes desséchants. Cette méthode ourtant n'a été employée pour la première fois qu'en 1841 par · C. Brunner professeur de chimie à Berne.

On réalise l'expérience à l'aide de l'appareil représenté par la figure 242. Un ou deux tubes A et A', renfermant des matières

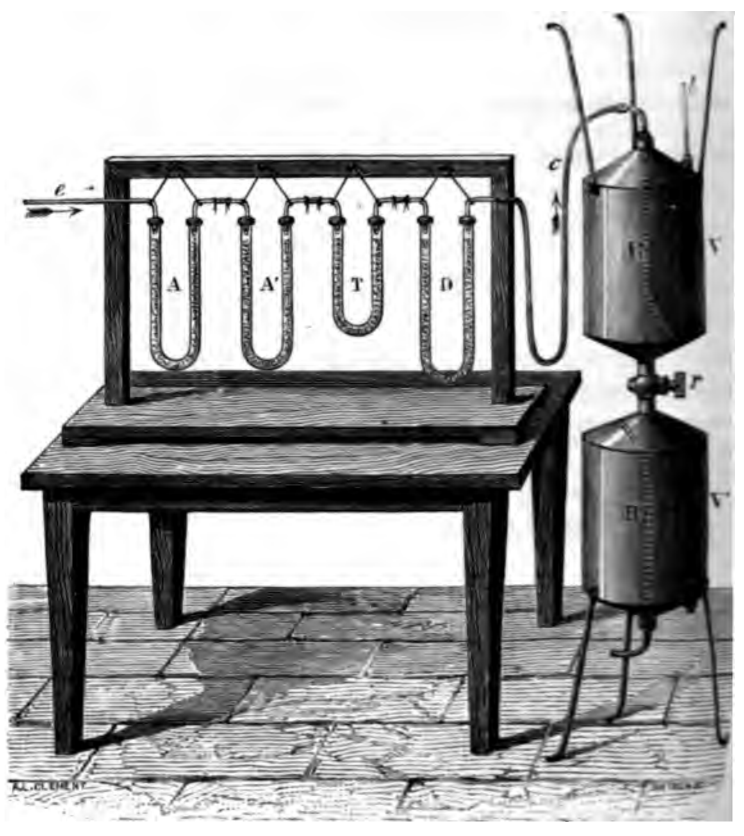
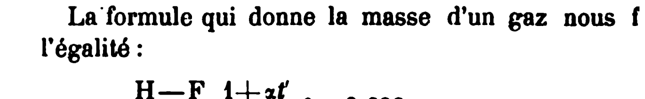



FIG. 242.

desséchantes, généralement de la ponce sulfurique, sont parcourus par un courant d'air, puisé par le tube *e*. Le mouvement de l'air est obtenu à l'aide de l'aspirateur V. Celui-ci est un vase qui au début de l'expérience doit être rempli d'eau; ce liquide s'écoule par un robinet *r*, dans un second vase semblable V', et l'air qui a traversé la série de tubes desséchants en prend

La formule qui donne la masse d'un gaz nous f
l'égalité :



$$p = 0{,}001\,293 \frac{v \frac{H - F}{H - f} \cdot \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} f \times 0{,}622}{76\,(1 + \alpha t')} = 0{,}001\,293 \times 0{,}622;$$

d'où l'on tire, la valeur de $f$. On voit qu'il n'est |
connaître la température $t'$ de l'air ambiant; la te
de l'aspirateur est seule nécessaire.

Le seul inconvénient de l'hygromètre chimique est
de l'expérience qu'il faut faire pour avoir une masse |
mesurable par la balance. Pendant sa durée, l'état hy
de l'air peut varier, et l'on n'obtient ainsi qu'une m

**4. HYGROMÈTRES A CONDENSATION.** — Quand une p
d'une grande masse d'air humide se refroidit, il n'en
cun changement dans la force élastique totale du m
zeux, ni dans le rapport des forces élastiques propr
des gaz (c'est-à-dire dans la composition du mélange)
tant qu'il n'y a pas condensation de l'un d'eux; aussi
doit-il conserver, malgré son refroidissement, la m
élastique.

Or, supposons qu'on abaisse graduellement la t
d'une surface solide au milieu d'une atmosphère n
de vapeur d'eau, et dans laquelle celle-ci possède
élastique $f$. Les couches d'air qui avoisinent cette

ique maxima correspondant à la température de la sur- l'eau reste à l'état gazeux ; mais au moment où la tem- ture de cette surface solide atteint la valeur $t$ pour elle $f$ est égale à la force élastique maxima de la vapeur , les couches d'air qui baignent cette surface se trouvent ées d'humidité ; par conséquent, pour peu que la tempé- e de la surface solide s'abaisse au-dessous de $t$, la ur se condense en partie sous forme de fines gouttelettes osée, qui se déposent sur la surface solide et en ternissent t. Si l'on prend au moment où la rosée apparaît la tempé- e de cette surface, on obtient une température $t'$ voisine de $t$, un peu inférieure.

issons maintenant la surface se réchauffer lentement ; dès sa température aura dépassé $t$, les fines gouttelettes d'eau ouvant en présence de couches d'air qui ne sont plus satu- s'évaporent. Par conséquent, si l'on prend la tempéra- $t''$ de la surface au moment où la rosée disparaît, on a un re très voisin de $t$ et qui lui est un peu supérieur. Cette érature $t$ pour laquelle la force élastique propre à la vapeur dans l'air est saturante, et qu'on appelle *le point de rosée*, onc comprise entre les valeurs $t''$ ; si celles-ci sont très rappro- s, on peut prendre l'une ou e, ou leur moyenne pour la érature $t$. Il suffit alors de lter les tables donnant la force que maxima de la vapeur d'eau, prendre le nombre $f$ corres- nt à la température $t$, pour la force élastique propre à la r d'eau dans l'air ambiant.



Fig. 213.

est le principe des hygromè- à condensation. Le premier fut né par Le Roy ([1]), médecin de ellier, vers 1751. Il se compo- fig. 213) d'un vase de verre mince à surface extérieure

([1]) harles Le Roy, né à Paris en 1726, mort en 1779, fut professeur de ne médicale à Montpellier.

bien sèche, contenant de l'eau qu'on refroidissait en y introdu sant de petits fragments de glace; un thermomètre T serv d'agitateur et donnait la température de cette eau, qui était se siblement celle de la surface extérieure du vase. On observait dépôt de rosée sur la surface du verre.

Cet instrument primitif avait le défaut de placer de l'eau milieu de la masse d'air étudiée, et, par là, d'élever un peu s état hygrométrique; celui-ci se trouvait aussi modifié par présence de l'opérateur, placé nécessairement près du vase verre.

L'hygromètre que le physicien anglais Daniell a imaginé 1820 (fig. 244) très élégant en princi est inférieur même au précédent d l'application (1).

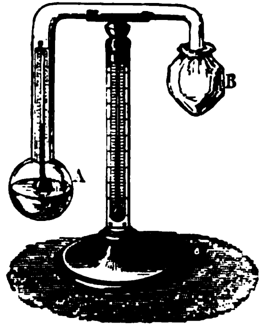


Fig. 244.

Aussi nous bornerons-nous à décr ici l'hygromètre de Regnault, granc ment perfectionné par M. Alluard, qui porte le nom de ce dernier sava ainsi que l'hygromètre de M. Crova.

L'hygromètre de M. Alluard se co pose (fig. 245) d'une boîte en lait mince ayant la forme d'un parallélip pède; une de ses faces S est dor bien polie, et est entourée par un ca S', doré et poli aussi, qui en est séparé par un faible interval

(1) Cet instrument se compose de deux boules de verre A et B réunies un tube; elles renferment de l'éther, et l'air a été chassé du reste de l'ap reil qui ne contient que de la vapeur d'éther. Un thermomètre plonge d le liquide de la boule A.

Pour se servir de l'appareil, on verse de l'éther sur une mousseline entoure la boule B. La vaporisation du liquide refroidit cette boule, et, vertu du principe de Watt, l'éther de la boule A distille dans la boule qui est plus froide. La boule A se refroidit à son tour, puisque l'éther qu'i renferme se vaporise, et l'on voit bientôt apparaître un dépôt de rosée sa surface extérieure. On prend alors l'indication du thermomètre placé d la boule A.

Cet instrument présente de nombreux défauts. L'éther de A n'étant agité, se refroidit par sa surface seulement; sa température n'est pas u forme, et le thermomètre ne fournit qu'une moyenne. En outre, le verre A conduisant mal la chaleur, on ne peut prendre la température de l'éth

.e renferme de l'éther, dans lequel plonge un tube R' T' ame-
e l'air qui barbote à travers le liquide volatil et en déter-
évaporation. Cet air char-
apeur sort par un tube T R
gé par un tuyau de caout-
ixé en R sur le tube, et se
ıns un aspirateur qui pro-
le courant d'air. Par suite
ıporation de l'éther la sur-
rée se refroidit, et la rosée
it. On la fait disparaître en
ıt le courant d'air; l'aspi-
est placé pour cela sous
ı de l'opérateur. Du reste,
e pas modifier l'état hy-
trique de l'air, celui-ci ob-
de loin l'appareil à l'aide
ınette. Elle lui permet de
surface S et les divisions
ıermomètre plongé dans
, qui indique la tempéra-
cette surface. Dès que la
se produit, la surface S
ıne teinte mate qui tranche
ıoli du cadre qui l'entoure,
, si l'on a eu soin de pla-
ıppareil à contre-jour;

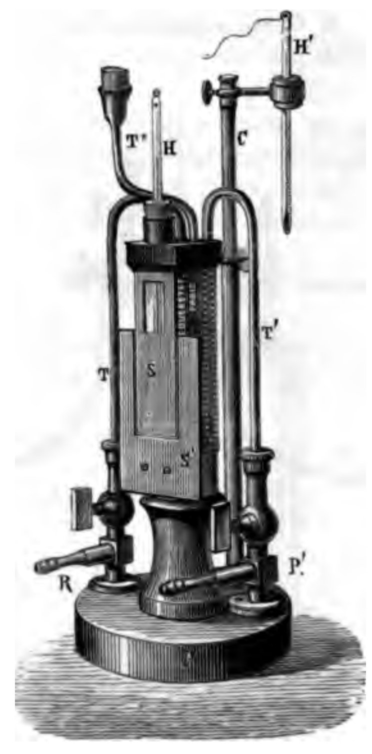


FIG. 245

vateur saisit ainsi avec la plus grande facilité le point où
e apparaît, et celui où elle disparaît. Avec un peu d'habi-
ın arrive à ne pas faire différer de plus de 0°,1 les deux
atures $t'$ et $t''$ entre lesquelles $t$ se trouve compris.
gromètre de M. Alluard est excellent quand l'air est au
mais on conçoit qu'il ne puisse donner de bons résultats
il est exposé au vent, les couches d'air se déplaçant trop

le de la couche d'air qui touche la boule A. Enfin l'état hygromé-
e l'air est faussé, non seulement par la présence de l'observateur,
ısi par l'éther, car ce liquide n'est jamais exempt d'eau et quand on
sur la mousseline, il enrichit l'air en vapeur d'eau.

vite pour prendre la température de la surface métallique refr die sur laquelle elles glissent.

M. Crova a modifié ainsi qu'il suit l'hygromètre à condensat pour pouvoir opérer en plein air, même quand il y a du ve

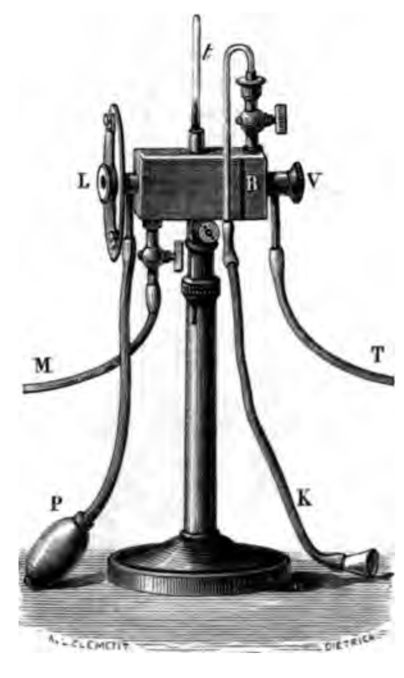



FIG. 246.

L'instrument (fig. 246) compose d'un tube en lai mince nickelé et bien intérieurement. Ce tube fermé en avant par un ve dépoli placé en V et l'autre extrémité par lentille à long foyer L, permet de voir nettem l'intérieur du tube. Si l met l'œil devant la loupe, voit, par réflexion, sur parois intérieures du tub l'image du verre dépoli so forme d'une surface ann laire qui l'entoure. C'est l'intérieur de ce tube qu' fait passer très lenteme l'air dont on veut étudi l'état hygrométrique. Cet a est puisé dans l'atmosphè par un tube de plomb T pl ou moins long, et est aspi au moyen d'une poire caoutchouc à soupapes P.

Le tube est contenu à l'intérieur d'une boite en laiton B, ren fermant du sulfure de carbone qu'on refroidit en déterminant so évaporation par un courant d'air insufflé par le tube K et qui so par le tube M.

Dès que le tube est suffisamment froid, on voit apparaître su sa paroi interne des taches sombres indiquant le dépôt d rosée. En arrêtant alors le courant d'air, ces taches pâlisse et, au bout d'un instant, s'évanouissent nettement.

Un thermomètre *t* plongé dans le sulfure de carbone donne l

température au moment où apparaît le dépôt de rosée et au moment où il disparaît.

Cet instrument résume les derniers perfectionnements apportés à l'hygromètre à condensation.

**5. PSYCHROMÈTRE.** — Le psychromètre (1) dont Leslie (2) dès 1790, et Gay-Lussac vers 1822 ont eu l'idée, a été étudié par plusieurs savants et, en particulier, par Regnault (1845); c'est le docteur August de Berlin, qui, vers 1825, lui a donné la forme qu'il possède aujourd'hui.

Cet instrument (fig. 217) se compose de deux thermomètres sensibles, dont l'un T' a son réservoir enveloppé d'une mousseline, qu'on humecte d'eau; l'autre T a son réservoir nu, et donne la température de l'air.

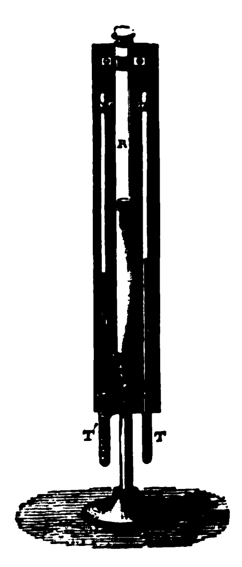


FIG. 217.

Le thermomètre mouillé indique une température plus basse que le thermomètre sec, à cause du froid produit par l'évaporation de l'eau. Or, ce froid est d'autant plus intense que la vaporisation de l'eau est plus active et, par conséquent, que l'air est plus sec. Une lecture des indications des deux thermomètres et une lecture de la hauteur barométrique permettent d'obtenir l'état hygrométrique de l'air, comme nous allons le montrer. Aussi, cet instrument qui, par de simples observations, et sans nécessiter aucune expérience, fait connaître le degré de l'humidité de l'air, est-il l'appareil hygrométrique le plus employé par les météorologistes.

Quand l'indication du thermomètre mouillé est devenue stationnaire, la quantité de chaleur Q qu'il perd par unité de temps, à cause de l'évaporation de l'eau, est égale à la quantité de

(1) De ψυχρός, *froid* et de μέτρον, *mesure*.

(2) John Leslie, physicien écossais, né en 1766 à Largo (Fife), mort en 1832. Son Mémoire sur l'hygrométrie a paru vers 1810.

chaleur qu'il reçoit dans le même temps par le rayonnement des corps voisins ou par l'air qui l'entoure. Or cette dernière quantité est proportionnelle, comme nous l'établirons plus loin — 1° à la surface S du réservoir, — 2° à la différence entre la température $t$ du thermomètre mouillé et la température T de l'air ambiant donné par le thermomètre sec, tant que cette différence $T - t$ est faible. On peut donc écrire sous cette réserve :

(1) $$Q = BS(T - t)$$

B étant une quantité constante si la nature de la surface du thermomètre ne varie pas. D'autre part la quantité Q est évidemment proportionnelle à la masse d'eau $v$ qui s'évapore dans l'unité de temps :

(2) $$Q = Cv$$

C étant une autre constante. Or, nous avons vu (Chap. VII, § 7) que, en désignant par F la force élastique maxima de la vapeur d'eau *à la température t du thermomètre mouillé*, par $f$ la force élastique propre à la vapeur d'eau dans l'air, par H la force élastique de celui-ci, et par K une constante, la vitesse d'évaporation $v$ peut être exprimée par la relation :

(3) $$v = KS\frac{F - f}{H}$$ d'où : (4) $$Q = CKS\frac{F - f}{H}$$

(en admettant, comme on le faisait avant les travaux de M. Laval, que cette vitesse varie en raison inverse de H, et non en raison inverse de $H^n$).

En égalant les expressions de Q fournies par (1) et par (4), on a :

$$BS(T - t) = CKS\frac{F - f}{H}$$

et, en remplaçant la quantité constante $\frac{B}{CK}$ par A, on en tire :

(5) $$f = F - AH(T - t)$$

La mesure de T et de $t$, qui fait connaître F, et celle de H, permettent de tirer de cette égalité la valeur de $f$, si la constante A a été déterminée.

Or, cette constante se détermine par les indications T et $t$ fournies par le psychromètre dans un air d'état hygrométrique connu au moyen de l'hygromètre chimique, ou mieux, d'un hygromètre à condensation.

Nous devons maintenant nous poser les questions suivantes :

La quantité A est-elle la même pour tous les psychromètres? Est-elle indépendante des circonstances dans lesquelles se trouve placé l'instrument?

L'expérience montre que la constante A ne dépend pas de la forme de l'instrument, ce qui se conçoit puisque les quantités B, C et K qui entrent dans l'expression de A, en sont à peu près indépendantes.

Pour la seconde question, les expériences de Regnault et d'autres physiciens ont montré que A dépend — 1° du milieu où se trouve placé le psychromètre, — 2° de la vitesse du vent qui le frappe. Ces deux derniers résultats pouvaient se prévoir; car, d'une part, la quantité B dépend de la nature des corps voisins qui rayonnent sur les deux thermomètres; d'un autre côté la quantité K augmente, comme nous le savons, avec la vitesse du vent. Aussi trouve-t-on que A diminue quand la rapidité du courant d'air s'accroît.

Du reste les travaux de M. Doyère (1855) et ceux, plus récents, de M. Macé de Lépinay (1881), ont montré que si la vitesse du courant d'air devient un peu grande la quantité A prend une valeur constante, indépendante de la vitesse de ce courant d'air et du milieu (chambre close ou ouverte, plein air, etc.) où l'instrument est placé (1).

Ces deux auteurs conseillent l'emploi du *psychromètre-fronde*, qui consiste à faire tourner rapidement chacun des deux thermomètres à l'extrémité d'une corde, avant de consulter leurs

(1) Ceci montre, en particulier, que la quantité K qui entre dans la formule de Dalton relative à l'évaporation devient indépendante de la vitesse du courant d'air dès que celle-ci est un peu grande.

indications. Le réservoir frappant l'air avec vitesse, l'indication thermomètre sec donne exactement la température de l'air, celui du thermomètre mouillé ne dépend pas non plus du rayonnement des corps voisins.

Avec le psychromètre-fronde la valeur de la constante A 0,00069 et la formule qui donne la valeur $f$ devient :

$$f = F - 0{,}00069\, H\, (T - t) \quad (6)$$

Pourtant cette formule ne donne pas de bons résultats dans un air très sec, la différence $T - t$ devenant trop grande pour qu'on puisse admettre la formule (1), la quantité B et par suite la quantité A de la formule (5) dépendent alors de la valeur $T - t$ (1).

6. **HYGROMÈTRES D'ABSORPTION.** — Un grand nombre de substances organiques éprouvent de petites variations dans leurs dimensions, suivant le degré d'humidité de l'air. Ces substances se gonflent d'eau par les temps humides, et généralement s'allongent ; elles perdent en partie cette eau par les temps secs, et

(1) Dans les observatoires météorologiques français, les psychromètres sont placés en plein air, à l'abri d'un double toit pour les protéger du rayonnement du ciel. Ils sont immobiles, et on ne produit aucun courant d'air artificiel à la surface des thermomètres, comme on le fait pour les psychromètres du réseau météorologique italien. Dans ces conditions, M. Angot a reconnu par de nombreuses comparaisons des données du psychromètre et de celles de l'hygromètre de M. Alluard, que la quantité A de la formule (5) ne pouvait être considérée comme indépendante de $(T - t)$ et de H quand l'air est très sec ou que la force élastique H s'écarte notablement de la pression de 76 centimètres de mercure. M. Angôt a proposé alors les deux formules empiriques suivantes, qui donnent de bons résultats dans toutes les circonstances de température, de force élastique et d'état hygrométrique.

1° pour les températures $t$ supérieures à 0°

$$f = F\,[1 - 0{,}0159\,(T - t)] - 0{,}000776\, H\, (T - t)[1 - 0{,}0361\,(T - t)]$$

2° pour les températures $t$ inférieures à 0° (quand la mousseline mouillée est couverte de glace).

$$f = F\,[1 - 0{,}059\,(T - t)] - 0{,}000682\, H\, (T - t)[1 - 0{,}0411\,(T - t)]$$

se raccourcissent; ainsi les peaux des tambours se détendent par l'humidité, d'où résulte un son plus grave.

Sanctorius ([1]) paraît le premier avoir utilisé cette propriété pour se renseigner sur l'humidité de l'air : il se servait d'une corde de chanvre fixée par ses extrémités dans une position à peu près horizontale, et portant un poids vers son milieu. Le poids était plus ou moins haut suivant que l'air était plus ou moins humide, les cordes tordues se détordant et se raccourcissant par l'humidité.

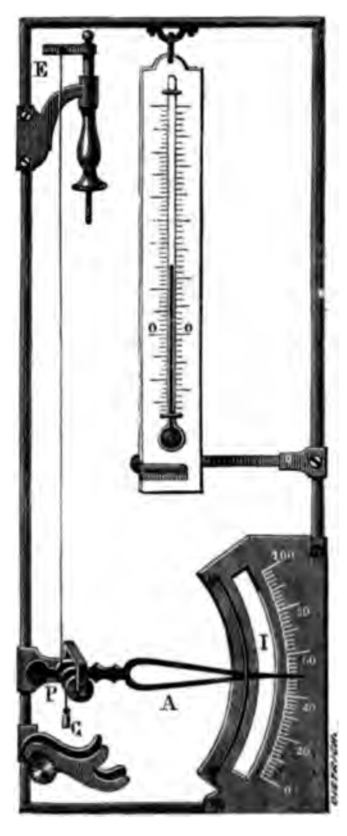


FIG. 248.

Le plus parfait des nombreux instruments qui reposent sur ce principe est l'hygromètre à cheveu imaginé par de Saussure ([2]) vers 1781.

Il se compose d'un cheveu, convenablement dégraissé ([3]), fixé à l'une de ses extrémités E (fig. 248) et enroulé à l'autre extrémité sur la gorge d'une poulie P. Celle-ci porte une seconde gorge sur laquelle s'enroule dans le même sens un fil terminé par un contrepoids C (0,2 gr. environ) pour tendre le cheveu.

(1) Sanctorius, médecin italien, né en 1561 à Capo d'Istria, est mort à Venise en 1636.

(2) Horace Bénédict de Saussure né à Genève en 1740, est mort en 1799.

(3) De Saussure recommande de prendre des cheveux d'un pied de long environ sur une tête vivante et saine. Pour les débarrasser des corps gras qui les imprègnent, et qui s'opposeraient à l'absorption de l'humidité, il les

La poulie porte une aiguille A dont la pointe s'avance sur un cadran I. Quand l'air est humide, le cheveu s'allonge, et la pointe de l'aiguille se relève ; quand l'air est sec, le cheveu se raccourcit, et, la poulie tournant en sens inverse, l'aiguille s'abaisse.

De Saussure graduait son instrument de la manière suivante. Il le plaçait d'abord sous une cloche dont l'air avait été desséché en y introduisant une plaque de tôle couverte de carbonate de potasse fondu. Au point où l'aiguille s'arrêtait, il marquait 0° : c'était le degré de sécheresse extrême. Puis il plaçait l'hygromètre sous une cloche reposant sur un plat rempli d'eau. L'air se saturait de vapeur, et l'aiguille marchait en sens inverse ; il marquait 100° au point où elle s'arrêtait : c'était le degré d'humidité extrême. Il partageait alors l'intervalle compris entre le point 0° et le point 100° en cent parties égales, qui constituaient les degrés de l'hygromètre.

Le physicien genevois prenait comme mesure de l'humidité de l'air, le degré où s'arrêtait l'aiguille de l'hygromètre.

Y a-t-il proportionnalité entre les indications de cet instrument et l'état hygrométrique de l'air qui l'entoure ? De Saussure ne le croyait pas, et l'expérience prouve qu'il est loin d'en être ainsi.

Mais au moins les divers hygromètres à cheveux sont-ils comparables entre eux ?

Les expériences de Regnault ont établi qu'il n'en est malheureusement pas ainsi. Ce physicien a comparé un grand nombre d'hygromètres les uns aussi identiques que possible par leur construction, d'autres différents soit par la nature du cheveu soit par la préparation qu'il avait subi pour le dégraisser. Ces instruments donnèrent, pour le même état hygrométrique des indications différentes. Ainsi pour un état hygrométrique égal à 0,189 trois instruments donnèrent les indications 35°,5, 36°,3 et 40°,0 [1].

maintenait pendant une demi-heure environ dans une dissolution étendue de carbonate de soude à l'ébullition.

(1) Pour faire ces comparaisons, Regnault plaçait les hygromètres dans un vase en verre (fig. 249), pouvant être fermé par un disque usé à l'emeri ainsi que les bords du vase. Au fond de celui-ci il mettait des dissolutions ti-

Un hygromètre à cheveu ne reste même pas comparable à lui-même, et ses indications changent avec le temps; aussi une table qu'on aurait dressée pour donner l'état hygrométrique d'après le nombre de degrés que marque l'aiguille (voir la note 1) doit-elle être contrôlée de temps à autre.

On voit qu'à aucun titre, cet instrument si commode ne saurait servir dans les recherches précises; aussi son usage est-il presque complètement abandonné aujourd'hui.

trées d'acide sulfurique et d'eau de composition bien connue ($SO^3$, 2HO ou $SO^3$,3HO,.. ou $SO^3$,10HO). Comme nous l'avons vu, de pareilles dissolutions donnent de la vapeur d'eau pure; mais l'évaporation cesse pour une force élastique de la vapeur $f$ inférieure à la force élastique maxima F qu'émettrait l'eau pure à la même température, et d'autant plus faible que le liquide est plus riche en acide sulfurique. Regnault avait mesuré à l'avance la force élastique $f$ en introduisant chacune de ces dissolutions dans l'appareil de Dalton modifié, qui lui avait servi à étudier les forces élastiques maxima des vapeurs aux températures ordinaires (Ces valeurs de $f$ sont reproduites dans le Mémoire de Regnault, elles sont donc bien connues maintenant).

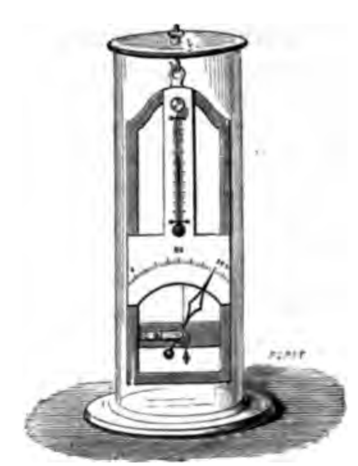


Fig. 249.

Le vase renfermait ainsi de l'air dont l'état hygrométrique $\frac{f}{F}$ était parfaitement déterminé.

On voit qu'en employant successivement des dissolutions donnant dans l'air du vase des états hygrométriques connus et qui croissent par degrés assez rapprochés, on peut dresser une table des indications de l'instrument pour chaque état hygrométrique. Une pareille table avait été construite autrefois par Gay-Lussac, en suivant exactement ce procédé, sauf qu'il s'était servi de dissolutions salines.

# CHAPITRE XII

## CALORIMETRIE — CHALEURS SPÉCIFIQUES

**1. QUANTITÉ DE CHALEUR — BUT DE LA CALORIMÉTRIE.** — Si l'on fait brûler quelques grammes de charbon de façon que toute la chaleur produite se transmette à une masse d'eau, on constatera que celle-ci s'échauffe d'un certain nombre de degrés. Suivant la quantité de charbon brûlé, l'échauffement de l'eau sera plus ou moins grand, et nous dirons qu'il s'est produit plus ou moins de *chaleur*.

La chaleur est donc une grandeur mesurable, et nous pourrions, dans ce cas, évaluer la chaleur produite, soit par la masse de charbon brûlé, soit par le nombre de degrés dont s'est élevée la masse d'eau déterminée qui a pris cette quantité de chaleur, soit encore par la valeur de la masse d'eau dont elle peut élever de 1° la température.

La *calorimétrie* a pour objet la mesure des quantités de chaleur.

Si la chaleur dégagée par 1 gr. de charbon qui brûle est employée uniquement à chauffer 1 kilogramme d'eau, elle élèvera de 8° sa température. Si la même quantité de chaleur est employée à chauffer 1 kilogramme de mercure, elle en élèvera la température de 240°. Ainsi les diverses substances à masses égales exigent des quantités de chaleurs différentes pour s'élever d'un même nombre de degrés. Nous étudierons d'abord, sous le nom de *chaleurs spécifiques*, quelles sont les quantités de chaleur requises par les divers corps pour être portés d'une température à une autre.

Un grand nombre de phénomènes créent ou détruisent de la chaleur; tels sont les changements d'état (fusion, vaporisation, condensation, solidification), les transformations isomériques ou allotropiques; et les combinaisons chimiques, les actions mécaniques, les décharges ou les courants électriques, etc. Ces divers phénomènes calorifiques forment autant de sujets dont la calorimétrie fait l'étude.

D'après la définition même de la chaleur, une masse déterminée d'un corps qui, après avoir subi des transformations quelconques, revient aux mêmes conditions chimiques et physiques (d'état, de température, de pression, etc.) est ramenée à posséder la même quantité de chaleur.

**2. CALORIE.** — On a adopté comme unité de quantité de chaleur celle qui est nécessaire pour porter de 0° à 1° la température d'un gramme d'eau, ou, ce qui revient au même, celle qui est abandonnée par un gramme d'eau en se refroidissant de 1° à 0°; cette unité s'appelle la *calorie* (1).

Du reste pour élever un gramme d'eau de 1° à partir d'une température quelconque il faut toujours à très peu près la même quantité de chaleur, c'est-à-dire une calorie. On peut s'en convaincre par l'expérience suivante.

On prend deux masses d'eau égales, l'une froide à $t°$, l'autre chaude à T°, et on les mêle ensemble; si l'on évite toute perte de chaleur par rayonnement ou par conductibilité, en employant les procédés décrits plus loin, on constate qu'on obtient un mélange à une température $\frac{t+T}{2}$ moyenne des températures initiale $t°$ et finale T°.

Or, la masse chaude a cédé une certaine quantité de chaleur $q$, sa température s'abaissant de T à $\frac{T+t}{2}$, c'est-à-dire s'abaissant

(1) On désigne souvent aussi sous le nom de *calorie* une unité mille fois plus grande, celle qui est nécessaire pour élever de 0° à 1° un kilogramme d'eau. Pour éviter toute confusion nous appellerons cette dernière unité la *grande calorie*.

de $\frac{T-t}{2}$ degrés; cette quantité de chaleur $q$ a servi à chauffer la masse froide, et, comme elle s'est élevée de $t$ à $\frac{T+t}{2}$ degrés elle s'est échauffée d'un nombre de degré $\frac{T-t}{2}$ juste égal à celui dont s'est refroidie la masse chaude : ainsi l'eau pour s'élever de $\frac{T-t}{2}$ degré à partir de $t^\circ$ degrés, ou à partir de $\frac{T+t}{2}$ degrés, exige la même quantité de chaleur.

Il résulte de là, que pour s'élever de $t$ à $t'$ degré un gramme d'eau exige $t'-t$ calories; or, comme $p$ grammes d'eau en exige évidemment $p$ fois plus, la quantité $q$ de chaleur nécessaire pour élever de $t'-t$ degrés une masse d'eau de $p$ grammes est donnée par :

$$q = p\,(t'-t)$$

3. **Chaleur spécifique.** — Désignons par Q la quantité de chaleur nécessaire pour porter un gramme d'une substance de 0° à $t^\circ$; cette quantité Q est une fonction de la température $t$.

L'expérience prouve que, pour la plupart des substances la fonction Q est à peu près proportionnelle à la température $t$ fournie par le thermomètre à air.

En d'autres termes, $q$ étant le nombre de calories nécessaire pour porter un gramme de la substance considérée de la température $t$ à la température $t'$, le quotient $\frac{q}{t'-t}$ est à peu près constant; on appelle ce quotient *la chaleur spécifique du corps*. Si nous désignons cette quantité par $c$ on a donc :

$$c = \frac{q}{t'-t}$$

Si $t'-t=1$, on a $c=q$: *la chaleur spécifique d'une substance est le nombre de calories nécessaire pour élever d'un degré*

*un gramme de cette substance.* D'après cette définition, la chaleur spécifique de l'eau est 1.

Pourtant, comme le rapport $\frac{q}{t'-t}$ n'est pas absolument indépendant de $t$ et de $t'$, il convient, pour être rigoureux, de désigner ce rapport sous le nom de *chaleur spécifique moyenne entre t et t'* ; et nous appellerons *chaleur spécifique vraie* (C) *à* $t°$ la limite de la valeur spécifique moyenne quand la température $t'$ tend vers la température $t$ :

$$C = \lim. \frac{q}{t'-t}$$

Comme on le voit, la chaleur spécifique vraie est la dérivée de la fonction Q par rapport à la température :

$$C = Q'_t$$

Des trois grandeurs Q, $c$ et C dont nous venons de donner la définition, la chaleur spécifique moyenne $c$ est la seule que les expériences puissent déterminer directement. Les valeurs trouvées pour celle-ci entre des températures différentes permettent d'obtenir une fonction empirique de $t$ représentant la quantité Q. Enfin, le calcul fournit la valeur de la chaleur spécifique vraie, qu'on doit employer, et qu'on doit considérer comme une constante, dans le cas d'une faible variation de température.

4. **CAPACITÉ CALORIFIQUE.** — Dans le cas d'un corps homogène nous appellerons *capacité calorifique a* le produit de la chaleur spécifique $c$ du corps par sa masse $p$.

$$a = pc \qquad (1)$$

Dans le cas où le corps est hétérogène, et est formé de substances homogènes différentes, ayant respectivement des masses

$p', p'', p'''$, etc., et des chaleurs spécifiques $c'$, $c''$, $c'''$, etc., la capacité calorifique $a$ du corps est définie par la relation :

$$(2) \qquad a = p'c' + p''c'' + p'''c''' + \cdots = \sum pc \text{ [1]}$$

Suivant que les quantités $c, c', c'', c'''$... représentent les chaleurs spécifiques moyennes ou vraies dans ces formules, $a$ représente la capacité calorifique *moyenne* ou *vraie*.

Voyons maintenant l'utilité de ces définitions.

Puisqu'il faut $c(t'-t)$ calories pour élever un gramme d'un corps homogène de la température $t$ à la température $t'$, il faut évidemment $pc(t'-t)$ calories pour élever $p$ grammes de corps de $t$ à $t'$ ; d'où, en désignant par $q$ ce nombre calories, la relation :

$$(3) \qquad q = pc(t'-t)$$

ou en vertu de la relation (1) :

$$(4) \qquad q = a(t'-t)$$

Cette dernière égalité convient évidemment encore dans le cas

(1) L'expression de *capacité calorifique* a été employée par beaucoup de physiciens comme exactement synonyme de *chaleur spécifique* : ce qui fait deux expressions différentes pour désigner une même grandeur. D'autre part, la quantité $\sum pc$ a reçu de Regnault le nom un peu bizarre de *corps converti en eau*, parce que $\sum pc$ représente précisément la masse d'eau qui exigerait le même nombre de calories que le corps pour s'élever du même nombre de degrés.

Il nous a paru préférable, comme le font un certain nombre de physiciens, de donner à cette grandeur $\left(\sum pc\right)$ le nom très juste de *capacité calorifique*, ne fut-ce que par analogie avec ce qu'on appelle *capacité électrique*. La chaleur spécifique est ainsi la capacité calorifique de l'unité de masse d'un corps homogène.

d'un corps hétérogène, la capacité calorifique $a$ étant définie par la relation (2).

Si dans la formule (4) on fait $t-t'=1$, on a $a=q$ : *la capacité calorifique est le nombre de calories nécessaires pour élever d'un degré la température d'un corps* homogène ou hétérogène.

Nous allons exposer maintenant les méthodes qui ont été le plus employées pour déterminer les chaleurs spécifiques.

5. **MÉTHODE DU PUITS DE GLACE.** — Imaginée par le physicien suédois Wilcke vers 1781. Cette méthode a été employée et perfectionnée par Black [1]. Voici le procédé expérimental employé par ce physicien.

Dans un bloc de glace pure bien exempt de bulles, on creuse une cavité (fig. 250) qu'on peut recouvrir d'un couvercle formé par un morceau de glace, s'appliquant exactement sur la partie supérieure aplanie du bloc.

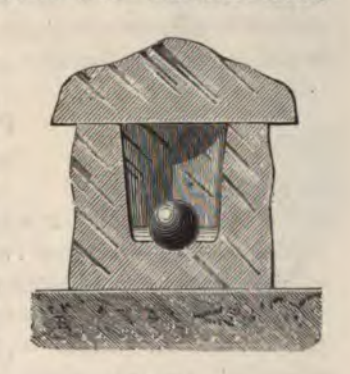


FIG. 250.

Après avoir bien essuyé la cavité, on y introduit le corps solide ou liquide dont la masse P a été déterminée par la balance, et qui est porté à une température connue T [2], notablement supérieure à 0°; on couvre ensuite le puits de glace avec son couvercle. Le corps se refroidit jusqu'à 0°, et la chaleur qu'il abandonne fait fondre la glace. Ramené à 0° le corps a perdu une quantité de chaleur $q$ égale à P$c$T, en désignant par $c$ sa chaleur spécifique moyenne entre 0° et T°; cette quantité de chaleur $q$ a été détruite par la fusion d'une masse $p$ grammes de

(1) Joseph Black, professeur à Glascow et ensuite à Edimbourg, né à Bordeaux en 1728, mort en 1799.

(2) Nous indiquons plus loin (§ 9) comment on échauffe un corps à une température bien connue, et comment on peut l'introduire dans l'appareil calorimétrique sans le refroidir.



ce qui donne :

$$c = \frac{p\lambda}{PT}$$

Or la masse $p$ de glace fondue est donnée en recue
provenant de sa fusion, et en la pesant.

Quant à la constante $\lambda$, on peut la déterminer en
le puits une masse connue de $P'$ grammes d'eau à
comme la chaleur spécifique de l'eau est 1, on a, c
la masse de glace fondue :

$$P'T' = p'\lambda$$

ce qui fait connaître $\lambda$.

Par cette méthode, on a l'avantage de ne pas av
perdue au dehors pendant l'expérience : il n'y a auc
à faire. Si le bloc de glace a été maintenu longten
de glace fondante, pour que les couches internes n'
température inférieure à 0°, la méthode est irrépr
elle n'est pas très commode, aussi est-elle bien
aujourd'hui.

**6. CALORIMÈTRE A GLACE DE M. BUNSEN. —** La
M. Bunsen a fait connaître vers 1870 est une heure
tion de celle du puits de glace : au lieu de peser

glace fondue, on la détermine par la diminution de volume qu'éprouve l'eau en passant de l'état solide à l'état liquide.

L'appareil consiste en un réservoir A (fig. 251), renfermant à sa partie supérieure de l'eau très pure et bien exempte de gaz, et à sa partie inférieure du mercure. Celui-ci s'élève dans un tube B communiquant avec A et terminé par une douille en fer K par laquelle l'instrument est soutenu. Le tube B est fermé par un bouchon de liège L, traversé par une tige creusée d'un canal cylindrique très fin ; celle-ci se recourbe à angle droit, et la branche horizontale CD présente une graduation en parties d'égale capacité.

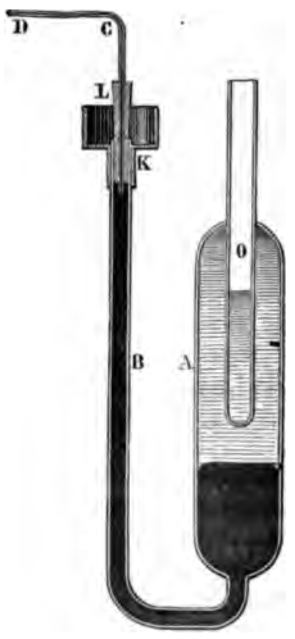


Fig. 251.

En enfonçant le bouchon L une colonne de mercure pénètre dans le canal de la tige CD.

Un tube O, pouvant être bouché pendant l'expérience, et dont les parois sont soudées à celles du réservoir A, forme une cavité à l'intérieur de ce réservoir. C'est dans cette cavité O que seront placés les corps dont on veut déterminer la chaleur spécifique.

On commence, avant de se servir de l'appareil, par faire congeler autour du tube O une certaine quantité de l'eau du vase A. Pour cela, on fait passer dans ce tube O un courant d'alcool qui a été amené à une basse température par un mélange réfrigérant. L'eau est d'abord lente à se congeler, par suite du phénomène de la surfusion, mais dès qu'un peu de glace s'est formée, la congélation se produit rapidement ; du reste il ne faut solidifier qu'une partie de l'eau du vase. A mesure que la glace se forme, une petite quantité de mercnre est refoulée dans le tube CD et la colonne mercurielle s'avance. Cette opération ache-

vée, le tube O est vidé et nettoyé, puis on y verse une certaine quantité d'eau qui prend la température 0°.

Enfin, l'appareil, sauf le tube CD, est entouré de neige pour le soustraire aux causes de réchauffement extérieures ; ainsi disposé, il est prêt à servir.

Si l'on introduit alors dans la cavité O un corps de capacité calorifique $a$ et à une température déterminée T, ce corps se refroidit jusqu'à 0°, en perdant $q = a\mathrm{T}$ calories. Cette quantité de chaleur $q$ fait fondre une masse de glace proportionnelle : la colonne mercurielle rétrograde d'un nombre $n$ de divisions proportionnel à $q$. Si $k$ est le nombre de divisions dont la colonne rétrograde pour une calorie introduite au sein du mélange de glace et d'eau du vase A, on a :

$$n = qk = ka\mathrm{T}$$

ce qui fait connaître $a$, si la constante $k$ a été déterminée.

Or, pour déterminer cette constante, il suffit de mettre dans le tube O un corps de capacité calorifique $a'$ connu, par exemple une masse $\mathrm{P}_1$ d'eau ($a' = \mathrm{P}_1$)(1), après l'avoir porté à une tem-

(1) Pour déterminer exactement la constante que nous avons appelée $k$, M. Bunsen introduisait dans l'eau de la cavité O une ampoule de verre contenant une masse connue d'eau, lestée avec un fil de platine pour l'empêcher de surnager. On la faisait tomber dans le tube après l'avoir portée dans une étuve à une température T′ voisine de 100° et bien connue ; un peu de coton, placé au fond de la cavité O, et lesté par un fil de platine, amortissait le choc. Il fallait tenir compte du verre de l'ampoule et du platine qui la lestait. Pour cela M. Bunsen avait fait, au préalable, l'expérience suivante. Il avait introduit dans l'eau de la cavité O un morceau de platine pesant $p$ grammes porté à une température connue $t$. La colonne de mercure avait rétrogradé d'un certain nombre de divisions $m$ ; par conséquent, pour un gramme de platine porté à 1°, elle aurait rétrogradé de $\mu = \frac{m}{pt}$ divisions. M. Bunsen détermina de même le nombre de divisions $\mu'$ dont rétrograderait la colonne pour un gramme de verre qui aurait été porté à 1° avant d'être introduit dans la cavité O. Dès lors si le verre de l'ampoule contenant l'eau pesait P′ grammes, si le platine qui la lestait pesait P grammes, si enfin la température de l'ampoule était T′ au moment de l'introduction, on voit que le verre et le platine seuls auraient fait rétrograder la colonne

pérature déterminée T′ ; la colonne de mercure rétrograde d'un certain nombre $n'$ de divisions, et l'on a :

$$n' = ka'T'$$

ce qui fait connaître la constante $k$.

A chaque opération il ne fond qu'une très petite quantité du manchon de glace qui entoure la cavité O ; aussi peut-on faire un grand nombre de détermations sans être obligé de renouveler cette couche de glace. Avant chaque expérience, on amène la colonne mercurielle au point voulu, en enfonçant plus ou moins le bouchon.

Cet appareil fort commode offre une grande précision, et se prête à un grand nombre d'expériences calorimétriques.

**7. MÉTHODE DES MÉLANGES.** — La *méthode des mélanges* est la plus simple et la plus employée des méthodes calorimétriques. Elle a été imaginée à peu près simultanément par Black, vers 1763,

mercurielle de $(P\mu + P'\mu')T'$ divisions. Si donc, après avoir introduit l'ampoule contenant une masse $P_1$ d'eau, on observait que la colonne rétrogradait de N divisions, $N - (P\mu + P'\mu')T'$ représente le nombre $n'$ de divisions dont aurait rétrogradé cette colonne si a masse $P_1$ d'eau avait été introduite seule.

On voit que ce procédé de correction dispense de la connaissance préalable de la chaleur spécifique du verre et du platine.

Le plus souvent les corps dont M. Bunsen étudiait la chaleur spécifique étaient enfermés eux aussi dans une ampoule de verre lestée par du platine. Il en était toujours ainsi quand ces corps étaient attaquables par l'eau ou par l'air.

Ajoutons que, malgré l'enveloppe de neige entourant l'appareil, la colonne mercurielle avait, sous l'influence des causes perturbatrices, un mouvement très lent (2 à 3 divisions par heure), quand aucun corps chaud n'était introduit dans la cavité. Il suffisait d'observer pendant une heure avant l'expérience la marche de la colonne, et pendant une heure après, pour avoir le nombre de divisions $\alpha$ ou $\beta$ correspondant à 1 minute. Si $x$ était en minutes la durée de l'expérience, $\frac{(\alpha + \beta)}{2}$. $x$ était alors la quantité dont avait marché la colonne sous l'influence des causes perturbatrices, pendant ce temps.

et par Crawford ; elle a été depuis employée et perfectionnée par un très grand nombre de physiciens.

Dans un vase métallique à minces parois, appelé *calorimètre*, on place une masse $p$ connue d'eau, dont un thermomètre donne la température $\theta_0$. On plonge dans cette eau le corps dont on veut déterminer la chaleur spécifique $c$, après avoir mesuré sa masse P et l'avoir portée à une température connue T, le plus souvent, notablement supérieure à $\theta_0$. Le corps se refroidit, l'eau du calorimètre s'échauffe, et le mélange finit par prendre une température uniforme $\theta$ donnée par le thermomètre plongé dans l'eau. La chaleur perdue par le corps en se refroidissant de T° à $\theta$° est $Pc(T - \theta)$ ; la chaleur gagnée par l'eau en se réchauffant de $\theta_0$ à $\theta$° est $p(\theta - \theta_0)$ ; si toute la chaleur abandonnée par le corps a été prise par l'eau, on a l'égalité :

$$(1) \qquad Pc(T - \theta) = p(\theta - \theta_0)$$

qui fait connaître la valeur de $c$.

Parfois, au lieu d'échauffer le corps, on le refroidit à une basse température T avant de l'introduire dans le calorimètre ; la température finale $\theta$ de celui-ci est alors inférieure à la température initiale $\theta_0$ ; l'égalité (1) est applicable dans les deux cas.

Tel est le principe de la méthode des mélanges ; mais pour qu'elle fournisse des résultats exacts, quelques corrections sont nécessaires.

D'abord la chaleur abandonnée par le corps, dans le cas où il est introduit à une température supérieure à celle du calorimètre, a servi à échauffer, non seulement l'eau que renferme celui-ci, mais encore — 1° le métal dont est formé le calorimètre lui-même, — 2° le mercure du thermomètre, — 3° le verre de cet instrument. En désignant par $\pi$, $\pi'$ et $\pi''$ les masses de ces trois corps, par $\gamma$, $\gamma'$ et $\gamma''$ leurs chaleurs spécifiques respectives, la capacité calorifique du calorimètre, de l'eau qu'il renferme et du thermomètre est :

$$p + \pi\gamma + \pi'\gamma' + \pi''\gamma''$$

D'autre part, le corps dont on veut déterminer la chaleur spécifique est généralement contenu dans une enveloppe (fiole, si c'est un liquide, corbeille en fil de laiton, si c'est un solide); en appelant $\pi_1$ la masse de cette enveloppe et $\gamma_1$ sa chaleur spécifique, la capacité colorifique du corps et de son enveloppe est :

$$Pc + \pi_1\gamma_1$$

En écrivant que la chaleur abandonnée par le corps et son enveloppe, en passant de T° à $\theta°$, égale celle prise par le calorimètre et son contenu, en passant de $\theta_0°$ à $\theta°$, on a l'égalité :

$$(2) \quad (Pc + \pi_1\gamma_1)(T - \theta) = (p + \pi\gamma + \pi'\gamma' + \pi''\gamma'')(\theta - \theta_0)$$

Ce n'est pas tout; pendant l'expérience, une quantité de chaleur peut être perdue par le calorimètre, si sa température est supérieure à celle des corps environnants, ou, au contraire, peut être gagnée par le calorimètre, si sa température est inférieure à la température ambiante.

Il en résulte que la température finale n'est pas exactement celle qu'on aurait observée si aucun échange de chaleur n'avait eu lieu avec le milieu extérieur.

Si l'on ne parvient pas à rendre insignifiants ces gains ou ces pertes de chaleur, il faut en tenir compte, et corriger la température finale observée de manière à obtenir celle qu'on aurait trouvé si aucune perturbation de ce genre n'avait eu lieu. Ainsi, pour que l'égalité (2) donne des résultats exacts, il faut que $\theta$ y représente la température finale corrigée.

Enfin, faisons remarquer que cette méthode ne peut donner de bons résultats qu'avec des corps assez conducteurs de la chaleur pour que l'équilibre de température ne mette pas un temps trop considérable à se produire entre le corps et l'eau du calorimètre.

**8. CORRECTIONS NÉCESSITÉES PAR LE RAYONNEMENT, LE CONTACT DE L'AIR ET L'ÉVAPORATION DE L'EAU.** — Il est difficile, pendant l'expérience, d'empêcher complètement les échanges de

chaleur entre le calorimètre et les corps voisins. Si sa temp rature est supérieure à celle des objets environnants, le cal rimètre perd de la chaleur ; il en gagne, dans le cas inverse.

Rumford a cru éviter cet inconvénient par la méthode s vante. Dans une première expérience, on détermine grossiè ment de combien de degrés $n$ s'élève la température de l'eau calorimètre par l'immersion du corps chaud. Ce point ét connu, dans l'expérience définitive, on abaisse la température l'eau du calorimètre à $\frac{n}{2}$ degrés au-dessous de la températu ambiante $a$, pour que la température de l'eau se trouve à la de l'expérience à $\frac{n}{2}$ degrés environ au-dessus de $a$. L'interva qui sépare le moment où le corps est plongé dans le calorimèt de celui où l'on observe la température maxima peut alors diviser en deux parties : une première phase dans laquelle température du calorimètre passe de $a - \frac{n}{2}$ à $a$ ; pendant temps, le calorimètre reçoit de la chaleur des corps voisins sont à la température $a$ ; une deuxième phase dans laquelle calorimètre passe de la température $a$ à une température voisi de $a + \frac{n}{2}$ ; dans cette seconde phase, le calorimètre perd de chaleur.

Rumford admettait que le gain dans la première phase com pensait la perte dans la seconde, et que, dès lors, la tempér ture observée était la même que si les échanges de chaleur av l'extérieur avaient été complètement annulés.

Ce serait certainement exact si les deux phases avaient même durée ; malheureusement, il est loin d'en être ainsi : l'e du calorimètre s'échauffe d'abord rapidement, puis plus len ment. Il en résulte que la première phase a une durée p courte que la seconde, et, par conséquent, que la perte chaleur dans celle-ci surpasse le gain qui a lieu dans la p mière.

Regnault, dans ses expériences calorimétriques, tout en ployant le procédé de Rumford pour diminuer les effets

rayonnement, s'est servi du mode de correction que nous allons exposer.

La température du calorimètre étant toujours peu différente de la température ambiante, on peut admettre la loi de Newton, d'après laquelle la vitesse de réchauffement $\frac{\Delta\theta}{\Delta x}$ ($\Delta\theta$ étant l'élévation de température produite pendant le temps très court $\Delta x$) serait proportionnelle à l'excès $(a - \theta)$ de la température ambiante $a$ sur la température du corps $\theta$. D'après cela, on peut représenter par $A(a - \theta)$ la variation de la température qui se produit en une minute par l'effet du rayonnement et du contact de l'air en appelant $\theta$ la température du calorimètre, $a$ la température ambiante et A une constante positive, ce qui fait que $A(a - \theta)$ est du signe de $(a - \theta)$. Mais il existe d'autres causes de variation de la température qui sont constantes dans un même temps, telles que le refroidissement dû à l'évaporation de l'eau du calorimètre. Par conséquent, en désignant par B une deuxième constante, $A(a - \theta) + B$ peut représenter la variation de température produite par les causes perturbatrices dans l'espace d'une minute. Dans un intervalle de temps $(x' - x)$, assez petit pour que $(a - \theta)$ ne change pas notablement, l'élévation de température $\Delta\theta$ due aux influences étrangères à l'échange de chaleur entre les corps immergés et l'eau du calorimètre est ainsi représentée par la formule :

$$(1) \qquad \Delta\theta = [A(a - \theta) + B](x' - x)$$

Pour pouvoir se servir de cette formule de correction, et pour trouver la valeur des deux constantes A et B, on procède de la façon suivante.

On met dans le calorimètre de l'eau à quelques degrés au-dessous de la température ambiante $a$. Celle-ci se réchauffe alors, et au temps $X_1$ on observe sa température $\Theta_1$ ; puis, cinq ou dix minutes après, au temps $X'_1$ on observe de nouveau sa température $\Theta'_1$ ; c'est la première période de l'expérience.

La variation de température $\Theta'_1 - \Theta_1$ qui s'est produite pen-

dant le temps $X'_1 - X_1$ et qui correspond à un excès moyen $a - \frac{\Theta_1 + \Theta'_1}{2}$ étant uniquement due aux causes perturbatrices, la formule (1) fournit la relation :

$$(2) \quad \Theta'_1 - \Theta_1 = \left[A\left(a - \frac{\Theta_1 + \Theta'_1}{2}\right) + B\right](X'_1 - X_1)$$

Cette équation, jointe à une autre que nous allons trouver dans un instant, fera connaître les constantes A et B.

Dans la seconde période de l'expérience, on introduit dans l'eau du calorimètre le corps dont on veut déterminer la chaleur spécifique après l'avoir chauffé ; la température de l'eau s'élève et l'on note aux temps $x_0, x_1, x_2 \ldots x_n$ ses valeurs $\theta_0, \theta_1, \theta_2 \ldots \theta_n$ ; les intervalles $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n$ étant faibles (10 secondes, par exemple).

On poursuit ces observations non seulement jusqu'à la valeur maxima de la température du calorimètre, mais encore quelques instants après, le corps immergé pouvant céder encore de la chaleur au calorimètre, même quand celui-ci commence à se refroidir, par suite des influences étrangères.

Les élévations de température (positives ou négatives) $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2 \ldots \Delta\theta_n$ dues aux causes perturbatrices pendant les intervalles $x_1 - x_0, x_2 - x_1 \ldots x_n - x_{n-1}$ sont données d'après l'égalité (1), par les relations :

$$\Delta\theta_1 = \left[A\left(a - \frac{\theta_0 + \theta_1}{2}\right) + B\right](x_1 - x_0)$$

$$(3) \quad \Delta\theta_2 = \left[A\left(a - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) + B\right](x_2 - x_1)$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$$\Delta\theta_n = \left[A\left(a - \frac{\theta_{n-1} + \theta_n}{2}\right) + B\right](x_n - x_{n-1})$$

Enfin, dans une troisième période, on observe encore, à cinq ou dix minutes d'intervalle, aux temps $X_2$ et $X'_2$, les températures $\Theta_2$ et $\Theta'_2$ de l'eau du calorimètre.

L'excès de la température du calorimètre sur la température ambiante diminuant par suite du refroidissement dû aux causes perturbatrices seulement, l'égalité (1) fournit la relation :

$$(4) \qquad \Theta'_2 - \Theta_2 = \left[A\left(a - \frac{\Theta_2 + \Theta'_2}{2}\right) + B\right](X'_2 - X_2)$$

Les égalités (2) et (4) déterminent les constantes A et B; les valeurs trouvées pour ces constantes étant introduites dans les relations (3), celles-ci font connaître les variations

$$\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \ldots \Delta\theta_n$$

La somme $\sum\Delta\theta$ de ces élévations de températures dues aux causes perturbatrices doit être retranchée [1] de la température finale $\theta_n$ observée à la fin de la deuxième période, pour avoir la température $\theta$ qu'on aurait eue si les causes perturbatrices n'avaient pas existé:

$$\theta = \theta_n - \sum \Delta\theta$$

C'est cette température ainsi corrigée $\theta$ qu'on doit introduire dans les formules du paragraphe précédent.

Si le corps était porté à une basse température avant d'être introduit dans le calorimètre, il est clair qu'on devrait prendre

(1) Dans le cas d'un corps plongé chaud dans le calorimètre, généralement $\sum\Delta\theta$ est une quantité négative ; il faut alors ajouter sa valeur absolue à la température finale pour avoir la température corrigée.

l'eau de celui-ci à une température d'abord un peu supérieure à la température ambiante pour appliquer le procédé Rumford, et les corrections se feraient de la même manière.

Nous venons d'exposer la méthode générale de correction ; il est nécessaire de l'employer toutes les fois que le corps dont on veut prendre la chaleur spécifique étant médiocre conducteur, il faut quelques minutes pour qu'il se mette en équilibre de température avec l'eau du calorimètre. Pour les corps bons conducteurs, l'expérience dure si peu de temps que la méthode de correction se simplifie beaucoup.

**9. APPAREIL DE REGNAULT.** — Le calorimètre dont s'est servi Regnault, pour appliquer la méthode des mélanges, est un vase cylindrique C (fig. 252), en laiton très mince. Étant en métal, bon conducteur de la chaleur, et étant de faible épaisseur, sa température est toujours la même que celle de l'eau qu'il renferme ; en outre, comme son poids est peu considérable, une petite incertitude sur la valeur de la chaleur spécifique du laiton n'entraîne qu'une erreur insignifiante dans le résultat de l'expérience. Pour la même raison, le thermomètre qui donne la température de l'eau du calorimètre doit être de très petite dimension.



Fig. 252

Le calorimètre est placé à l'intérieur d'un second vase C' cylindrique, en laiton comme lui, d'un diamètre et d'une hauteur un peu plus considérable. Le calorimètre repose sur deux fils de soie tendus en croix dans le fond du vase C', ou sur des pointes de liège. Grâce à ce support mauvais conducteur, on évite toute perte de chaleur par conductibilité.

Le vase C' constitue un écran qui protège le calorimètre contre le rayonnement des corps voisins.

Pour que les échanges de chaleur par cette voie soient le plus

ts possible, il convient de bien polir extérieurement le calorimètre pour donner à sa surface un faible pouvoir émissif et un faible le pouvoir absorbant. On doit, pour les mêmes raisons, bien polir la paroi interne et la paroi externe du vase C'.

Voyons maintenant comment Regnault s'y est pris pour échauffer le corps soumis à l'expérience et pour connaître sa température au moment où il est immergé dans l'eau du calorimètre.

Dans un grand nombre d'expériences, il s'est servi d'une étuve à vapeur qui portait le corps au voisinage de 100°. Celle-ci est formée d'un cylindre métallique M (fig. 253 et 254) entouré par une double enveloppe EE dans laquelle circule un courant de vapeur d'eau. Le corps, s'il est solide, est placé dans une petite corbeille de laiton L (fig. 255) soutenue à l'intérieur du cylindre par trois fils aboutissant à un seul cordon *c*, qui sort de l'étuve à travers un trou percé dans le couvercle, et qui peut être accroché à un support. En lâchant le cordon, la corbeille peut tomber doucement dans le calorimètre placé au-dessous du cylindre au moment de cette opération. Pendant que le corps s'échauffe, un registre R ferme l'ouverture inférieure de l'étuve; il est retiré au moment nécessaire pour permettre au corps de tomber dans le calorimètre. Un thermomètre T, dont la tige est soutenue par un bouchon qui ferme un orifice que présente le couvercle, a son réservoir placé au milieu de la corbeille contenant le corps, et en indique la température.

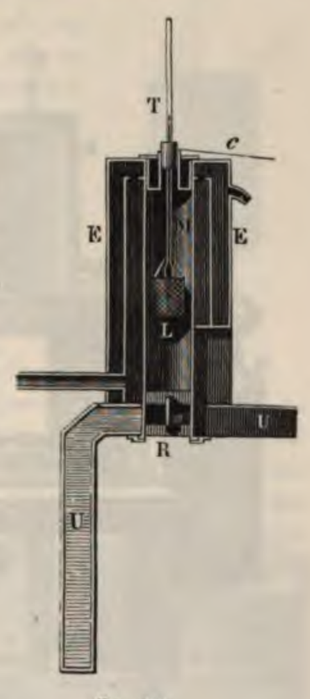


FIG. 253.

Ajoutons que le calorimètre est maintenu pendant la plus grande partie de l'expérience loin de l'étuve, dont il est séparé

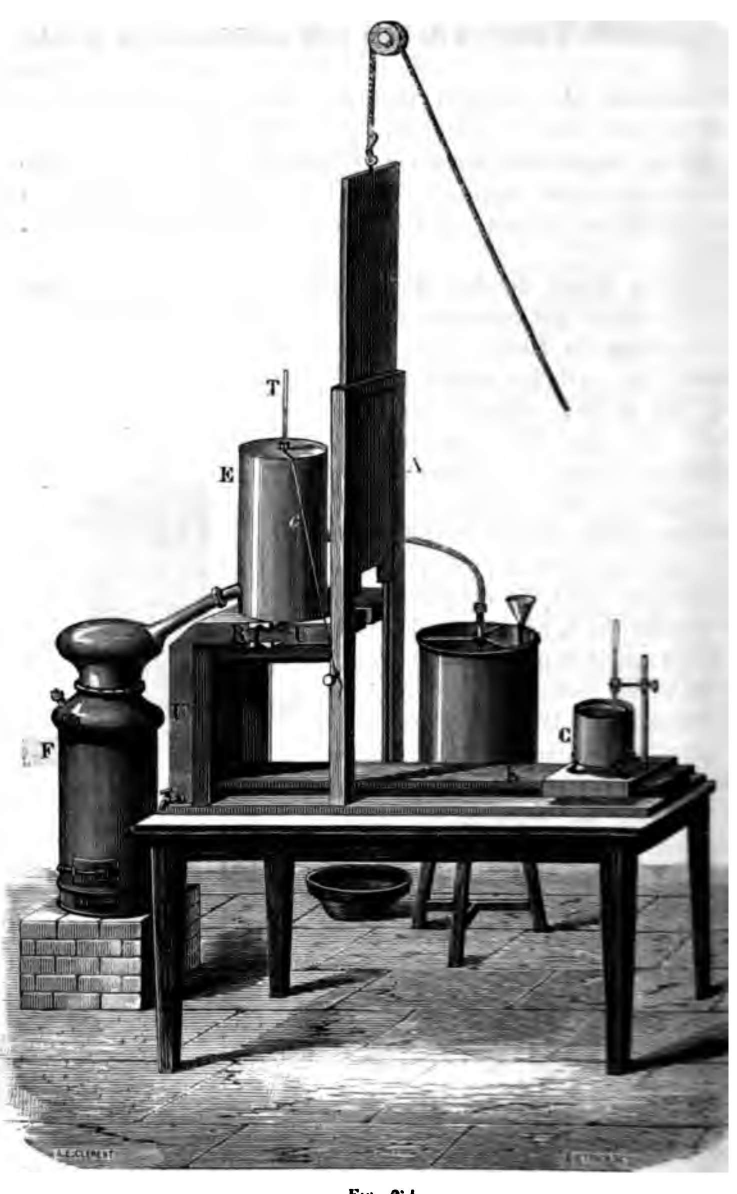



FIG. 234.

par un écran A, pour éviter le rayonnement de celle-ci. On lève cet écran au moment où l'on veut introduire le corps dans le calorimètre, et l'on fait glisser celui-ci sur un rail K jusque sous l'ouverture de l'étuve; on le ramène immédiatement dans sa première position, dès que le corps a été introduit, et l'on abaisse l'écran. Afin d'éviter mieux encore que, pendant le temps très court où le calorimètre est placé sous l'étuve, il ne s'échauffe par rayonnement, une enveloppe creuse UU dans laquelle circule un courant d'eau froide est interposée entre le calorimètre et l'étuve ou le foyer F destiné à chauffer l'eau qui fournit la vapeur nécessaire.



Fig. 255.

Regnault a aussi employé une étuve à liquide (représentée fig. 256) et qui présente l'avantage de pouvoir porter le corps à une température quelconque, soit élevée, soit très basse, en mettant dans l'étuve un mélange réfrigérant liquide.

Voici maintenant quelle est la marche d'une expérience.

Après avoir effectué les pesées nécessaires pour avoir la capacité calorifique du calorimètre, de l'eau qu'il renferme, du thermomètre qui y est plongé, et pour avoir la masse du corps soumis à l'expérience, on introduit celui-ci dans l'étuve, et l'on dispose le calorimètre à l'extrémité du rail. Quand la température indiquée par le thermomètre de l'étuve est devenue stationnaire depuis quelques minutes, on commence à observer de loin et à l'aide d'une lunette la marche très lente du thermomètre du calorimètre, pour déterminer les constantes de correction.

Puis, après avoir noté avec soin la température de l'étuve, on exécute les opérations indiquées plus haut pour introduire le corps dans le liquide du calorimètre sans qu'il ait le temps de se refroidir. Dès que le calorimètre est ramené à sa place, un aide agite la corbeille pour produire plus rapidement l'équilibre de température; pendant ce temps un observateur, à l'aide d'une lunette, relève les indications du thermomètre à des intervalles

de temps déterminés, conformément à ce qui a été indiqué dans le paragraphe précédent.

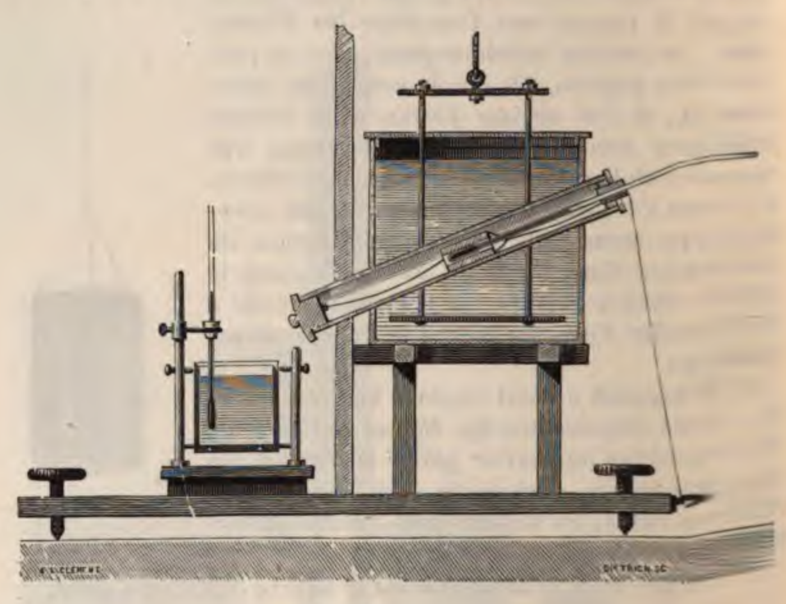


Fig. 256.

On possède alors tous les éléments nécessaires au calcul de la chaleur spécifique du corps.

Pour déterminer la chaleur spécifique d'un liquide on peut se servir encore des mêmes appareils. Le liquide doit être contenu alors dans une fiole de verre qui jouera le rôle de la corbeille de laiton employée pour les solides.

Dans le but d'opérer sur une plus grande masse de liquide et d'atténuer ainsi les causes d'erreur, Regnault a fait construire l'appareil représenté fig. 257. Le liquide est placé à l'intérieur d'un cylindre de laiton E, chauffé par un bain-marie A. En ouvrant au moment voulu un robinet R, et en exerçant au moyen d'air comprimé un excès de pression à l'intérieur du cylindre E, le liquide s'écoule par le tuyau $a$B dans une boite métallique Q baignée par l'eau du calorimètre, et surmontée d'une boite plate

U contenant une lame enroulée en hélice (comme celle représentée fig. 263) pour forcer la vapeur échappée du liquide à faire un grand trajet au contact des parois froides, ce qui détermine sa condensation.

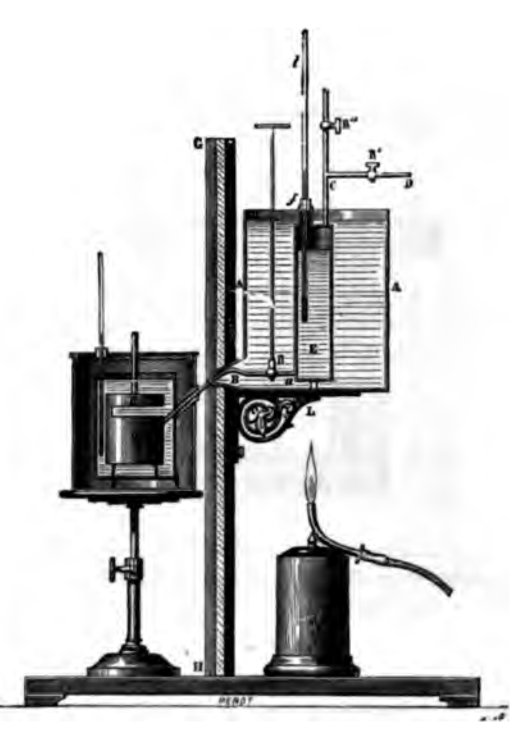


Fig. 257.

**10. CALORIMÈTRE DE M. BERTHELOT.** — Dans ses expériences de thermochimie, M. Berthelot s'est servi d'un calorimètre où les précautions prises contre le rayonnement sont plus efficaces que dans l'appareil de Regnault, grâce à l'emploi d'une enceinte à température invariable.

Le calorimètre proprement dit est un vase cylindrique GG (fig. 258) en platine très mince et bien poli extérieurement; il repose sur trois pointes de liège placées au fond d'un second vase EE plus large et plus haut, en laiton argenté. Celui-ci est contenu à l'intérieur d'une enceinte de fer-blanc HH à double paroi. Entre ses deux parois, se trouve une masse d'eau assez considérable, qui maintient une température constante pendant la durée d'une expérience. Enfin, un feutre épais, très mauvais conducteur de la chaleur, entoure l'enceinte de fer-blanc.

Chacun des trois vases GG, EE, HH, possède un couvercle spécial C, C', C'', percé d'ouvertures convenables pour laisser

passer le thermomètre du calorimètre O et l'agitateur. Le couvercle du calorimètre ne sert que dans certaines expériences.

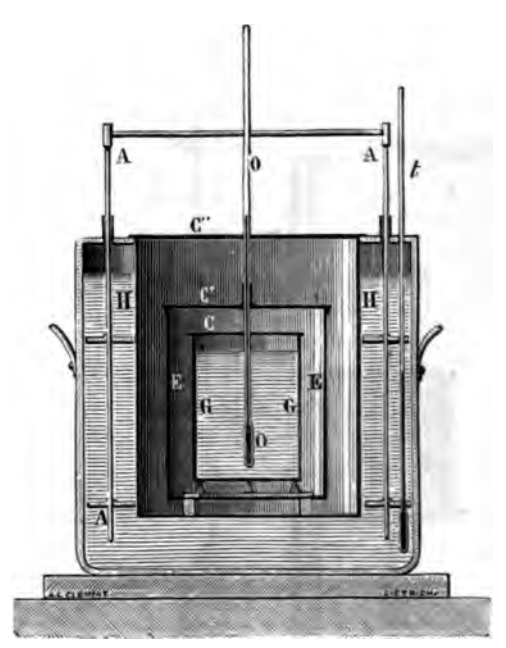



Fig. 258.

La température de l'eau contenue entre les deux parois de l'enceinte est rendue uniforme à l'aide d'un agitateur annulaire AAA; elle est donnée par un thermomètre *t*.

L'emploi d'une enceinte à température invariable permet de lire directement les indications du thermomètre sans se servir d'une lunette, la présence de l'opérateur dans le voisinage de l'appareil n'apportant aucune perturbation. En outre, les pertes ou gains de chaleur par rayonnement sont si faibles, qu'il est inutile, dans la plupart des cas, d'effectuer une correction. Cette correction ne devient nécessaire que si l'expérience dure plus de trois à quatre minutes, et si les différences de température entre le calorimètre et l'enceinte surpassent deux degrés. Aussi les expériences sont-elles faciles et précises.

**11. Méthode de refroidissement.** — Plus la capacité calorifique des corps enfermés dans un même vase est considérable, plus le vase se refroidit lentement quand il est placé dans une enceinte plus froide que lui.

Meyer, professeur à Erlangen, vers 1798, a employé une

méthode fondée sur ce principe pour l'étude des chaleurs spécifiques des bois [1]. D'après son mémoire, le physicien russe Richmann [2] aurait employé avant lui une méthode semblable pour les métaux. Leslie [3] s'est servi, vers la même époque, d'une méthode reposant sur le même principe, dans le cas des gaz; mais ce sont surtout les physiciens français Dulong et Petit et plus tard Regnault qui ont étudié et heureusement appliqué la *méthode de refroidissement*.

Supposons qu'un vase à la température $t$, soit placé dans une enceinte vide de tout gaz, et dont les parois soient maintenues à $0°$; le vase se refroidit par rayonnement, et sa température, variant avec le temps $x$, peut se considérer comme une fonction de $x$. Or la quantité de chaleur $\Delta q$ qu'il perd pendant un temps très court $\Delta x$ est proportionnelle à la durée considérée $\Delta x$ et à un coefficient dont la valeur pour un même vase placé dans la même enceinte ne peut dépendre que de la température $t$ de la surface du vase, qui rayonne vers l'enceinte; en désignant par $F(t)$ ce coefficient on a la relation :

$$(1) \qquad \Delta q = F(t)\,\Delta x$$

Cette relation est d'autant plus exacte que $\Delta x$ est plus petit, puisque $t$ est d'autant mieux déterminé que l'intervalle $\Delta x$ est plus court.

D'autre part, cette perte de chaleur $\Delta q$ amène un abaisse-

(1) Meyer exposait au refroidissement des boules de bois creuses, chauffées, contenant intérieurement le réservoir d'un thermomètre. La surface rayonnante ne restait pas la même dans ses diverses expériences; c'était là un défaut qui aurait été très grave s'il avait voulu comparer ainsi la chaleur spécifique du bois à celle d'un métal poli.

(2) Richmann né à Pernow en Livonie en 1711, mort à Saint-Pétersbourg en 1753.

(3) John Leslie, professeur à l'université d'Edimbourg, né à Largo en 1766, mort en 1832.

ment $\Delta t$ de la température du vase, donné par la relation

(2) $$\Delta q = a\Delta t$$

$a$ étant la capacité calorifique du vase et de son contenu. En égalant les seconds nombres des égalités (1) et (2), il vient :

(3) $$a\Delta t = \mathrm{F}(t)\Delta x \qquad \text{d'où : } a\frac{\Delta t}{\Delta x} = \mathrm{F}(t)$$

Cette relation est d'autant plus exacte, avons-nous vu, que $\Delta x$ est plus petit, elle devient rigoureuse lorsque cette quantité tend vers zéro. Or, le rapport $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ tend alors vers la dérivée $t'_x$ de la fonction $t$ par rapport à $x$. On a donc en toute rigueur :

$$at'_x = \mathrm{F}(t)$$

relation que nous pouvons écrire :

(4) $$\frac{t'_x}{\mathrm{F}(t)} = \frac{1}{a}$$

Or, désignons par $\varphi(t)$ une fonction de $t$, qui ait pour dérivée $\frac{1}{\mathrm{F}(t)}$, telle, par conséquent qu'on ait identiquement :

$$\varphi'_t(t) = \frac{1}{\mathrm{F}(t)}$$

En substituant, la relation (4) prend la forme :

(5) $$\varphi'_t(t)\, t'_x = \frac{1}{a}$$

Les deux membres étant chacun la dérivée d'une fonction de $x$, écrivons que les fonctions primitives ne diffèrent que par une constante A :

$$\varphi(t) = \frac{x}{a} + A \tag{6}$$

Désignons par $t_0$ la température du vase au temps 0; la formule (6) donne:

$$\varphi(t_0) = A \tag{7}$$

et en retranchant l'une de l'autre les égalités (6) et (7) il vient :

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \frac{x}{a} \tag{8}$$

Dans cette formule la quantité $x$ représente le temps que le vase met à passer de la température $t_0$ à la température $t$. Remarquons que la fonction $\varphi(t)$ reste la même pour un même vase placé dans une même enceinte, puisqu'il en est ainsi de $F(t)$; par conséquent, si nous plaçons successivement dans ce vase des substances différentes, telles, que $a_1$, $a_2$, $a_3$... soient les capacités calorifiques du vase et de son contenu, et qu'il faille respectivement des durées $x_1$, $x_2$, $x_3$ ... pour l'amener de la température $t_0$ à la température $t$, l'égalité (8) fournit la relation:

$$\frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \frac{x_3}{a_3} = \dots = \varphi(t) - \varphi(t_0) \tag{9}$$

Ainsi, pour passer d'une température à une autre les *durées sont respectivement proportionnelles aux capacités calorifiques du vase et de son contenu.*

Faisons remarquer que, pour établir cette loi, nous avons

zeuse augmente de volume, elle se refroidit, si on ne lui fournit pas de chaleur ; par conséquent, si l'on veut qu'elle conserve la même température, il faut lui communiquer une certaine quantité de chaleur pendant la détente.

On voit, d'après cela, que le nombre de calories nécessaire pour élever d'un degré la température de l'unité de masse d'un gaz, c'est-à-dire sa chaleur spécifique, ne doit pas être le même suivant qu'on échauffe le gaz en lui conservant le même volume, ou suivant qu'on l'échauffe en lui permettant de se dilater librement.

Il y a donc lieu de considérer pour les gaz une chaleur spécifique à *volume constant* et une chaleur spécifique à *pression constante* ; cette dernière quantité doit être plus grande que la première.

La chaleur spécifique à pression constante est la seule qu'on puisse mesurer directement. Mais, il existe un rapport constant entre les deux chaleurs spécifiques des gaz, c'est ce que nous allons établir. Ce rapport, une fois connu, permet de déduire la valeur de l'une des chaleurs spécifiques de celle de l'autre.

**14. RELATION ENTRE LES DEUX CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ.** — Nous verrons plus loin (Chap. XIV, § 3), comme conséquence de la loi de l'équivalence et de la loi de Joule, qu'il doit exister entre la chaleur spécifique à pression constante d'un gaz parfait et sa chaleur spécifique à volume constant un rapport indépendant de la nature du gaz, de sa température et de sa force élastique, c'est-à-dire un rapport invariable. Nous pourrons même en fixer *a priori* la valeur (1,41).

Mais avant que le principe de l'équivalence fut introduit dans la science, en 1823, Laplace trouva le rapport des deux chaleurs spécifiques des gaz en se fondant sur une expérience exécutée vers 1812 par Desormes et Clément dans le but de mesurer « le calorique d'un espace vide ».

Cette expérience fournissait l'élévation de température produite dans une masse gazeuse par une compression déterminée : la valeur d'une *compression* étant le rapport $\frac{v}{V}$ de la diminution de volume $v$ qu'éprouve un corps, sur lequel on exerce

une pression, à son volume primitif V. Dans son calcul, Laplace a admis que l'élévation de température résultant de la compression d'une masse gazeuse est proportionnelle à la valeur de cette compression quand elle est faible, ce qui est justifié par l'expérience ([1]).

Voici maintenant quel est, à peu près, le raisonnement de Laplace.

Soit V le volume occupé à une température $t$ par l'unité de masse d'un gaz. Elevons de $\Delta t$ sa température à pression constante ; il faudra lui fournir une quantité de chaleur égale à $C\Delta t$, en appelant C la chaleur spécifique du gaz à pression constante. Or le volume de cette masse gazeuse à 0° est $\frac{V}{1+\alpha t}$, et à $t+\Delta t$ il devient :

$$V\,\frac{1+\alpha t+\alpha\Delta t}{1+\alpha t} \quad \text{ou} \quad V+\frac{V\alpha\Delta t}{1+\alpha t}$$

l'accroissement de volume que la masse a éprouvée en passant de $t$ à $t+\Delta t$ est donc $\frac{V\alpha\Delta t}{1+\alpha t}$. Comprimons le gaz pour le ramener à son volume primitif ; la compression que nous lui faisons subir, a pour valeur $\dfrac{\frac{V\alpha\Delta t}{1+\alpha t}}{V+\frac{V\alpha\Delta t}{1+\alpha t}}$ ou $\frac{\alpha\Delta t}{1+\alpha t}$ en négligeant les puissances de $\Delta t$ supérieures à la première. De cette compression $\frac{\alpha\Delta t}{1+\alpha t}$ résulte une nouvelle élévation $\Delta t'$

(1) Il est clair que chaque unité de masse, subissant la même compression, éprouve la même élévation de température : celle-ci est par conséquent indépendante de la masse totale du gaz. Quoique cette élévation de température soit une fonction de la compression qui s'annule en même temps qu'elle, il n'en résulte pas nécessairement que cette fonction varie proportionnellement aux faibles valeurs de la compression. Car pour qu'une fonction qui s'annule avec la variable, varie proportionnellement aux faibles valeurs de celle-ci, il faut qu'elle puisse se développer suivant la série de Maclaurin, et que la dérivée première ne s'annule pas en même temps que la variable.

dans la température du gaz, de façon que celle-ci devienne $t + \Delta t + \Delta t'$. Or, si nous avions porté directement cette masse gazeuse, égale à l'unité, de $t$ à $t + \Delta t + \Delta t'$, sans changer son volume, nous aurions été obligé de lui fournir une quantité de chaleur $c(\Delta t + \Delta t')$, en désignant par $c$ la chaleur spécifique à volume constant. Puisque pour arriver à ce résultat nous avons fourni $C\Delta t$, on a la relation :

$$C\Delta t = c(\Delta t + \Delta t') \quad [1]$$

d'où :

$$\frac{C}{c} = 1 + \frac{\Delta t'}{\Delta t} \qquad (1)$$

Si donc nous pouvions mesurer l'élévation de température due à une faible compression de valeur déterminée, nous aurions, en admettant la proportionnalité des élévations de température aux compressions, l'élévation $\Delta t'$ correspondant à la compression $\frac{\alpha\Delta t}{1 + \alpha t}$; le rapport $\frac{\Delta t'}{\Delta t}$ serait ainsi connu, et, par conséquent il en serait de même du rapport $\frac{C}{c}$.

(1) Nous verrons plus loin, à propos de l'équivalence entre la chaleur et le travail, qu'il n'est permis d'égaler les quantités de chaleur qu'il a fallu fournir à un corps, pour l'amener de deux façons différentes d'un premier état à un second que si le travail extérieur produit par la dilatation du corps est le même dans les deux cas. Ici, dans le cas où le gaz est échauffé à volume constant de $(\Delta t + \Delta t')$ degrés (chaleur fournie $c(\Delta t + \Delta t')$ calories) le travail extérieur est nul ; dans le cas où il a été échauffé à pression constante de $\Delta t$ degrés (chaleur fournie $C\Delta t$) puis comprimé pour le ramener au volume primitif, le travail extérieur est un infiniment petit du second ordre, si $\Delta t$ est un infiniment petit du premier ordre. Il est donc d'autant plus négligeable que $\Delta t$, est plus petit : aussi l'égalité (1) n'est-elle rigoureuse que quand les deux termes du rapport $\frac{\Delta t'}{\Delta t}$ tendent vers zéro.

Or l'expérience de Desormes et Clément donnait précisément la mesure d'une faible compression et de l'élévation de température correspondante. Décrivons cette expérience.

L'appareil était des plus simples; un ballon en verre B (fig. 260) de grande capacité (28,4 lit.) pouvait communiquer avec l'atmosphère à l'aide d'un robinet M à large ouverture (14 cent. de diam.). L'intérieur du ballon pouvait être mis en rapport avec une machine pneumatique par un tube NR à robinet R, sur lequel s'embranchait un manomètre barométrique GF contenant de l'eau [1], et permettant de mesurer la différence entre les forces élastiques de l'atmosphère intérieure et de l'atmosphère extérieure.

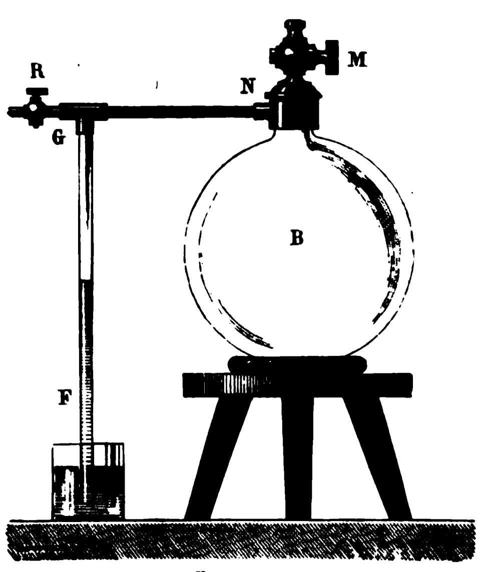


FIG. 260.

Pour faire l'expérience, on commençait par raréfier un peu l'air du ballon, de manière à faire monter la colonne d'eau dans le manomètre d'environ 20 cent. Après avoir fermé le robinet R, on mesurait avec soin cette hauteur $h$. Puis on ouvrait brusquement le robinet M; l'air extérieur se précipitait dans le ballon comprimait et échauffait par conséquent l'air qui y était contenu. Dès que cessait le sifflement que produisait l'air en entrant (l'eau dans le manomètre étant alors au niveau de la cuvette), on fermait le robinet M. Mais, la masse d'air, qui s'était échauffée par

(1) Il y avait à côté de celui-ci un manomètre barométrique à mercure; mais comme Desormes et Clément ne se sont pas servi de ses indications, nous l'avons supprimé sur la figure.

la compression, se refroidissait et éprouvait une diminution de force élastique : l'eau remontait dans le manomètre. Quand le niveau s'était fixé, on mesurait avec soin la nouvelle hauteur $h'$ de la colonne d'eau. La connaissance de $h$ et $h'$ permet de calculer le rapport $\frac{C}{c}$ des deux chaleurs spécifiques, comme nous allons le montrer.

Désignons par V le volume initial de la masse gazeuse contenue dans le ballon, par $t$ sa température, et par $H - h$ la hauteur de la colonne d'eau qui fait équilibre à sa force élastique, H étant par conséquent la hauteur qui fait équilibre à la pression atmosphérique.

Après l'entrée de l'air extérieur dans le ballon, la masse d'air qui y était primitivement contenue prend au premier moment, avant que le mélange des couches gazeuzes ait pu se produire, un volume plus petit $V - v$, sa force élastique devient égale à celle de l'atmosphère extérieure H, et sa température s'élève par le fait de la compression à $t + \theta$ degrés.

Quand le robinet M est fermé, le volume du gaz emprisonné dans le ballon ne varie pas d'une quantité appréciable par l'élévation de l'eau dans le tube manométrique, qui est d'un faible diamètre. Si donc le robinet a été fermé avant tout refroidissement de l'air contenu dans le ballon, la masse gazeuse qui y était primitivement contenue, en revenant à la température initiale $t$, doit conserver le volume $V - v$ pour une force élastique mesurée par une colonne d'eau d'une hauteur égale à $H - h'$, puisqu'on peut supposer qu'aucun mélange ne s'est opéré entre cette masse d'air et l'air introduit par l'ouverture du robinet M. Le volume qu'aurait cette même masse gazeuse à 0° et sous la pression d'un centimètre d'eau peut s'évaluer au moyen des données correspondant aux trois états successifs de la masse; en égalant ces expressions on a :

$$(2) \qquad \frac{V(H - h)}{1 + \alpha t} = \frac{(V - v)H}{1 + \alpha t + \alpha\theta} = \frac{(V - v)(H - h')}{1 + \alpha t}$$

Nous avons là deux équations qui permettent de déterminer

les valeurs d'une compression $\frac{v}{V}$, et de l'élévation de température correspondante $\theta$. Faisons le calcul.

De l'égalité des deux dernières expressions, on tire :

$$\frac{H}{H - h'} = \frac{1 + \alpha t + \alpha\theta}{1 + \alpha t} = 1 + \frac{\alpha\theta}{1 + \alpha t}$$

d'où :

$$(3) \qquad \theta = \frac{1 + \alpha t}{\alpha} \frac{h'}{H - h'}$$

De l'égalité de la première et de la troisième expression on tire :

$$\frac{H - h}{H - h'} = 1 - \frac{v}{V}$$

d'où :

$$(4) \qquad \frac{v}{V} = \frac{h - h'}{H - h'}$$

En écrivant la proportionnalité des compressions aux échauffements, on obtient :

$$(5) \qquad \frac{\frac{\alpha\Delta t}{1 + \alpha t}}{\Delta t'} = \frac{\frac{v}{V}}{\theta} = \frac{h - h'}{h'} \frac{\alpha}{1 + \alpha t}$$

d'où enfin :

$$(6) \qquad \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{h - h'}{h'}$$

En vertu de l'égalité (1), on en tire pour le rapport des deux chaleurs spécifiques.

$$(7) \qquad \frac{C}{c} = 1 + \frac{h'}{h - h'} = \frac{h}{h - h'}$$

Dans une de leurs meilleures expériences, donnant des résultats moyens entre ceux fournis par une soixantaine de déterminations, Désormes et Clément obtinrent pour les hauteurs $h$ et $h'$, exprimées en colonnes de mercure, les nombres suivants

$$h = 13^{mm},81 \qquad h' = 3^{mm},611$$

le robinet M n'avait été ouvert que pendant $\frac{2}{5}$ de seconde. Ce sont ces données dont s'est servi Laplace pour son calcul. On trouve :

$$\frac{C}{c} = \frac{13,81}{13,81 - 3,611} = 1,354$$

La constance du nombre obtenu pour $\frac{C}{c}$ en faisant varier la raréfaction ou la compression initiale, tout en la laissant faible, montre que la supposition d'une élévation de températures proportionnelle à une faible compression est suffisamment exacte.

Gay-Lussac et Walter ont fait un grand nombre d'expériences en opérant comme Désormes et Clément, sauf qu'ils comprimaient l'air dans le ballon, sous une pression un peu plus grande que celle de l'atmosphère ambiante ; il y avait alors refroidissement au moment de l'ouverture du robinet. Ils étaient parvenus aussi à beaucoup réduire le temps nécessaire pour que l'équilibre de pression s'établisse entre l'intérieur du ballon et l'extérieur. Les résultats de leurs expériences ont donné à Laplace le nombre 1,372 pour le rapport des deux chaleurs spécifiques.

Gay-Lussac et Walter ont opéré dans des conditions de pressions variant depuis 14,4 jusqu'à 146 centimètres de mercure et entre des limites de température allant de — 20° à + 40°. Malgré les variations de la pression et de la température le rapport des deux chaleurs spécifiques fut toujours voisin de 1,3748 moyenne fournie par toutes leurs expériences. Ainsi ce rapport est indépendant de la température et de la pression ; c'est là un résultat fort important.

Depuis, beaucoup de physiciens ont employé la méthode

de Desormes et Clément. La principale difficulté qu'on rencontre dans ces expériences est de fermer le robinet au moment convenable. Si on le ferme trop vite, on risque de ne pas laisser l'équilibre s'établir entre la pression de l'intérieur et celle de l'extérieur; si l'on attend trop longtemps, la chaleur produite par la compression peut s'échapper en partie de la masse gazeuse avant la fermeture du robinet, ce qui fausse la valeur de $h'$.

M. Cazin, qui vers 1861 a déterminé avec beaucoup de soin par la méthode de Desormes et Clément le rapport des deux chaleurs spécifiques, a montré du reste, qu'au moment où l'air extérieur se précipite, il se produit un mouvement oscillatoire dans la masse gazeuse; en fermant le robinet à un moment inconnu de la période vibratoire, on emprisonne une masse de gaz tantôt trop grande tantôt trop faible.

Cette cause d'erreur doit s'éliminer en prenant la moyenne d'un grand nombre d'expériences. En outre, elle devient négligeable quand on emploie un ballon de grande dimension et des raréfactions très faibles. C'est ce qu'a fait, vers 1873, M. Röntgen, et pour mesurer ces faibles variations de force élastique, il a employé un manomètre métallique d'une extrême sensibilité.

La mesure de la vitesse du son fournit aussi un moyen de trouver le rapport de deux chaleurs spécifiques des gaz, en se servant d'une formule de Newton corrigée par Laplace. Dans le livre consacré à l'acoustique nous établirons cette formule, et nous verrons comment elle permet de calculer ce rapport.

Voici les résultats obtenus pour différents gaz.

| | Cazin | Röntgen | Masson (d'après la vitesse du son). |
|---|---|---|---|
| Air | 1,41 | 1,4053 | 1,4148 |
| Oxygène | 1,41 | » | 1,4148 |
| Azote | 1,41 | » | 1,4148 |
| Hydrogène | 1,41 | 1,3852 | 1,4148 |
| Oxyde de carbone | 1,41 | » | 1,4249 |
| Ammoniaque | 1,328 | » | 1,3146 |

(*Suite du tableau*)

| | CAZIN | RÖNTGEN | MASSON (d'après la vitesse du son). |
|---|---|---|---|
| Acide carbonique. . . . . | 1,291 | 1,3052 | 1,2887 |
| Protoxyde d'azote. . . . . | 1,285 | » | 1,2813 |
| Acide sulfureux . . . . . | 1,262 | » | 1,2620 |
| Bicarbure d'hydrogène . . | 1,257 | » | 1,2708 |
| Vapeur d'éther. . . . . . | 1,079 | » | 1,0544 |
| Vapeur d'eau. . . . . . . | » | » | 1,2771 |

On remarquera que, dans ce tableau, le rapport des deux chaleurs spécifiques est à peu près le même pour les gaz, qui dans les circonstances ordinaires de température et de pression sont loin des conditions nécessaires à leur liquéfaction. Pour les gaz facilement liquéfiables, ce rapport est un peu plus petit.

**15. MESURE DE LA CHALEUR SPÉCIFIQUE DES GAZ A PRESSION CONSTANTE.** — La mesure de la chaleur spécifique d'un gaz à pression constante s'effectue par la méthode des mélanges. Mais il est évident qu'il faut employer dans ce cas une disposition expérimentale tout autre que pour les solides et les liquides. Sous les trois états physiques, en effet, les chaleurs spécifiques des corps sont de même ordre de grandeur ; or, vu la faible densité des gaz, il faut en employer un volume considérable pour que la chaleur qu'abandonne la masse gazeuse en se refroidissant élève d'une quantité appréciable la température de l'eau du calorimètre.

Aussi a-t-on été amené à faire circuler le gaz dans un tube métallique mince, passant d'abord dans une étuve destinée à élever sa température, puis, traversant immédiatement après le calorimètre, dont l'eau prend la chaleur que le gaz lui cède pour se refroidir.

Il faut, du reste, que le gaz fasse assez lentement un long trajet à l'intérieur du calorimètre, avant de s'échapper.

pour qu'il quitte celui-ci à la température connue de l'eau qui y est contenue.

De pareilles expériences présentent de sérieuses difficultés, car il existe des causes perturbatrices, qui vont nécessiter des corrections bien plus considérables que celles qu'on a besoin d'effectuer dans le cas des solides ou des liquides. Outre les gains ou pertes de chaleur que le calorimètre peut éprouver de la part de l'air ambiant, il est impossible ici d'éviter qu'une certaine quantité de chaleur passe de l'étuve au calorimètre par suite de la conductibilité de la substance qui forme le tube dans lequel le gaz circule. L'expérience dure longtemps, puisqu'il faut faire passer lentement un grand volume de gaz à l'intérieur du calorimètre, et la longueur de l'expérience augmente encore l'importance des corrections à effectuer.

Les premiers physiciens qui ont mesuré d'une façon un peu précise les chaleurs spécifiques des gaz, sont Delaroche et Bérard (1812). Cette étude les a conduits à la vérification d'une loi très importante que nous exposerons plus loin.

La manière dont ils ont surmonté les difficultés inhérentes à ces recherches est fort heureuse, et leur disposition expérimentale est des plus ingénieuses; mais elle est un peu compliquée, et malheureusement n'est pas à l'abri de toute critique. C'est pourquoi nous nous bornerons à décrire ici les expériences de Regnault qui ont fourni les nombres dont on se sert aujourd'hui.

**16. EXPÉRIENCES DE REGNAULT.** — DESCRIPTION DE L'APPAREIL. La disposition expérimentale de ce physicien comprenait trois parties principales : — 1° les appareils destinés à obtenir un courant gazeux, d'une vitesse constante et pouvant être réglée à volonté ; — 2° un bain qui donnait au gaz une température déterminée ; — 3° le calorimètre où le gaz abandonnait son excès de chaleur.

La première partie comprenait un réservoir en cuivre V (fig. 261), cerclé de fer, pour résister à de fortes pressions intérieures; il communiquait avec un système de pompes destinées à y accumuler sous pression le gaz qu'on voulait

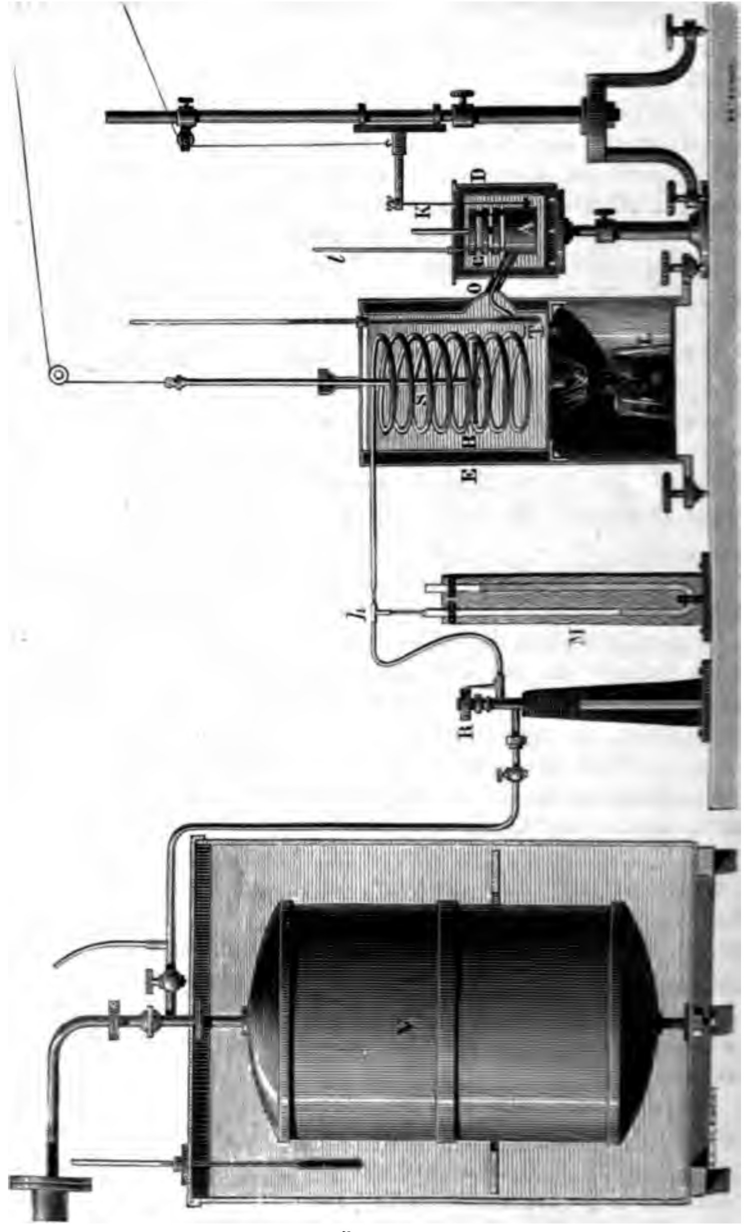


FIG. 261.

étudier. La force élastique de ce gaz était mesurée par le grand manomètre à air libre, décrit à propos des expériences de Regnault sur la compressibilité des gaz ; il communiquait constamment avec ce réservoir. Un tube, pouvant être fermé à l'aide d'un robinet, permettait au gaz contenu à l'intérieur de ce vase de se rendre dans les autres parties de l'appareil.

Il était bon que le gaz s'écoulât à travers le calorimètre avec une vitesse constante. Aussi, sur le trajet du tube qui conduisait le gaz aux autres parties de l'appareil, se trouvait un régulateur de la vitesse du courant gazeux (représenté en R, fig. 261 et 262). C'était un robinet à vis, fait avec beaucoup de soin : la partie inférieure de la vis était conique, et pouvait fermer exactement l'orifice évasé en tronc de cône du conduit qui amenait le gaz du réservoir ; le passage du gaz était alors complétement intercepté. Mais en desserrant la vis, on soulevait le cône terminal, et le gaz s'écoulait d'autant plus vite, pour une même force élastique dans le réservoir, que l'issue qu'on lui livrait ainsi était moins étroite.



FIG. 262.

A mesure que la masse gazeuse diminuait dans le réservoir, sa force élastique devenait plus faible, ce qui tendait à ralentir la vitesse d'écoulement ; aussi un aide devait-il, pendant toute la durée de l'expérience, soulever lentement la vis du régulateur pour rendre l'écoulement constant. Un indicateur de la vitesse du courant gazeux était donc indispensable. Celui-ci consistait simplement en un manomètre à eau M ; l'une des branches était ouverte librement dans l'atmosphère, l'autre communiquait avec le tube dans lequel s'écoulait le gaz *h*. Or, un peu au delà du manomètre, ce tube se rétrécissait sur un trajet de quelques centimètres, puis, après avoir traversé le réchauffeur et le calori-

mètre, débouchait librement dans l'atmosphère. Grâce à ce rétrécissement, le gaz possédait en avant de celui-ci une force élastique un peu supérieure à la pression atmosphérique, et la différence, mesurée par le manomètre à eau, diminuait avec la vitesse du courant gazeux et demeurait constante, au contraire, quand celle-ci ne variait pas. Il suffisait donc, pour régler l'écoulement, que l'aide tournât la vis du régulateur de manière à obtenir pendant toute la durée de l'expérience la même différence de niveau entre les deux branches du manomètre.

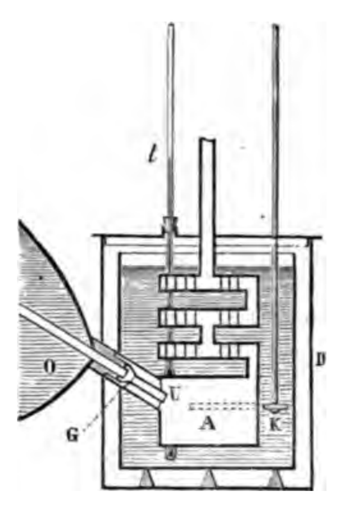
Passons à la seconde partie de l'appareil, celle qui était destinée à échauffer le gaz. Celle-ci consistait en un bain d'huile B, contenu dans un vase de laiton. A l'intérieur du vase s'enroulait en serpentin S un tube en laiton mince, de $0^c,8$ de diamètre et d'une longueur de 10 mètres ; c'est dans ce tube que le gaz circulait. Le vase était chauffé par une forte lampe à alcool L ; il possédait un couvercle percé d'ouvertures destinées à livrer passage au tube, à la tige d'un agitateur et à celle d'un thermomètre à mercure T. Celui-ci avait été soigneusement comparé au thermomètre à air.

Le réservoir du thermomètre T touchait le tube contenant le gaz au moment où il allait sortir du bain ; il était donc placé dans les meilleures conditions pour indiquer la température du gaz à sa sortie de cette partie de l'appareil. Regnault, du reste, s'était assuré directement, avant de commencer ses expériences définitives, que le gaz possédait bien, à sa sortie, la température du bain indiquée par ce thermomètre. Ajoutons qu'une enveloppe métallique E, à l'intérieur de laquelle étaient placés la lampe et le bain, protégeait celui-ci contre les courants d'air.

Le calorimètre que Regnault a employé était d'une forme spéciale. Le gaz, au sortir du bain, passait dans une boîte cylindrique en laiton A baignée par l'eau contenue dans un vase en laiton mince, et qui devait s'échauffer par la chaleur cédée par le gaz.

Celui-ci, avant de s'échapper dans l'atmosphère, était forcé de traverser trois autres boîtes en laiton, placées aussi dans l'eau du calorimètre ; chacune de ces boîtes était cloisonnée à l'intérieur par une lame en spirale (représentée en coupe horizontale

et en coupe verticale, fig. 263), ce qui obligeait le gaz à y séjourner longtemps, et ce qui multipliait les points de contact entre le gaz chaud et les parois métalliques. Grâce à ces précautions, le gaz sortait à la température que possédait le calorimètre, quoique les conduits qu'il traversait à l'intérieur de celui-ci fussent assez larges pour qu'il n'y eût pas de changement de force élastique capable de produire une destruction de chaleur appréciable. Regnault s'est assuré directement que ces deux points importants étaient bien réalisés.



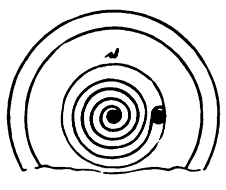



Fig. 263.

Un thermomètre $t$, dont le réservoir allongé occupait presque toute la hauteur de l'eau du calorimètre, en donnait la température. Il était gradué en $\frac{1}{20}$ de degré, et permettait d'apprécier le $\frac{1}{200}$. Un agitateur K, mû mécaniquement, rendait la température uniforme.

Le vase était protégé contre le rayonnement par un autre vase en laiton D plus haut et plus large, sur le fond duquel il reposait par l'intermédiaire de trois cônes de liège. Ce vase possédait un couvercle percé des ouvertures nécessaires. Enfin, il était enfermé lui-même dans une caisse de sapin mince (non représentée sur la figure) contenant, en outre, un thermomètre pour donner la température de l'air ambiant. Cette caisse possédait des fenêtres destinées à permettre la lecture des deux thermomètres; elle se faisait de loin, à l'aide de deux lunettes.

Le point le plus délicat était de faire communiquer le tube, contenu à l'intérieur du bain, avec le calorimètre, de façon que

le gaz ne se refroidît pas pendant le trajet ; sans quoi on n'aura pas pu prendre la température du bain d'huile pour celle du g entrant dans le calorimètre.

En outre, il fallait éviter, autant que possible, que la substanc du canal de communication n'apportât directement, par sa propi conductibilité, de la chaleur du bain au calorimètre.

Voici comment s'y est pris Regnault.

Le bain présentait un renflement O (fig. 263) destiné à er tourer d'huile chaude le tube jusqu'au point où il entrait dar le calorimètre sans être obligé de trop rapprocher celui-ci d bain. Le tube ne sortait de ce bain que sur une longueur un centimètre, et il s'engageait dans un bouchon de liège fermant une tubulure que présentait la boîte. Sur l'extrémit amincie de ce bouchon s'adaptait un tube en verre mince destiné à diriger le courant gazeux jusqu'au centre de la boîte pour qu'il cédât le moins de chaleur possible à la tubulure, qui n l'aurait pas transmise intégralement à l'eau du calorimètre. O voit qu'entre le métal du tube qui sortait du bain et le métal d la tubulure du calorimètre se trouvait interposé un liège, corp très mauvais conducteur de la chaleur ; en outre, celui-ci éta aminci sur ses bords, de manière à ne toucher la tubulure qu par une couronne ; cette précaution rendait extrêmement faibl la quantité de chaleur transmise du bain au calorimètre pa voie de conductibilité.

Le refroidissement du gaz, en passant du bain d'huile au calc rimètre, devait être d'autant plus grand que la vitesse du cou rant gazeux était plus faible. Or, Regnault a fait varier la rapidit de l'écoulement ; il a reconnu, en effet, que la valeur trouvé pour la chaleur spécifique dépendait de la vitesse quand celle était faible : le gaz se refroidissait d'une façon sensible en pas sant du bain au calorimètre. Mais à partir d'une certaine vitess les résultats devinrent indépendants de la rapidité de l'écoule ment : le gaz ne perdait pas une quantité de chaleur apprécia en passant du bain au calorimètre. Inutile d'ajouter que, dans expériences définitives, Regnault a employé des vitesses su samment grandes pour qu'il en fût ainsi.

Mesure de la masse du gaz qui traversait le calorimètre. — Cette quantité s'obtenait par la mesure de la force élasti

initiale et par la mesure de la force élastique finale du gaz contenu dans le réservoir.

Désignons par $p_0$ la masse de gaz contenu dans le réservoir à 0° pour une force élastique H. Si le volume du vase n'avait pas un peu augmenté avec la pression exercée par le gaz qu'il renfermait, et si ce gaz avait obéi rigoureusement à la loi de Mariotte, on aurait eu la relation :

$$p_0 = AH$$

Si ces deux conditions n'étaient pas remplies en toute rigueur, elles l'étaient du moins d'une façon très approchée, et Regnault a constaté que la formule parabolique

$$(1) \qquad p_0 = AH + BH^2 + CH^3$$

dans laquelle A, B, C sont trois constantes, reliait d'une façon très exacte la masse $p_0$ du gaz contenu dans le réservoir à 0° à sa force élastique H donnée par le manomètre.

Si la température était $t$, la masse de gaz $p$ contenue dans le réservoir pour la même force élastique H était donnée par :

$$(2) \qquad p = \frac{p_0}{1 + \beta t} = \frac{AH + BH^2 + CH^3}{1 + \beta t}$$

$\beta$ étant le coefficient de dilatation du gaz à pression constante H. Regnault tenait compte de la variation de $\beta$ avec la valeur de H.

Voyons maintenant comment ce physicien déterminait les constantes A, B, C.

Il mettait en communication avec le réservoir le ballon qui lui avait servi à mesurer les densités des gaz, après avoir fait le vide dans son intérieur et l'avoir taré à l'aide du ballon compensateur. Le ballon était rempli du gaz du réservoir, en ouvrant lentement le robinet de communication, jusqu'à ce qu'on eût atteint la pression d'une atmosphère environ dans l'intérieur du

ballon. Il en résultait une diminution de force élastique très faible $-\Delta H$ dans l'intérieur du réservoir ; on la mesurait avec soin. La masse de gaz $\Delta p$, enlevée ainsi du réservoir, était connue par l'augmentation de masse du ballon fournie par la pesée. Or, les quantités $\Delta H$ et $\Delta p$ étant très faibles, vis-à-vis de H et de $p$, le quotient connu $\frac{\Delta p}{\Delta H}$ ne différait pas d'une quantité appréciable de la dérivée de $p$ par rapport à H; on avait donc, en prenant la dérivée du dernier membre de l'égalité (2), dans laquelle $\beta$ était considéré comme une constante :

$$\frac{A + 2BH + 3CH^2}{1 + \beta t} = \frac{\Delta p}{\Delta H} \tag{3}$$

En répétant encore deux fois la même expérience, pour des forces élastiques H' et H'' notablement différentes, on avait deux autres égalités qui, jointes à la précédente, fournissaient les trois équations nécessaires à la connaissance des quantités A, B, C.

Cette détermination faite, la mesure de la force élastique dans le réservoir faisait connaître à chaque instant, grâce à l'égalité (2) la masse du gaz qui y était enfermée. Il suffisait, par conséquent, de prendre la différence entre la masse initiale et la masse finale pour avoir la qnantité de gaz écoulé à travers le calorimètre.

Calculs et corrections. — Désignons par P la masse de gaz écoulé pendant une expérience, par T la température constante du bain d'huile, par $\theta_0$ et $\theta_n$ les températures initiales et finales, très voisines du reste, du calorimètre ; la température moyenne de celui-ci étant $\frac{\theta_0 + \theta_n}{2}$, on pouvait, sans erreur appréciable, admettre que la quantité de chaleur cédée au calorimètre par le gaz était la même que si toute la masse P était descendue de la température T à la température moyenne $\frac{\theta_0 + \theta_n}{2}$ en traversant le calorimètre. Par conséquent, si nous désignons par C la chaleur

spécifique du gaz, $PC\left(T - \frac{\theta_0 + \theta_n}{2}\right)$ représente cette quantité de chaleur.

D'autre part, pendant l'écoulement du gaz, la température du calorimètre montait de $\theta_0$ à $\theta_n$, et si nous représentons par $\sum\Delta\theta$ l'élévation de température due aux causes perturbatrices, la quantité $\left(\theta_n - \theta_0 - \sum\Delta\theta\right)$ représente l'élévation de température qu'aurait produit la chaleur cédée par le gaz si les causes perturbatrices avaient été complètement éliminées. En désignant par M la capacité calorifique connue du calorimètre et de son contenu (eau et parois métalliques), on avait la relation :

$$(4) \qquad PC\left(T - \frac{\theta_0 + \theta_n}{2}\right) = M\left(\theta_n - \theta_0 - \sum\Delta\theta\right)$$

équation qui faisait connaître C, si l'on avait déterminé $\sum\Delta\theta$.

Voyons comment on obtenait ce terme correctif. Les causes perturbatrices étaient les suivantes :

1° Action de l'air ambiant. L'échauffement qui pouvait en résulter pendant l'unité de temps pour le calorimètre, qui était à une température $\theta$ toujours peu différente de la température ambiante $a$, pouvait être représenté par la formule $A(a - \theta)$ d'après la loi de Newton ; A étant une constante positive, cette expression a le signe de $(a - \theta)$.

2° Rayonnement des écrans qui séparaient le bain du calorimètre. La différence de température entre ceux-ci et le calorimètre étant grande ne variait pas d'une fraction notable de sa valeur pendant la durée d'une expérience ; aussi le réchauffement qui en résultait pouvait-il se considérer comme constant dans chaque unité de temps.

3° Conductibilité du conduit qui amenait le gaz du bain d'huile au calorimètre. L'échauffement qui en résultait par unité de temps était constant pour les mêmes raisons que ci-dessus.

4° Agitation de l'eau du bain par l'agitateur mécanique qui créait une faible quantité de chaleur. Cette agitation étant régulière, l'échauffement qui en résultait par unité de temps était une quantité constante.

En réunissant en une seule B ces trois dernières constantes on pouvait exprimer l'élévation de température $\Delta\theta$ qu'éprouvait pendant une minute le calorimètre sous l'influence des causes perturbatrices par :

$$(5) \qquad \Delta\theta = A(a - \theta) + B$$

comme nous l'avons déjà montré (§ 8) dans la méthode générale de correction.

Les deux constantes A et B se déterminaient d'une manière analogue à celle que nous avons indiquée dans ce paragraphe. Avant de faire passer le courant gazeux, le bain d'huile ayant été amené à la température T voulue pour l'expérience, on observait pendant dix minutes la marche du thermomètre du calorimètre, qui ne pouvait provenir que des causes perturbatrices. Soit $\Delta\theta_1$ la dixième partie de cette élévation de température on avait :

$$(6) \qquad \Delta\theta_1 = A(a_1 - \theta_1) + B$$

$a_1$ et $\theta_1$ étant les valeurs moyennes de la température ambiante et de la température du calorimètre pendant ce temps.

Après avoir fait passer le courant gazeux, on notait encore pendant dix minutes la marche du thermomètre sous l'influence des causes perturbatrices ; si $\Delta\theta_2$ représente la dixième partie de la variation de température observée, et si $a_2$ et $\theta_2$ représentent les valeurs moyennes de la température de l'air ambiant et du calorimètre pendant ce temps, on avait :

$$(7) \qquad \Delta\theta_2 = A(a_2 - \theta_2) + B$$

Les équations (6) et (7) déterminaient A et B.

Ces quantités étant connues, l'égalité (5) permettait de calculer la valeur $\Delta\theta$ pendant chaque minute que dure l'écoulement du gaz, en considérant pendant cette minute $a$ et $\theta$ comme des constantes dont on prenait pour valeur la moyenne entre la valeur initiale et la valeur finale, très voisines du reste. En faisant la somme des valeurs de $\Delta\theta$ ainsi calculées, on obtenait le terme correctif $\sum\Delta\theta$.

MARCHE D'UNE EXPÉRIENCE. — On commençait par amener le bain d'huile à une température élevée qu'on maintenait constante, les agitateurs ayant été mis en mouvement. On notait alors la température et la force élastique du gaz dans le réservoir, puis on procédait aux observations du calorimètre. On faisait la lecture du thermomètre plongé dans le calorimètre et du thermomètre placé à côté, et on répétait cette lecture dix minutes après. Aussitôt on ouvrait le robinet et l'on réglait l'écoulement du gaz de façon à avoir une vitesse constante convenable. On notait de minute en minute la température du calorimètre et la température ambiante. Quand la masse de gaz qui avait traversé le calorimètre paraissait suffisante, on arrêtait l'écoulement, et pendant trois minutes on continuait encore, de minute en minute, les observations thermométriques, car pendant cet intervalle le gaz resté dans le calorimètre pouvait encore lui céder de la chaleur; enfin, on relevait une dernière fois ces deux températures dix minutes après. En mesurant de nouveau la force élastique et la température du gaz contenu dans le réservoir, on avait toutes les données nécessaires pour la mesure de la chaleur spécifique du gaz.

L'appareil précédent permettait d'obtenir les chaleurs spécifiques des gaz entre des limites étendues de température, mais il devait être modifié pour opérer sous des pressions différentes.

Dans ce cas, le réservoir était de très grande capacité (253 litres); il était solidement construit pour pouvoir résister à des pressions élevées. Le calorimètre renfermait, au lieu de boîtes cloisonnées, qui n'auraient pu résister à un excès de pression intérieure un peu considérable, un cylindre de laiton de 20 cen-

timètres de diamètre environ, cloisonné par une lame de métal enroulée en hélice à son intérieur ; le gaz, après avoir traversé ce cylindre, s'engageait dans un serpentin formé d'un tube de laiton de 0c,8 de diamètre intérieur et de 10 mètres de long, enroulé à l'intérieur du calorimètre.

Le régulateur n'était pas placé entre le réservoir et le réchauffeur ; il y avait libre communication entre le réservoir et les serpentins de l'étuve et du calorimètre. C'était sur le prolongement du tube qui sortait de celui-ci, que se trouvait la vis micrométrique servant à régler l'écoulement du gaz et au delà le système indicateur de la vitesse du courant gazeux. Celui-ci était formé, comme dans le premier appareil, d'un manomètre à eau précédant un rétrécissement que présentait le tube avant de déboucher dans l'atmosphère.

Par cette disposition le gaz avait dans le serpentin du réchauffeur et dans celui du calorimètre la même force élastique que dans le réservoir. Grâce à la grande capacité de celui-ci, la force élastique variait fort peu du reste pendant l'expérience.

**17. CIRCONSTANCES DANS LESQUELLES LES MÉTHODES PRÉCÉDENTES NE SONT PAS APPLICABLES.** — Avant de donner les résultats obtenus pour les chaleurs spécifiques, nous ferons remarquer que les diverses méthodes que nous venons d'exposer ne sont pas applicables quand le corps dont on veut étudier la chaleur spécifique soit à l'état solide, soit à l'état liquide, soit à l'état gazeux ne peut conserver cet état à l'intérieur du calorimètre. Tel est un liquide dont le point de solidification est au-dessus de la température ordinaire, ou un solide dont le point de fusion est au-dessous de la température ordinaire, ou encore une vapeur qui à la température ordinaire ne peut exister sous la pression atmosphérique.

On ne peut songer à élever la température de l'eau d'un calorimètre notablement au-dessus de la température ambiante, le refroidissement par le contact de l'air et par le rayonnement serait beaucoup trop considérable, et les corrections deviendraient tout à fait incertaines.

Nous verrons plus loin que, dans ce cas, les chaleurs spéci-

fiques sont déterminées en même temps que les chaleurs latentes.

**18. RÉSULTATS FOURNIS PAR LA MESURE DES CHALEURS SPÉCIFIQUES.** — Si nous exceptons l'hydrogène, tous les autres corps ont une chaleur spécifique moindre que celle de l'eau liquide; celle-ci étant l'unité par définition, la chaleur spécifique des autres corps est un nombre fractionnaire.

Une même substance ne possède pas la même chaleur spécifique sous les divers états physiques qu'elle peut présenter. Ainsi, en général, cette quantité diffère suivant que la même substance est solide, liquide ou gazeuse, comme le montre le tableau suivant.

| | SOLIDE | LIQUIDE | GAZ (à pression constante) |
|---|---|---|---|
| Brome . . . . | 0.084 3 | 0,11 | 0,055 |
| Iode . . . . . | 0,054 | 0,109 | » |
| Phosphore . . | 0,19 | 0,205 | » |
| Mercure . . . | 0,032 | 0,034 | » |
| Eau . . . . . | 0.50 | 1,00 | 0,48 |
| Alcool . . . . | » | 0,595 | 0,452 |
| Naphtaline . . | 0,324 | 0,428 | » |

On peut remarquer que c'est à l'état liquide que la substance possède la plus grande chaleur spécifique.

Sous ses différentes variétés allotropiques une substance ne possède pas non plus la même chaleur spécifique; on peut en juger par le tableau suivant.

| | | CHALEUR spécifique moyenne | INTERVALLE de température |
|---|---|---|---|
| Carbone. . . | diamant . . . . . . | 0,147 | de 10° à [illegible] |
| | graphite naturel. . . | 0,202 | » |
| Silicium. . . | cristallisé. . . . . . | 0,175 | de 21° à 52° |
| | amorphe . . . . . . | 0,214 | » |
| Phosphore. . | blanc. . . . . . . . . | 0,190 | de 10° à 30° |
| | rouge vitreux. . . . | 0,170 | de 15° à 100° |
| Sesquioxyde de fer. . . | oxyde amorphe . . . | 0,175 | » |
| | le précédent fortement calciné | 0,170 | » |
| | fer oligiste. . . . . | 0,167 | » |

Pourtant les deux variétés de sélénium, si différentes par leur conductibilité électrique, ont même chaleur spécifique. Il en est de même de l'aluminium à l'état de corindon ou de saphir.

Le même corps du reste ne possède pas la même chaleur spécifique à toute température. Pour tous les corps étudiés, *la chaleur spécifique vraie augmente avec la température* et paraît tendre vers une limite. D'après M. Weber, cette limite serait la même pour les diverses variétés d'un même corps polymorphe, qui, aux températures ordinaires, ont des chaleurs spécifiques différentes.

Pour beaucoup de substances la variation de chaleur spécifique est faible; aussi peut-on représenter la quantité de chaleur Q nécessaire pour élever 1 gr. de la substance de 0° à $t^\circ$ par une formule parabolique à trois termes

$$Q = At + Bt^2 + Ct^3$$

formule dans laquelle A,B,C sont trois constantes et par conséquent la chaleur spécifique vraie $c$ à $t^\circ$ par

$$c = A + 2Bt + 3Ct^2$$

Voici, d'après Regnault, la valeur des coefficients A,B,C pour quelques liquides (1).

| | A | B | C | Log. A | Log. B | Log. C | LIMITE de température |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Eau . . . . . . | 1,000 0 | 0,000 02 | 0,000 000 3 | 0,000 000 0 | $\bar{5}$,301 030 0 | $\bar{7}$,477 121 3 | » |
| Alcool . . . . . | 0,547 5 | 0,001 122 | 0,000 002 30 | $\bar{1}$,738 416 6 | $\bar{3}$,049 929 6 | $\bar{6}$,343 602 7 | — 23° à + 60° |
| Essence de térébenthine | 0,410 6 | 0,000 619 | 0,000 001 33 | $\bar{1}$,613 397 7 | $\bar{4}$,791 927 9 | $\bar{6}$,122 994 7 | + 10° à + 150° |
| Sulfure de carbone . | 0,235 2 | 0,000 082 | 0 | $\bar{1}$,371 496 1 | $\bar{5}$,911 239 7 | 0 | — 30° à + 39° |
| Ether. . . . . . | 0,529 0 | 0,000 296 | 0 | $\bar{1}$,723 453 8 | $\bar{4}$,471 102 6 | 0 | — 29° à + 32° |
| Chloroforme . . | 0,232 4 | 0,000 051 | 0 | $\bar{1}$,366 143 5 | $\bar{5}$,705 143 0 | 0 | — 30° à + 61° |
| Acide acétique . | 0,527 4 | 0,000 523 | 0 | $\bar{1}$,722 149 8 | $\bar{4}$,718 679 1 | 0 | — 20° à + 63° |

Ainsi, d'après la formule de Regnault, la chaleur spécifique, vraie de l'eau est :

| | |
|---|---|
| à 0° | 1,0000 |
| 10° | 1,0005 |
| 20° | 1,0012 |
| 50° | 1,0042 |
| 100° | 1,0130 |
| 200° | 1,0440 |
| 230° | 1,0568 |

Comme dans les expériences calorimétriques l'eau du calorimètre est généralement comprise entre 10° et 20°, on voit qu'on ne commet pas une erreur bien notable en prenant, comme nous l'avons fait, l'unité pour chaleur spécifique de l'eau.

M. Violle a trouvé que la chaleur spécifique vraie du platine entre 0° et 1200° était fidèlement représentée par :

$$c = 0{,}0317 + 0{,}000012\,t$$

(1) Ce sont les logarithmes des valeurs de A,B,C qui sont donnés dans le Mémoire de Regnault, sauf pour l'eau. Nous avons transcrit ces nombres tels qu'ils se trouvent dans le Mémoire; mais, bien entendu, il ne faut pas croire que les dernières décimales des logarithmes soient exactes.

Les expériences de tous les physiciens qui se sont occupés de cette question, et, en particulier, celles de Dulong et Petit, donnent pour les autres métaux des résultats analogues.

Mais, de tous les corps, ceux qui ont fourni les résultats les plus remarquables sous le rapport de la variation de la chaleur spécifique avec la température sont le carbone, le bore et le silicium. Les expériences de M. Weber ont montré que la chaleur spécifique vraie du carbone (diamant, graphite) augmente régulièrement avec la température jusque vers 600°, où elle atteint une valeur sept fois plus grande que celle qu'elle possède à 0°. A partie de 600° la chaleur spécifique reste constante. Il en est de même du bore. Quant au silicium, à partir de 200° sa chaleur spécifique ne varie plus.

Regnault a reconnu que la *chaleur spécifique de l'air était indépendante de la température mesurée sur le thermomètre à air*. Les nombres suivants le montrent, car les écarts rentrent dans la limite des erreurs expérimentales :

| de — 30° à + 10° | de 0° à + 100° | de 0° à + 200° |
|---|---|---|
| 0,23771 | 0,23741 | 0,23751 |

Il en est probablement de même de tous les gaz qui obéissent sensiblement à la loi de Mariotte. Mais Regnault a trouvé que la chaleur spécifique de l'acide carbonique croît régulièrement avec la température, comme on peut en juger par les nombres suivants qui représentent la chaleur spécifique moyenne entre les températures indiquées.

| de — 30° à + 10° | de + 10° à + 100° | de + 10° à + 210° |
|---|---|---|
| 0,18427 | 0,20246 | 0,21692 |

Le même physicien a constaté, contrairement à l'assertion de Delaroche et Bérard, que la chaleur spécifique des gaz à pression constante *était indépendante de cette pression*.

Cette loi n'a pourtant été bien vérifiée par Regnault que pour l'air et pour l'hydrogène. Ce physicien pense qu'elle ne doit pas s'appliquer en toute rigueur aux gaz, qui obéissent mal à la loi de Mariotte.

**19. LOIS DES CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ.** — *Des volumes égaux de différents gaz simples ont même capacité calorifique.*

Cette loi avait été présentée par plusieurs physiciens; elle fut énoncée comme une loi expérimentale par Delaroche et Bérard à la suite de leurs expériences, mais d'une façon trop générale, car ils l'étendaient non seulement à tous les gaz simples mais aussi aux gaz composés; or, pour ceux-ci, nous allons voir qu'elle doit être modifiée. En réalité, ce sont les expériences de Regnault qui en ont établi l'exactitude.

Si nous désignons par $a$ la masse de l'unité de volume d'air à une certaine température et pour une certaine force élastique, par $p$ la masse d'un volume V d'un gaz, de densité $\delta$ par rapport à l'air, à la même température et pour la même force élastique, on a la relation :

$$p = aV\delta$$

En appelant C la chaleur spécifique de ce gaz à pression constante, la capacité calorifique du volume V est :

$$(1) \qquad pC = aV\delta C$$

Pour voir si des masses de différents gaz occupant le même volume V à la même température et pour la même force élastique ont même capacité calorifique ($p$C), il suffit, d'après la relation (1), de constater que le produit $\delta$C est le même. Or voici le résultat des expériences de Regnault pour les gaz simples :

| | CHALEUR SPÉCIFIQUE à pression constante C | DENSITÉ $\delta$ | PRODUIT C$\delta$ |
|---|---|---|---|
| Oxygène . . . | 0,217 51 | 1,105 6 | 0,240 49 |
| Azote . . . . | 0,243 80 | 0,971 3 | 0,236 80 |
| Hydrogène . . | 3,409 00 | 0,069 2 | 0,235 90 |
| Chlore . . . . | 0,120 90 | 2,450 2 | 0,296 23 |
| Brome . . . . | 0,055 52 | 5,477 2 | 0,304 09 |

On voit que le produit $\delta$ C est à très peu près constant et ég
à 0,24, sauf dans le cas du chlore et du brome, pour lesquels
est plus fort. Mais ces deux gaz sont aisément liquéfiables a
températures ordinaires, et il est présumable qu'à mesure q
la température s'élève le produit $\delta C$ diminue et tend v
la même valeur que pour les autres gaz. D'après cela, n
devons considérer la loi énoncée plus haut, ainsi que to
celles qui sont relatives aux gaz, comme une loi limite à laque
ceux-ci obéissent d'autant mieux qu'ils sont dans des conditi
plus éloignées de celles nécessaires à leur liquéfaction.

A la suite de recherches restées inédites, Dulong avait éno
les lois suivantes :

1° *Des volumes égaux de gaz, composés de gaz simples u
avec le même degré de condensation, ont même capacité calorifiq*

2° *Dans le cas des gaz formés sans condensation, cette cap
cité calorifique est la même que celle des gaz simples.*

La deuxième loi de Dulong est justifiée par les expérienc
de Regnault, comme le montre le tableau suivant :

| | CHALEUR SPÉCIFIQUE à pression constante C | DENSITÉ $\delta$ | PRODUIT $C\delta$ |
|---|---|---|---|
| Bioxyde d'azote . . . | 0,2317 | 1,0384 | 0,2406 |
| Oxyde de carbone . . | 0,2450 | 0,9673 | 0,2370 |
| Acide chlorhydrique . | 0,1852 | 1,2596 | 0,2332 |

La première loi de Dulong paraît moins exacte :

| | CHALEUR SPÉCIFIQUE à pression constante C | DENSITÉ $\delta$ | PRODUIT $C\delta$ |
|---|---|---|---|
| Acide carbonique . . | 0,2169 | 1,5291 | 0,3317 |
| Protoxyde d'azote . . | 0,2262 | 1,5241 | 0,3447 |
| Vapeur d'eau . . . . | 0,4805 | 0,6219 | 0,2987 |
| Acide sulfureux . . . | 0,1544 | 2,2113 | 0,3414 |
| Acide sulfhydrique. . | 0,2432 | 1,1747 | 0,2857 |
| Sulfure de carbone . | 0,1569 | 2,6258 | 0,4120 |

Pourtant, remarquons que les gaz dont il s'agit ici sont dans des conditions physiques voisines de celles nécessaires à leur liquéfaction. Il est bien possible que ces divergences disparaissent à haute température et que nous ayons encore là une loi limite.

Puisqu'il existe un rapport entre les deux chaleurs spécifiques qui est le même pour tous les gaz voisins de l'état parfait, les lois qui précèdent sont applicables aux capacités calorifiques de ces gaz à volume constant.

**20. REMARQUE DE DULONG ET PETIT SUR LES CHALEURS SPÉCIFIQUES.** — Les travaux de Dulong et Petit sur les chaleurs spécifiques les conduisirent à une remarque fort importante : ils trouvèrent qu'en multipliant la chaleur spécifique d'un corps simple par son équivalent en poids [1], on obtenait un produit

(1) On appelle *équivalent en poids* d'un corps simple la masse de ce corps qui peut se combiner avec l'unité de masse d'hydrogène, ou bien cette masse multipliée par un facteur *très simple*, choisi une fois pour toutes.

Les analyses et synthèses chimiques ont montré que *les corps simples se combinent entre eux dans le rapport de leur équivalent en poids* ainsi définis, *ou bien dans ce rapport multiplié par un facteur très simple.*

D'après cette loi fondamentale des combinaisons chimiques, on détermine l'équivalent d'un corps simple incapable de se combiner avec l'hydrogène par la masse du corps capable de se combiner avec l'équivalent en poids de l'oxygène (8) ou avec celui du chlore (35,5) ; on est certain que si plus tard on venait à découvrir une combinaison de ce corps avec l'hydrogène, on n'aurait pas à modifier son équivalent en poids ainsi déterminé.

Mais on voit que dans cette définition il reste quelque chose d'arbitraire : c'est ce facteur simple par lequel on peut multiplier la masse du corps qui se combine avec 1 d'hydrogène ou 8 d'oxygène ; et pourtant, comme un même corps peut contracter plusieurs combinaisons en proportions différentes, soit avec l'hydrogène, soit avec l'oxygène, on est bien forcé d'introduire cet arbitraire dans la définition pour que ce corps n'ait qu'un seul équivalent en poids. Pour des corps simples jouissant de propriétés analogues, pouvant se substituer l'un à l'autre dans les combinaisons sans en changer le type chimique, et se rangeant par là dans une même famille, il est logique de déterminer pour chacun des corps de la famille ce facteur simple de façon qu'ils se substituent les uns aux autres suivant leur équivalent en poids ; et c'est précisément de là que vient le mot *équivalent*.

Telle est la définition du mot *équivalent en poids* employé dans le texte.

Pour donner plus d'homogénéité aux équivalents en poids de corps appar-

qui, pour certains corps simples, était voisin de 3,2 et pour les autres de 6,4 (double de 3,2). Comme le montrent les tableaux suivants, ces produits ne sont pas exactement l'un ou l'autre de ces deux nombres. Il est bien évident qu'on ne saurait s'attendre à trouver un produit identique pour les divers corps simples, quand pour un même corps ce produit varie un peu suivant son état physique ou sa température, la chaleur spécifique dépendant de ces conditions, et l'équivalent en étant indépendant. Pourtant, comme le produit de ces deux quantités ne varie pas du quart de sa valeur moyenne quand on passe d'un corps à un autre compris dans le même tableau, tandis que l'équivalent ou la chaleur spécifique peuvent varier du simple au centuple, on reconnaîtra que la relation indiquée par Dulong et Petit, pour être grossière, n'en est pas moins des plus remarquables.

Dans les deux tableaux suivants la chaleur spécifique des corps simples est celle qui correspond à l'état solide. Pour le carbone, le silicium et le bore, dont la chaleur spécifique varie beaucoup avec la température quand celle-ci est peu élevée, on a pris la chaleur spécifique à peu près constante qu'ils possèdent à haute température.

La plupart des nombres qui sont inscrits dans ces tableaux sont dus à Regnault ; si Dulong et Petit ont eu le mérite de trouver la relation qui nous occupe, ce sont surtout les expérien-

tenant à des familles différentes, pour lesquels les raisons d'analogies chimiques ne guident plus dans le choix du facteur simple qui doit être employé, on a adopté l'une des deux règles suivantes, et les équivalents en poids, ainsi précisés, ont reçu le nom de ***poids atomiques*** (définition qui est indépendante de toute hypothèse).

1° Pour les métalloïdes dont on a pu déterminer la densité à l'état gazeux, on a pris un facteur tel que le volume occupé par l'équivalent en poids du gaz simple soit le même que celui occupé par l'équivalent en poids de l'hydrogène (égal à l'unité par définition). D'après les lois de Gay-Lussac sur les combinaisons des gaz, le facteur déterminé ainsi est toujours très simple.

Il résulte de là que, la masse du gaz qui représente le poids atomique occupant le même volume que l'unité de masse d'hydrogène, ce poids atomique est exprimé par le même nombre que la densité du gaz par rapport à l'hydrogène.

2° Pour les métalloïdes dont on n'a pas pu prendre la densité de vapeur (carbone, silicium, bore) et pour les métaux, on détermine le facteur

ces précises de Regnault qui ont permis d'en vérifier l'exactitude.

**Corps simples dont le produit de la chaleur spécifique à l'état solide par l'équivalent en poids donne un nombre voisin de 3,2.**

| | Chaleur spécifique *c* | Equivalent en poids *e* | *ec* |
|---|---|---|---|
| Soufre . . . . | 0,177 6 | 16 | 2,84 |
| Sélénium. . . | 0,076 2 | 39,7 | 3,03 |
| Tellure. . . . | 0,047 4 | 64 | 3,03 |
| Carbone . . . | 0,458 9 | 6 | 2,75 |
| Silicium . . . | 0,203 | 14 | 2,84 |
| Bore. . . . . | 0,366 | 11 | 4,03 |
| Calcium . . . | 0,170 | 20 | 3,40 |
| Magnésium. . | 0,249 9 | 12 | 3,00 |
| Zinc . . . . . | 0,095 6 | 32,7 | 3,13 |
| Manganèse . . | 0,121 7 | 27,5 | 3,35 |
| Fer . . . . . | 0,113 8 | 28 | 3,19 |
| Nickel . . . . | 0,109 2 | 29,4 | 3,21 |
| Cobalt . . . . | 0,106 7 | 29,4 | 3,14 |
| Cuivre . . . . | 0,095 2 | 31,7 | 3,02 |
| Mercure . . . | 0,031 9 (de —78° à —40°) | 100 | 3,19 |
| Plomb . . . . | 0,031 4 | 103,5 | 3,25 |
| Aluminium . . | 0,214 3 | 13,7 | 2,93 |
| Étain. . . . . | 0,054 8 | 59 | 3,23 |
| Or. . . . . . | 0,032 4 | 98,5 | 3,19 |
| Platine. . . . | 0,032 4 | 98,7 | 2,20 |
| Iridium. . . . | 0,032 6 | 99 | 3,23 |
| Palladium . . | 0,059 3 | 53,3 | 3,16 |

de façon que le produit de l'équivalent en poids par la chaleur spécifique du corps solide soit sensiblement égal au produit analogue concernant les métalloïdes pris à l'état solide et dont l'équivalent en poids a été fixé d'après

**Corps simples dont le produit de la chaleur spécifique à l'ét... solide par l'équivalent en poids donne un nombre voi... de 6,4.**

| | Chaleur spécifique *c* | Equivalent en poids *e* | *ec* |
|---|---|---|---|
| Brôme. . . . | 0,0843 (de —78° à —20°) | 80 | 6,74 |
| Iode . . . . . | 0,0541 | 127 | 6,87 |
| Phosphore . . | 0,202 (de +13° à +36°) | 31 | 6,26 |
| Arsenic . . . | 0,0814 | 75 | 6,11 |
| Antimoine . . | 0,0523 | 122 | 6,38 |
| Bismuth . . . | 0,0305 | 210 | 6,41 |
| Lithium . . . | 0,9408 | 7 | 6,59 |
| Sodium . . . | 0,2934 | 23 | 6,75 |
| Potassium . . | 0,1655 | 39,1 | 6,47 |
| Argent. . . . | 0,0570 | 108 | 6,16 |

Comme l'équivalent en poids d'un corps n'est fixé qu'à ... facteur près très simple (voir la note précédente), on peut mu... plier par 2, les poids équivalents adoptés pour les corps q... donnent pour le produit *ac* le nombre voisin de 3,2, tout en con... servant le même poids équivalent à ceux qui donnent pour *ac* un

la règle précédente (brome, iode, soufre, phosphore, arsenic, etc.), produit environ égal à 6,4.

Le facteur doit être simple d'après la remarque de Dulong et Petit, puisqu'il suffit de prendre pour les poids atomiques, soit les anciens équivalents en poids, soit ces nombres doublés.

Grâce à cette définition le produit de la chaleur spécifique d'un corps solide par son poids atomique est, pour tous les corps simples, un nombre voisin de 6,4.

Le poids atomique du mercure déterminé par cette dernière règle est 200; déterminé par la première règle il ne serait que 100, la densité des vapeurs mercurielles par rapport à l'hydrogène étant 100.

On voit par cet exemple que ces deux règles ne sont pas concordantes pour tous les corps simples.

nombre voisin de 6,4. Les poids équivalents ainsi fixés s'appellent *poids atomiques*.

On voit que, grâce à cette définition, la relation de Dulong et Petit prend une forme plus générale : *le produit pc du poids atomique p d'un corps simple par sa chaleur spécifique c'est un nombre à peu près constant* (voisin de 6,4).

Si nous considérons les corps à l'état gazeux, la relation précédente n'est qu'une simple conséquence du fait que les capacités calorifiques de volumes égaux de gaz simples sont les mêmes. Car, comme nous l'avons montré, il résulte de ce fait que le produit de la chaleur spécifique C d'un gaz par sa densité par rapport à l'air $\delta$ est un nombre constant ; si le produit $C\delta$ est le même pour les divers gaz simples, le produit $C\frac{\delta}{0,0692}$ (0,0692 étant la densité de l'hydrogène par rapport à l'air) est aussi le même ; or, $\frac{\delta}{0,0692}$ étant la densité du gaz par rapport à l'hydrogène, est égal au poids atomique (voir la note de la page 689). Seulement le produit de la chaleur spécifique d'un gaz simple, voisin de l'état parfait par son poids atomique, est un nombre voisin de 3,4 au lieu du nombre 6,4 qu'on obtient pour les corps solides.

En admettant, avec la plupart des chimistes, que le poids atomique $p$, tel que nous l'avons défini, représente la masse de l'atome du corps simple en prenant pour unité de masse celle ($h$ grammes) de l'atome d'hydrogène, on voit que la masse d'un atome étant $hp$ sa capacité calorifique est $hpc$ ; c'est une quantité constante puisque $h$ est constant et qu'il en est de même de $pc$ en vertu de la relation de Dulong et Petit ; de là cet énoncé remarquable :

*La capacité calorifique des atomes des divers corps simples est la même, sous le même état physique* (solide ou gazeux).

**21. Loi de Wœstyn.** — Wœstyn [1], vers 1848, pensa que les

[1] Wœstyn fit ce travail étant élève de l'Ecole Normale Supérieure.

atomes des corps simples gardent la même capacité calorifique en entrant en combinaison. Il soumit son hypothèse au contrôle de l'expérience, et la trouva exacte.

*La capacité calorifique d'un composé est égale à la somme des capacités calorifiques des composants.*

Soit un corps de poids atomique P et de chaleur spécifique C formé de composants représentés par les symboles A, B, C..., ayant respectivement des poids atomiques $p_1$, $p_2$, $p_3$... et des chaleurs spécifiques $c_1$, $c_2$, $c_3$....; soit

$$A^{n_1} B^{n_2} C^{n_3} \ldots$$

la formule de ce corps composé.

La loi de Lavoisier donne la relation :

$$(1) \qquad P = n_1 p_1 + n_2 p_2 + n_3 p_3 + \cdots$$

et la loi de Wœstyn s'écrit :

$$(2) \qquad PC = n_1 p_1 c_1 + n_2 p_2 c_2 + n_3 p_3 c_3 + \cdots$$

Cette loi très remarquable, et qui devrait être inscrite en tête d'un traité de chimie à côté des autres lois des combinaisons, se vérifie beaucoup mieux que la relation de Dulong et Petit.

On doit dans la relation (2) prendre pour les chaleurs spécifiques C, $c_1$, $c_2$, $c_3$ ... des divers corps, celles qui se rapportent à un même état physique. Ainsi, pour avoir la chaleur spécifique C des sels hydratés solides, il faut prendre pour la chaleur spécifique de l'eau celle de la glace, comme l'ont montré les travaux de Garnier et ceux de M. H. Kopp.

Voici quelques exemples tirés du Mémoire de Wœstyn :

| | VALEUR de PC calculé d'après la formule (2) | VALEUR de PC trouvé par expérience |
|---|---|---|
| Sulfure de fer FeS......... | 11,892 | 11,73 |
| Sulfure de plomb PbS...... | 12,060 | 12,16 |
| Sulfure de cuivre CuS...... | 12,031 | 11,41 |
| Sulfure d'antimoine $Sb^2S^3$... | 30,252 | 29,79 |
| Sulfure d'argent $Ag^2S$...... | 18,045 | 18,54 |
| Iodure de cuivre $Cu^2I^2$..... | 25,777 | 26,05 |
| Iodure de mercure $HgI^2$.... | 20,409 | 19,61 |

Les écarts entre les valeurs trouvées et les valeurs calculées ne dépassent pas $\frac{1}{20}$ du nombre, et rentrent dans l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales, la chaleur spécifique de quelques-uns des corps étant fort difficile à déterminer parce qu'ils conduisent mal la chaleur (1). Depuis, les travaux de M. H. Kopp sont venus ajouter de nouvelles preuves de l'exactitude de la loi de Wœstyn.

D'après cette loi, représentée par la formule (2), la valeur de l'une des chaleurs spécifiques C, $c_1$, $c_2$, $c_3$... peut se déduire de la connaissance de la valeur des autres.

C'est ainsi que Wœstyn a obtenu la chaleur spécifique de l'oxygène d'après la valeur des chaleurs spécifiques d'un oxyde et du métal qu'il renferme.

Les nombres trouvés en partant des divers oxydes sont très voisins, comme on peut en juger par les exemples suivants :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Chaleur spécifique de l'oxygène | 0,3029 | déduite | de l'oxyde de plomb PbO |
| » | 0,2766 | » | de l'oxyde de mercure HgO |
| » | 0,2871 | » | du sesquioxyde de fer $Fe^2O^3$ |
| » | 0,3015 | » | du sesquioxyde d'antimoine $Sb^2O^3$ |

(1) Si l'on prend pour calculer PC les nombres des tableaux des pages 691 et 692, qui sont un peu plus exacts que ceux employés par Wœstyn, on trouve un accord encore plus satisfaisant.

On ne devait pas s'attendre à ce que la moyenne 0,29 de ces nombres fût identique à la chaleur spécifique de l'oxygène à l'état gazeux. Ce nombre doit plutôt se rapprocher de la chaleur spécifique de l'oxygène à l'état solide.

D'après la relation de Dulong et Petit, les produits $p_1c_1$, $p_2c_2$, $p_3c_3$ du poids atomique des corps simples par leur chaleur spécifique, qui entrent dans la formule (2), sont voisins de 6,4. En substituant dans la relation (2), on obtient l'égalité :

$$(3) \qquad PC = (n_1 + n_2 + n_3 + \ldots) \times 6{,}4$$

Cette relation, qui est une conséquence de la loi de Wœstyn et de celle de Dulong et Petit, n'est qu'assez grossièrement approchée, comme cette dernière loi.

# CHAPITRE XIII

## LA CHALEUR EST UNE DES FORMES DE L'ÉNERGIE.

**1. PRODUCTION DE CHALEUR PAR DÉPENSE DE TRAVAIL.** — Tout le monde sait, qu'en frottant vivement deux corps l'un contre l'autre, on les échauffe. La lime, la scie, le foret, en usant, découpant ou perçant un métal, le rendent brûlant si l'action est assez prolongée. Les frottements de l'essieu d'une roue de wagon contre les coussinets, pendant la marche d'un train, peuvent porter au rouge l'essieu et la roue, si les surfaces frottantes ne sont plus lubréfiées par un corps gras.

Une élégante expérience, due à M. Tyndall, permet de montrer dans un cours l'élévation de température produite par le frottement.

Un tube de métal T (fig. 264) contient un liquide volatil, de l'éther par exemple; il est fermé avec un bouchon de liège. On communique à ce tube un mouvement rapide de rotation autour de son axe au moyen d'une manivelle M, d'une roue à gorge R, de la corde C et d'une poulie P. En serrant le tube, pendant sa rotation, avec une pince fixe F, on détermine un frottement; la température du tube s'élève de plus en plus, et enfin, la force élastique de la vapeur du liquide devient telle que le bouchon saute avec force.

Dans toutes les expériences analogues, d'une part on constate une création de chaleur, d'autre part il a fallu dépenser une certaine quantité de travail mécanique pour vaincre les frotte-

ments. Existe-t-il une relation intime entre ce travail et la chaleur créée ?

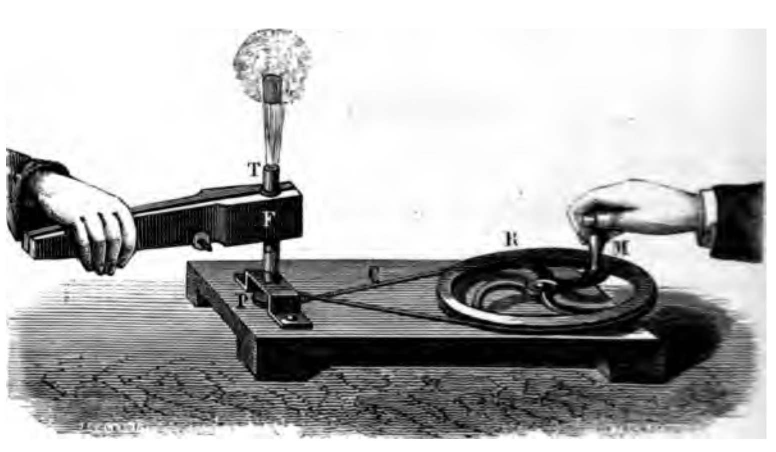


Fig. 264.

Pour résoudre cette question examinons d'abord l'une de ces expériences, celle de M. Tyndall par exemple. Nous pouvons considérer l'appareil, la pince fixe F et tous les corps environnants auxquels la chaleur peut se transmettre pendant l'opération comme un système. L'effort exercé par la main pour tourner la manivelle est une force extérieure qui agit sur le système et qui accomplit un travail positif. Or, comme ce système ne fournit aucun trsvail, son énergie s'accroit nécessairement d'une quantité égale au travail reçu de la main de l'opérateur (voir L. I. Chap. I § 8). Pourtant, quand l'appareil est revenu au repos, nous ne remarquons aucun changement *visible* ni dans l'énergie potentielle ni dans l'énergie actuelle de ses diverses parties, et le seul effet que nous constatons est une création de chaleur. Dès lors, sans faire aucune hypothèse, on peut appeler *augmentation d'énergie calorifique* cette augmentation certaine de l'énergie du système, qui ne se manifeste à nous que sous forme d'une plus grande quantité de chaleur.

Mais il y a plus : les expériences de M. Joule, que nous allons décrire, montrent qu'il existe un rapport constant entre la quan-

tité de chaleur créée par le frottement, mesurée en calories, et l'augmentation d'énergie calorifique, mesurée par le travail qu'il a été nécessaire d'effectuer pour produire cette chaleur. On trouve qu'il faut toujours 41700000 ergs pour créer une petite calorie, quelle que soit la nature des substances frottantes, quelles que soient les circonstances de l'expérience.

**2. EXPÉRIENCES DE M. JOULE.** — On doit à M. Joule, de Manchester, des expériences très précises sur la chaleur de frottement (1845-1849).

M. Joule mesurait d'une part la chaleur créée, d'autre part le travail nécessaire pour vaincre les frottements qui produisaient cette chaleur, c'est-à-dire l'augmentation d'énergie calorifique. Ses expériences ont porté — 1° sur le frottement de l'eau contre des palettes en laiton, — 2° sur le frottement du mercure contre des palettes en fer, — 3° sur le frottement mutuel de deux pièces de fonte.

Nous nous bornerons à décrire les expériences faites sur l'eau.

Ce liquide était contenu dans un calorimètre CC (fig. 265) reposant par quelques points seulement sur un support en bois, pour éviter les pertes de chaleur par conductibilité. L'appareil était protégé par un écran contre la chaleur rayonnée par l'opérateur. Un axe vertical portant huit rangées de palettes en laiton *pppp*, pouvait tourner au sein du liquide, étant mobile sur un pivot et traversant à frottement doux une ouverture cylindrique, pratiquée dans un support en laiton AA, complètement baigné par l'eau. Grâce à cette disposition les frottements de l'axe contre ses supports avaient lieu à l'intérieur même du calorimètre. Quatre rangées de vannes fixes *qq* empêchaient l'eau de prendre un mouvement de rotation continue sous l'influence des palettes mobiles.

Il fallait mettre en mouvement l'axe portant les palettes. Pour cela celui-ci sortait du calorimètre par une ouverture pratiquée dans le couvercle UU, et juste assez large pour que ses bords n'exerçassent aucun frottement sur l'axe. A l'aide d'une goupille G, on pouvait fixer dans le prolongement de cet axe un cylindre de bois B, sur lequel s'enroulaient en sens contraire deux cordons, dont les extrémités opposées s'enroulaient à leur tour chacune sur une bobine plate d'un pied de diamètre R, R'. Chaque

bobine faisait corps avec un cylindre horizontal H, H′ sur lequel étaient enroulés deux cordons supportant un disque de plomb P, P′.

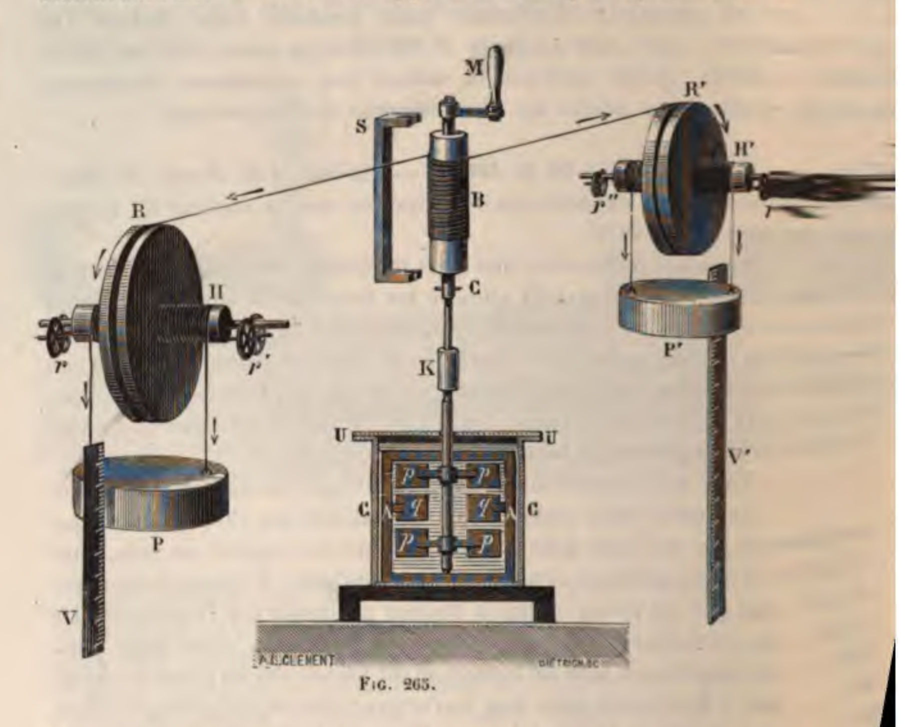



Fig. 265.

Ce sont ces disques qui, en descendant par leur poids, fournissaient le travail moteur et faisaient tourner les bobines, le cylindre et, par conséquent, l'agitateur à palettes.

Pour diminuer autant que possible les frottements en dehors du calorimètre, l'axe commun à la bobine et au treuil était en acier poli, d'un faible diamètre (un quart de pouce anglais), et reposait par chaque extrémité sur l'entre-croisement de deux roues $r, r', r'', r'''$ comme l'axe de la poulie d'une machine d'Atwood.

Une règle graduée verticale V, V′ était placée à coté de chacun des disques ; elle permettait de mesurer la hauteur dont il descendait, ce qui était nécessaire pour l'évaluation du travail moteur.

Cette relation faisait connaître $w$ à condition d'avoir évalué $w'$. Cette quantité, que M. Joule avait cherché à rendre très petite en diminuant autant que possible les frottements en dehors du calorimètre, était d'une évaluation exacte dificile.

Voici le procédé qui fut employé. Le cylindre était détaché de l'axe portant les palettes, et placé verticalement entre deux pivots; un même cordon s'enroulait autour de ce cylindre et sur les deux bobines plates, de telle manière qu'un des disques était forcé de monter quand l'autre descendait. Ces poids étant parfaitement égaux entre eux, se faisaient mutuellement équilibre comme ceux d'une machine d'Atwood. M. Joule chercha alors quelle charge il fallait ajouter sur l'un d'eux pour communiquer au système un mouvement uniforme de même vitesse que celui qu'on avait obtenu dans l'expérience. Le travail de la pesanteur sur le poids additionnel était alors uniquement employé à vaincre les frottements, et ce travail, facile à évaluer, aurait été égal à la quantité cherchée $w'$, si les frottements avaient été exactement les mêmes que dans l'expérience. Mais remarquons que dans ce cas, les frottements étaient augmentés de ceux produits par les pivots qui supportaient le cylindre, puisque ces frottements n'existaient pas auparavant. M. Joule a tenu compte de ce fait, et a corrigé la valeur trouvée pour $w'$; quoique la correction fût un peu incertaine, il ne saurait en résulter pour la mesure de $w$ une erreur notable à cause de la petitesse de $w'$, qui n'excédait pas $\frac{1}{140}$ du travail total W.

On voit avec quel soin le savant de Manchester a évité d'avoir à effectuer des corrections importantes, toujours d'une évaluation douteuse. Aussi les nombres qu'il a trouvés doivent-ils inspirer une grande confiance. Ils sont, du reste, remarquablement d'accord entre eux, pour des expériences aussi délicates.

M. Joule a fait cinq séries d'expériences : une sur l'eau, deux sur le mercure, deux sur la fonte de fer. Chacune de ces séries a compris un grand nombre d'expériences. Voici la moyenne des valeurs très concordantes trouvées pour le rapport de l'éner-

On évaluait d'abord le travail total W dû à la force motrice, la pesanteur ; il était aisé à connaître. Désignons par $p$ la masse de chaque disque de plomb, et par $g$ l'intensité de la pesanteur ; le poids de chacun d'eux était $pg$. En tombant d'une hauteur $h$, mesurée par la règle graduée, l'ensemble des deux poids accomplissait un travail égal à $2pgh$, et, si l'on avait recommencé $n$ fois l'opération, le travail total W était égal à $2npgh$.

La plus grande partie, mais non la totalité de ce travail, servait à augmenter l'énergie calorifique du calorimètre et de son contenu. En effet, quoi qu'on eût cherché à diminuer autant que possible les frottements en dehors du calorimètre, on ne pouvait les éviter complètement (frottement des axes de rotation, frottement des cordons, frottement de l'air). L'énergie calorifique $w'$ qui en résultait ne pouvait accroitre l'énergie du calorimètre, mais elle n'en était pas moins fournie par le travail W : il fallait en tenir compte.

D'un autre côté, au début de chaque opération la force vive visible des diverses parties de l'appareil était nulle, puis elle prenait une certaine valeur. Pour les pièces tournantes, la force vive finissait par être détruite par les frottements, et, cette énergie sensible se transformant en énergie calorifique comprise dans les termes $w$ et $w'$, il n'y avait pas à en tenir compte autrement. Mais il n'en était pas de même pour les poids moteurs ; vers la fin de l'opération, chacun d'eux possédait une force vive égale à $pv^2$, en désignant par $v$ leur vitesse, très faible, et aisée à connaitre au moyen de la règle graduée et d'un compteur à secondes. Or cette force vive se trouvait détruite par le choc à la fin de la course des poids ; elle se convertissait alors en grande partie en énergie calorifique ; mais peu importe la forme de l'énergie, celle-ci ne pouvait accroître l'énergie du calorimètre, et pourtant elle était encore fournie par le travail moteur W. Cette quantité d'énergie pour l'ensemble des deux poids était $2 \times \frac{1}{2} pv^2 = pv^2$ et, comme on faisait $n$ opérations, la quantité d'énergie dissipée par les chocs était égale à $npv^2$. On avait donc l'égalité :

$$W = w + w' + npv^2$$

Cette relation faisait connaître $w$ à condition d'avoir évalué $w'$. Cette quantité, que M. Joule avait cherché à rendre très petite en diminuant autant que possible les frottements en dehors du calorimètre, était d'une évaluation exacte dificile.

Voici le procédé qui fut employé. Le cylindre était détaché de l'axe portant les palettes, et placé verticalement entre deux pivots ; un même cordon s'enroulait autour de ce cylindre et sur les deux bobines plates, de telle manière qu'un des disques était forcé de monter quand l'autre descendait. Ces poids étant parfaitement égaux entre eux, se faisaient mutuellement équilibre comme ceux d'une machine d'Atwood. M. Joule chercha alors quelle charge il fallait ajouter sur l'un d'eux pour communiquer au système un mouvement uniforme de même vitesse que celui qu'on avait obtenu dans l'expérience. Le travail de la pesanteur sur le poids additionnel était alors uniquement employé à vaincre les frottements, et ce travail, facile à évaluer, aurait été égal à la quantité cherchée $w'$, si les frottements avaient été exactement les mêmes que dans l'expérience. Mais remarquons que dans ce cas, les frottements étaient augmentés de ceux produits par les pivots qui supportaient le cylindre, puisque ces frottements n'existaient pas auparavant. M. Joule a tenu compte de ce fait, et a corrigé la valeur trouvée pour $w'$ ; quoique la correction fût un peu incertaine, il ne saurait en résulter pour la mesure de $w$ une erreur notable à cause de la petitesse de $w'$, qui n'excédait pas $\frac{1}{140}$ du travail total W.

On voit avec quel soin le savant de Manchester a évité d'avoir à effectuer des corrections importantes, toujours d'une évaluation douteuse. Aussi les nombres qu'il a trouvés doivent-ils inspirer une grande confiance. Ils sont, du reste, remarquablement d'accord entre eux, pour des expériences aussi délicates.

M. Joule a fait cinq séries d'expériences : une sur l'eau, deux sur le mercure, deux sur la fonte de fer. Chacune de ces séries a compris un grand nombre d'expériences. Voici la moyenne des valeurs très concordantes trouvées pour le rapport de l'éner-

gie calorifique à la quantité de chaleur correspondante dans chacune de ces séries (1).

| | Unités anglaises | Unités françaises | Unités C. G. S. |
|---|---|---|---|
| Eau . . . . . . . . . | 772,692 | 424,1 | 41 601 000 |
| Mercure. . . 1 . . | 772,814 | 424,2 | 41 607 000 |
| Mercure. . . 2 . . | 775,352 | 425,5 | 41 744 000 |
| Fonte de fer. 1 . . | 776,045 | 425,9 | 41 782 000 |
| Fonte de fer. 2 . . | 773,930 | 424,8 | 41 668 000 |

Ce tableau montre, conformément à ce que nous avons dit à la fin du dernier paragraphe, que ce rapport *est indépendant de la nature des substances frottantes*; c'est là un fait capital.

On peut se rappeler, en nombre rond, qu'il faut 425 kilogrammètres pour créer une grande calorie, ou 42 mégergs pour créer une calorie.

**3. PRODUCTION DE CHALEUR AU DÉPENS DE LA FORCE VIVE SENSIBLE.** — Dans le livre Ier, de cet ouvrage au paragraphe consacré à la force vive (Chap. I, § 5, page 29, note 1), nous avons vu que, dans le choc d'un projectile contre un obstacle, si les corps sont parfaitement élastiques, la force vive sensible conserve après le choc la même valeur qu'avant (corps qui re-

(1) M. Joule a pris comme unité de travail le travail accompli par une livre (*pound* valant 453,5926 gr.) tombant d'un pied (*foot* 30,47945 c.) à Manchester, où l'intensité de la pesanteur est égale à 981,17. Comme unité de chaleur il a pris la quantité nécessaire pour élever d'un degré Fahrenheit $\left(\frac{5}{9}\right.$ de degré centigrade$\left.\right)$ une livre (*pound*) d'eau. Ce sont ces unités que nous avons appelées *unités anglaises*.

Nous avons appelé dans le tableau *unités françaises* celles où l'unité de travail est le kilogrammètre (travail accompli par un kilogramme tombant d'un mètre à Paris, où l'intensité de la pesanteur est 980,96, et où l'unité de chaleur est la grande calorie, quantité de chaleur nécessaire pour élever de 0° à 1° centigrade un kilogramme d'eau.

Enfin les unités C.G.S sont l'erg et la calorie.

bondit). Mais si les corps sont imparfaitement élastiques, le phénomène est différent : la force vive visible des corps peut disparaître ou diminuer beaucoup par le choc, sans qu'il se soit produit de travaux capables d'expliquer cette diminution de force vive ; mais alors on constate toujours que le choc a donné lieu à une création de chaleur.

C'est ainsi qu'une balle de plomb, lancée par une arme à feu, et qui vient frapper un obstacle résistant (plaque de blindage, roche dure, etc.), s'écrase et ne rebondit qu'avec une faible vitesse ; mais aussi elle s'échauffe au point de devenir brûlante ou même de fondre.

Une lame de plomb, posée sur un bloc de bois et battue avec un maillet, prend une élévation de température très sensible à la main.

Or, dans ces différents cas, l'énergie du système constitué par les deux corps qui se choquent n'a pu diminuer puisqu'aucune force extérieure n'a agi sur eux. D'autre part si, comme dans les exemples précédents, les travaux des forces qui se produisent entre les deux corps au moment du choc, et qui sont des forces intérieures du système, ne donnent pas lieu à une augmentation de l'énergie potentielle égale à l'énergie actuelle visible disparue, nous devons en conclure que le complément a passé sous cette forme d'énergie qui ne se manifeste à nous que par une variation de la quantité de chaleur, sous forme *d'énergie calorifique*.

On a reconnu qu'il existe encore dans ce cas, comme dans celui du frottement, le même rapport constant (41700000) entre l'augmentation d'énergie calorifique exprimée en ergs et l'augmentation de chaleur exprimée en calories. Ce résultat remarquable a été établi par l'expérience suivante due à M. Hirn.

L'appareil (fig. 266) consisiait — 1° en un cylindre de fer forgé AA', d'une masse de 350 kilogrammes, soutenu par deux cordes, et qui devait servir de bélier pour produire le choc, — 2° en une enclume BB' formée d'un bloc prismatique de grès des Vosges, d'une masse de 941 kilogrammes, et qui était soutenue aussi par deux cordes. Elle était munie d'une forte plaque de fer F pour supporter le choc du bélier AA'.

En élevant celui-ci à une certaine hauteur H (dans la position $A_1A_1'$) puis en l'abandonnant à l'action de son poids P*g* (P étant

la masse de AA', et $g$ l'intensité de la pesanteur), il venait choquer l'enclume avec une force vive égale au double du travail $PgH$ produit par l'action de la pesanteur.

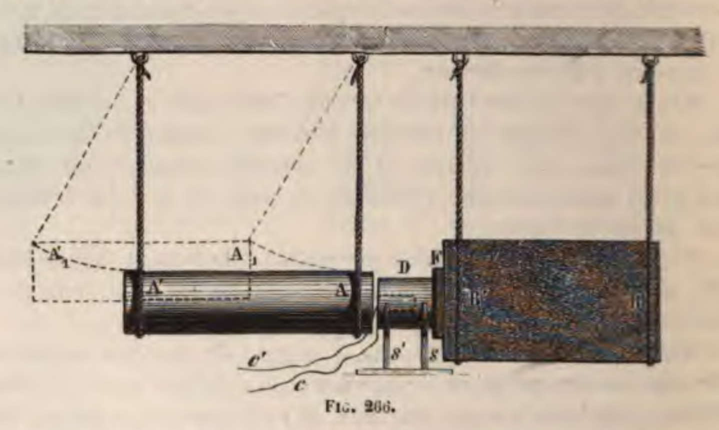



Fig. 266.

Dans le cas où aucun corps n'était interposé entre le bélier et l'enclume, à cause de la grande élasticité du fer qui formait les surfaces choquantes, l'enclume était chassée de sa position d'équilibre, et le bélier rebondissait aussi.

En mesurant les hauteurs $h'$ et $h$ auxquelles ces deux masses s'élevaient après le choc, on avait la mesure ($P'gh'$ et $Pgh$) du travail négatif qu'avait produit la pesanteur sur ces masses pendant leur mouvement ascendant, et en doublant ce travail on avait la force vive de chacune des masses immédiatement après le choc. Or, on trouvait que la somme des forces vives de l'enclume et du bélier après le choc était, à $\frac{1}{6}$ près, égale à la force vive du bélier au moment où il allait choquer l'enclume. Ainsi un choc ne détermine dans un métal élastique comme le fer qu'une création faible d'énergie calorifique, puisque une partie de ce sixième de l'énergie visible disparue devait se retrouver dans l'énergie des vibrations sonores intenses qui se produisaient au moment du choc.

Il n'en était plus de même si l'on interposait entre l'enclume et le bélier, un morceau de plomb D; ce métal mou s'écrasait par le choc, et dans ce cas, quoique le son produit au moment

du choc fût peu intense le recul de l'enclume et du bélier était très faible : la plus grande partie de la force vive visible était détruite, mais aussi le plomb s'échauffait.

En négligeant la faible création d'énergie calorifique qui se produisait dans le fer de l'enclume et du bélier, et l'énergie encore plus faible des vibrations sonores, on peut admettre que la moitié de la diminution de la force vive visible était égale à l'accroissement d'énergie de la masse de plomb. Or, cette masse restant à peu près immobile après le choc, son énergie actuelle visible était presque nulle. D'autre part le plomb est un métal qui ne s'écrouit pas par une déformation qu'on lui fait subir, de façon que, quand l'élévation de température due à un choc a disparu, il reprend les mêmes propriétés physiques qu'avant, autrement dit, il conserve la même énergie potentielle. Il résulte de là que l'énergie communiquée par le choc à la masse de plomb accroissait seulement son énergie calorifique.

En désignant, comme ci-dessus, par P et par P′ la masse du bélier et celle de l'enclume, par H la hauteur de chute du bélier, par $h'$ la hauteur à laquelle s'élevait l'enclume par le recul très faible produit au moment du choc et par $h$ la hauteur à laquelle se relevait le bélier, d'après ce que nous venons de dire l'accroissement d'énergie calorifique du plomb était :

$$PgH - (Pgh + P'gh') = g[P(H - h) - P'h']$$

Il nous reste à indiquer comment on opérait pour mesurer le nombre de calories créées par le choc.

Le morceau de plomb D avait la forme d'un cylindre creusé d'une cavité. On disposait celui-ci contre l'enclume sur deux fourches en bois $ss'$ l'axe de la cavité étant horizontal. Après avoir relevé le bélier AA′ à une hauteur H que l'on mesurait avec soin, on introduisait dans la cavité le réservoir d'un thermomètre dont on notait la température $t$ quand elle était devenue stationnaire ; c'était la température du plomb.

On retirait le thermomètre, puis on laissait tomber le bélier, et l'on mesurait les hauteurs de recul $h$ et $h'$. Aussitôt on enlevait le morceau de plomb au moyen de deux cordes $cc'$ qui y

étaient fixées; puis, après l'avoir suspendu par ces cordes (fig. 267), on y introduisait une masse $p$ connue d'eau à 0°, et un thermomètre. On agitait celui-ci, et après 4 minutes on notait sa température Θ. On s'était assuré que ce temps suffisait pour que l'eau ait pris exactement la température du plomb. On faisait une nouvelle lecture 4 minutes après afin d'avoir les données nécessaires pour corriger la température Θ du refroidissement qui avait eu lieu entre le moment du choc et celui où l'on avait noté cette température.

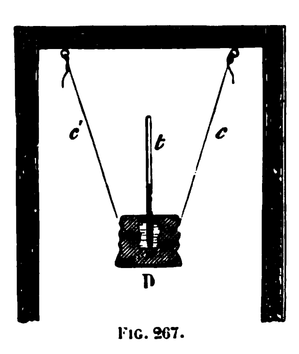


Fig. 267.

Soit T la température corrigée, c'est-à-dire celle qu'on aurait observée si les causes du refroidissement avaient été nulles : l'élévation qui se serait produite alors dans la température du plomb serait $T - t$; si Π est la masse du plomb et γ sa chaleur spécifique connue, $\Pi\gamma(T - t)$ serait l'accroissement de la quantité de chaleur du plomb. D'autre part, l'eau introduite était à 0°; elle aurait pris par conséquent $pT$ calories, pour passer à T°. Par conséquent $\Pi\gamma(T - t) + pT$ représente le nombre de calories créées par le choc.

La moyenne de six expériences a donné pour le rapport de l'accroissement d'énergie calorifique $g[P(H - h) - P'h']$ à l'accroissement du nombre de calories le nombre 425 en prenant pour unité d'énergie le kilogrammètre et pour unité de chaleur la grande calorie; soit 41700000 en prenant l'erg et la calorie.

Ce nombre est exactement le même que celui trouvé par M. Joule dans le cas du frottement.

**4. Production de travail par dépense de chaleur.** — Le phénomène inverse de celui que nous avons examiné §§ 1 et 2 existe : on peut obtenir du travail mécanique par dépense de chaleur.

Considérons un moteur à vapeur qui revient au repos après avoir accompli un certain travail, par exemple après avoir soulevé un fardeau. Son énergie *visible* n'a pas varié, pourtant nécessairement ce système a dépensé, pour accomplir ce travail,

une certaine quantité d'énergie : c'est *l'énergie calorifique* qui a diminué. En effet, en mesurant la quantité de chaleur qu'a reçue le moteur et la quantité qu'il a restituée, pendant qu'il accomplit un travail, on trouve que la première quantité est supérieure à la seconde, et que l'excès est proportionnel au travail fourni.

C'est à M. Hirn, qu'on doit encore les expériences faites à ce sujet. Elles ont été exécutées dans une filature de coton à Logelbach, près de Colmar, sur de puissants moteurs à vapeur.

Dans une seconde série de recherches, publiées en 1862, exempte des erreurs dont il avait reconnu l'existence dans une première série de mesure, cet auteur s'est borné à rendre constant le travail fourni par la machine sans le mesurer. M. Hirn a constaté que, quelle que soit la quantité de vapeur employée pour produire le même travail, la chaleur fournie à la vapeur, avant son action sur le piston de la machine, surpasse d'une quantité constante la chaleur rendue par cette vapeur au condenseur.

Il est regrettable que, dans ses expériences exactes, M. Hirn n'ait pu mesurer le travail produit. Le résultat qu'il a obtenu n'en est pas moins extrêmement important, car il permet de dire qu'il y a un rapport constant entre l'énergie calorifique disparue et la chaleur détruite. On ne saurait douter que ce rapport soit le même que celui que l'on trouve dans le cas d'une création d'énergie calorifique par le choc ou par le frottement.

**5. LOI DE L'ÉQUIVALENCE.** — Nous venons de voir qu'en détruisant une calorie, on obtient une quantité déterminée E de travail, que réciproquement, un travail moteur E (41 700 000 ergs environ), s'il ne donne naissance à aucune augmentation de l'énergie visible, produit une calorie ; ou encore qu'une quantité d'énergie sensible égale à E qui disparait, sans produire aucun travail, donne naissance à une calorie.

D'une façon générale, quelles que soient les phénomènes dont un système est le siège, on peut constater que si le travail des forces extérieures est supérieur ou inférieur d'une quantité $n$E à l'augmentation de l'énergie visible, il y a toujours $n$ calories de créées ou de détruites.

Telle est la *loi de l'équivalence* entre le travail et la chaleur, et ce nombre E est appelé *l'équivalent mécanique de la chaleur.*

Les expériences de M. Joules (§ 2), qui sont jusqu'ici les plus propres à en fixer la valeur exacte, donnent pour l'équivalent mécanique de la chaleur le nombre **41 700 000**, le travail étant exprimé en ergs et la chaleur en calories.

Si l'on exprime le travail en kilogrammètres et la chaleur en grandes calories (celle qui élève de 0° à 1° un kilogramme d'eau) l'équivalent mécanique de la chaleur est 425.

*41 700 000 ergs équivalent à 1 calorie*

*425 kilogrammètres équivalent à 1 grande calorie* (1 000 calories)

**6. NATURE DE LA CHALEUR.** — Les faits sur lesquels nous venons de nous appuyer pour établir la loi expérimentale de l'équivalence ont une autre portée : ils vont nous permettre de nous faire une idée de la nature même de la *chaleur.*

Nous avons défini plus haut *l'énergie calorifique* comme cette forme de l'énergie dont la variation ne se manifeste à nous que par la variation de la chaleur que possède le corps. Nous avons trouvé, en outre, qu'il existait un rapport constant entre la variation d'énergie calorifique (mesurée en ergs, par exemple) et la variation de chaleur (mesurée en calories), ce rapport est l'équivalent mécanique de la chaleur E.

Il suffirait donc de prendre, pour mesurer les quantités de chaleur, une unité égale à la fraction $\frac{1}{E}$ d'une calorie, pour que le nombre qui exprime la variation d'énergie calorifique et celui qui exprime la variation de chaleur correspondante soient identiques entre eux.

Or, qu'avons-nous appelé chaleur ? *Ce qui existe en plus grande quantité dans le corps devenu plus chaud.* Mais c'est précisément l'énergie calorifique elle-même dont la valeur est plus grande dans le corps plus chaud ; il y a donc identité entre la *chaleur* et *l'énergie calorifique* ; en d'autres termes : *la chaleur est une des formes de l'énergie.*

Quelle est maintenant cette forme de l'énergie ? Est-ce de l'énergie potentielle due à la position des particules du corps

chaud ? Ou bien est-ce de l'énergie actuelle due à des mouvements très petits de ces particules ? Ou encore est-elle partiellement énergie potentielle, partiellement énergie actuelle comme dans l'exemple d'une lame vibrante dont l'énergie actuelle prend une valeur maxima, quand les points de la lame passent par la position d'équilibre, et se transforme ensuite de plus en plus en énergie potentielle à mesure que la lame s'approche de l'extrémité de sa course (L. I, Chap. I, § 8) ?

On ne peut guère douter aujourd'hui que la chaleur ne soit due à un mouvement des particules qui, pour les corps solides au moins, ne peut se concevoir que comme un mouvement oscillatoire ou rotatif, celui-ci s'effectuant avec une grande rapidité, mais aussi avec des amplitudes extrêmement petites. Voici les raisons qui montrent qu'il doit en être ainsi.

Tout corps chaud rayonne de la chaleur ; cette chaleur rayonnante est identique, par ses propriétés, à la lumière, comme nous l'établirons plus loin. Or, il nous paraît aujourd'hui impossible de concevoir la lumière autrement que comme un mouvement vibratoire qui se propage à travers l'espace grâce à un milieu élastique qui le remplit *l'éther* (voir l'introduction, p. 6 et 7). Mais, pour qu'un corps chaud puisse émettre ces vibrations qui constituent la chaleur rayonnante ou lumière, il faut que les particules de sa surface soient en mouvement, et, par conséquent, qu'il en soit de même des particules situées plus profondément dans la masse.

Comme c'est un fait d'expérience que plus un corps est chaud, plus les radiations émises sont intenses, c'est-à-dire, plus les amplitudes des vibrations communiquées à l'éther sont considérables, il faut en conclure que la vitesse moyenne des mouvements des particules est d'autant plus grande que le corps est plus chaud.

Ainsi, c'est en partie au moins sous forme d'énergie actuelle, de force vive, que se trouve l'énergie calorifique. Faisons remarquer cependant, pour ne pas commettre d'inexactitudes, que dans un mouvement vibratoire des particules des corps, une partie de l'énergie doit, en général, se trouver sous forme d'énergie potentielle, comme nous l'avons vu dans l'exemple de la lame vibrante rappelée plus haut. Mais, du reste, il n'y a aucun inté-

rêt à savoir quelle est, à un moment donné, la proportion de l'une ou de l'autre des deux formes principales de l'énergie ; ce qu'il est important d'avoir établi, c'est que *la chaleur est due au mouvement insensible des particules des corps.*

Le froid absolu correspond à l'immobilité complète des particules.

On conçoit bien, d'après cela, comment le frottement, le choc, peuvent créer des vibrations calorifiques, puisque par les mêmes moyens on peut obtenir d'autres vibrations, par exemple, des vibrations sonores.

7. TRANSMISSION DE L'ÉNERGIE CALORIFIQUE. — Un corps peut perdre ou gagner de la chaleur par conductibilité ou par rayonnement, son énergie calorifique peut varier. Il n'y a pourtant là aucune exception à la loi de la conservation de l'énergie, qui veut qu'un corps conserve la même quantité d'énergie quand il ne reçoit ou n'effectue aucun travail extérieur. C'est ce qu'il n'est peut-être pas inutile de faire remarquer.

Les particules du corps chaud, pour émettre de la chaleur, font entrer en mouvement les particules du milieu qui l'entoure, en effectuant sur ces particules un travail positif, d'où diminution d'énergie pour le corps. Inversement, si les particules du milieu extérieur font entrer en vibration les particules du corps, ou augmentent l'amplitude de leurs vibrations, elles accomplissent sur le corps un travail, d'où l'augmentation d'énergie de celui-ci.

Dans tout ce qui va suivre, nous ne nous occuperons plus de ces travaux des forces particulaires qui doivent se produire dans les échanges de chaleur ; nous ne les ferons pas entrer dans l'évaluation du *travail des forces extérieures*, car il est plus simple de tenir compte des travaux de ces forces particulaires en indiquant la quantité de chaleur qui entre dans le corps ou qui en sort.

8. DE LA CHALEUR NÉCESSAIRE A UNE TRANSFORMATION. — Supposons qu'une masse déterminée d'un corps ou, plus généralement, d'un mélange de diverses substances subisse une transformation, par exemple un changement de volume, de pression [illegible]

de température, un changement d'état physique, ou encore une modification chimique. En général, il faudra fournir à cette masse ou en retirer une certaine quantité de chaleur. Désignons par Q cette quantité, en considérant Q comme positif si la chaleur entre dans la masse, comme négatif si la chaleur en sort.

D'autre part, pendant la transformation, le corps considéré accomplit généralement ou reçoit un travail extérieur. Par exemple, si son volume augmente, en repoussant les fluides environnants qui exercent une pression à sa surface, le corps fournit un travail extérieur; il reçoit au contraire un travail de ces pressions, s'il diminue de volume. Désignons par W le travail extérieur (sans faire entrer dans ce terme, comme il en a été convenu, les travaux particulaires qui sont nécessaires à l'entrée ou à la sortie de la quantité Q de chaleur par voie de rayonnement ou de conductibilité). Nous considèrerons W comme une quantité positive si le corps fournit un travail extérieur, comme une quantité négative s'il reçoit ce travail.

Désignons, en outre, par $I_1$ et $I_2$ l'énergie de la masse considérée au début et à la fin de la transformation, et par E l'équivalent mécanique de la chaleur.

S'il entre dans la masse un nombre Q de calories, son énergie calorifique augmente par là de EQ; mais, si en même temps elle fournit un travail extérieur W, il en résulte une diminution d'énergie égale à cette quantité; ce qui fait que la variation d'énergie $(I_2 - I_1)$, pendant la transformation, est égale à EQ — W; d'où l'égalité :

$$(1) \quad I_2 - I_1 = EQ - W \quad \text{ou} \quad EQ = I_2 - I_1 + W.$$

Nous venons d'établir cette relation dans le cas où Q et W sont positifs tous les deux, mais il est clair qu'un raisonnement analogue nous montrerait la généralité de la formule (1) dans le cas où Q ou W, ou tous les deux, seraient négatifs. Telle est *l'équation de l'équivalence*.

Faisons remarquer que, si le corps éprouve des frottements, l'équation de l'équivalence est encore satisfaite sans tenir compte des travaux des forces particulaires qui entrent en jeu dans le frottement, à condition de considérer la chaleur créée dans le *milieu*

*extérieur qui produit le frottement* comme de la chaleur perdue par le corps, et d'introduire cette quantité négative dans le terme Q.

**9. ÉNERGIE INTERNE.** — On appelle *énergie interne* d'une masse son énergie totale diminuée de son énergie actuelle *visible*, due à un mouvement d'ensemble de toute la masse. Par conséquent, toutes les fois que la force vive visible est nulle, $I_2$ et $I_1$ représentent l'énergie interne de la masse dans la formule (1) du paragraphe précédent.

Quand un corps reprend le même état physique, la même température et le même volume, d'où par conséquent la même force élastique, en un mot, quand il revient au même état, son énergie interne reprend la même valeur.

L'énergie interne se compose, en effet, — 1° de l'énergie calorifique ou vibratoire dont la variation entraîne une variation de température pour le corps, — 2° de l'énergie potentielle due à la situation des positions moyennes des particules vibrantes les unes par rapport aux autres. Or nous concevons les différentes modifications physiques ou chimiques que peut éprouver un corps (fusion, volatilisation, transformation allotropique ou isomérique, décomposition, etc.) comme provenant d'une variation dans la situation moyenne de ces particules, pouvant entraîner une variation de l'énergie correspondante ; mais nous ne saurions concevoir que dans deux états du corps qui sont identiques par toutes les propriétés que nous pouvons constater, cette énergie pût différer.

**10. REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE D'UNE TRANSFORMATION.** — On peut trouver des relations, parfois très importantes, entre les diverses propriétés d'un corps, en considérant les transformations successives que peut éprouver une masse déterminée de ce corps, et surtout en considérant celles qui le ramènent à un même état, de manière qu'il n'y ait pas de variation dans la valeur de l'énergie interne.

C'est Sadi Carnot (1) qui, le premier, a montré l'avantage de

(1) Sadi Carnot, ancien élève de l'École Polytechnique, était le fils de

semblables considérations. Mais on doit à Clapeyron [1] une représentation géométrique fort commode pour indiquer la manière dont s'effectue la transformation.

Considérons une masse déterminée d'un corps homogène à température uniforme et telle que les pressions intérieures s'équilibrent. Supposons d'abord que ce corps conserve le même état physique; on peut regarder alors sa température et ses autres propriétés comme une fonction de deux variables indépendantes, *son volume* et *sa force élastique*, en désignant ainsi la pression uniforme qu'exerce le corps sur l'unité de surface du milieu qui l'entoure [2].

Ainsi, pour un gaz parfait, en représentant par $t$ sa température, par $v$ son volume, par $p$ sa force élastique, par $\alpha$ le coefficient de dilatation des gaz parfaits, enfin, par $m$ une constante, on a la relation :

$$\frac{pv}{1+\alpha t}=m$$

On peut faire varier indépendamment l'une de l'autre les deux quantités $p$ et $v$; il en résultera généralement, une variation pour la température $t$ et, par conséquent, pour les autres propriétés du gaz.

Si pour les gaz loin de l'état parfait, pour les liquides et pour les solides, la fonction du volume et de la force élastique qui représente la température est mal connue en général, cette fonction n'en existe pas moins.

Supposons maintenant qu'une masse déterminée d'une substance soit en partie dans un certain état physique, en partie

Carnot qui a joué un si grand rôle sous la République et sous l'Empire. Son remarquable ouvrage intitulé « Réflexions sur la puissance motrice du feu » a été publié en 1824.

(1) Benoît-Paul-Emile Clapeyron, membre de l'Institut, né à Paris le 26 février 1799, est mort le 28 janvier 1864.

(2) Il est clair qu'on pourrait choisir deux autres variables indépendantes, par exemple le volume et la température, ou la force élastique et la température, ou encore le volume et l'énergie interne; ces choix peuvent être commodes dans certains cas.

dans un autre état, par exemple qu'elle soit en partie solide et en partie liquide, ou encore en partie liquide et en partie gazeuse, mais supposons toujours qu'elle présente une température et une force élastique uniformes. Dans ce cas, comme nous le savons, le mélange des deux états physiques du corps, pour une même force élastique, possède une température déterminée ; la température n'est donc fonction que de la quantité $p$ et est indépendante de $v$. Mais, comme le *volume spécifique* (volume de l'unité de masse) n'a pas la même valeur pour le corps dans les deux états physiques, le volume $v$ de la masse totale nous fait connaître la quantité du corps qui se trouve sous l'un ou sous l'autre état physique. L'état de la masse considérée est donc aussi parfaitement défini par la connaissance de $p$ et de $v$.

Il en est encore ainsi dans plusieurs autres cas.

Dans l'un ou l'autre de ces cas, pour représenter graphiquement l'état de la masse, il suffit dès lors de porter en abscisse la valeur $v$ du volume, et en ordonnée la valeur $p$ de la force élastique. Le point M (fig. 268), dont les coordonnées sont $v$ et $p$, est le *point figuratif* de l'état du corps. Quand cet état varie d'une façon continue, le point M décrit une ligne qui représente la manière dont s'effectue la transformation.

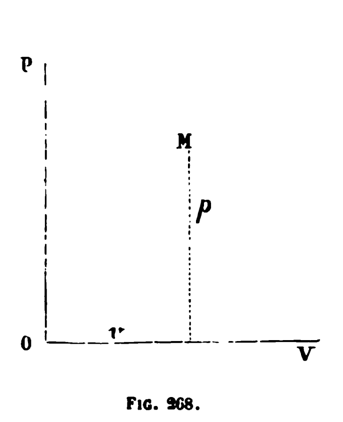


Fig. 268.

Ainsi, si la transformation se fait sans changement de volume, la ligne a pour équation :

$$v = \text{constante}.$$

C'est une parallèle à l'axe des ordonnées (fig. 269).

Si, au contraire, la transformation se fait à pression constante, la ligne représentative a pour équation :

$$p = \text{constante}.$$

C'est une parallèle à l'axe des abscisses (fig. 270).

Quand la transformation se fait à température constante, la ligne représentative s'appelle une ligne *isotherme* (¹).

Ainsi, pour un gaz parfait, si $t$ est constant, on a, en vertu de la loi de Mariotte :

$$pv = m(1 + \alpha t) = \text{constante}.$$

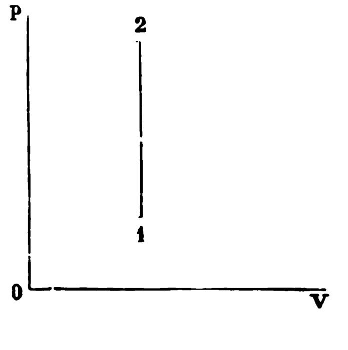


Fig. 269.

On reconnaît là l'équation d'une hyperbole équilatère ayant pour asymptotes les axes de coordonnées (fig. 271) : une transformation d'un gaz parfait à température constante a donc pour ligne représentative une portion d'hyperbole. Pour chaque température, la constante ayant une valeur particulière, l'hyperbole est différente, et plus la température est élevée, plus son sommet est écarté de l'origine O.

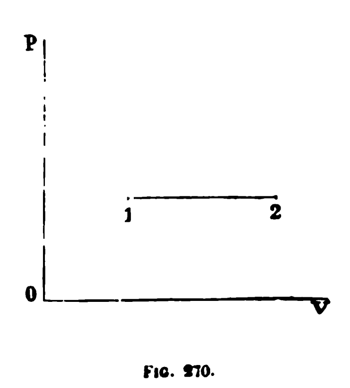
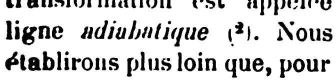


Fig. 270.

Si la transformation s'opère sans qu'on communique de chaleur à la masse et sans qu'on en retire, comme cela pourrait avoir lieu si le corps considéré était enfermé dans une enveloppe imperméable à la chaleur, la ligne représentative de la transformation est appelée ligne *adiabatique* (²). Nous établirons plus loin que, pour



(1) De ἴσος égal, et de θερμός chaud.

(2) De ἀδιάβατος impénétrable. — Dans tout ce qui suit, nous réservons le nom de *ligne adiabatique* à la ligne décrite par le point figuratif dans une

les gaz parfaits, les lignes adiabatiques ont pour équation :

$$pv^{\frac{C}{c}} = \text{constante}$$

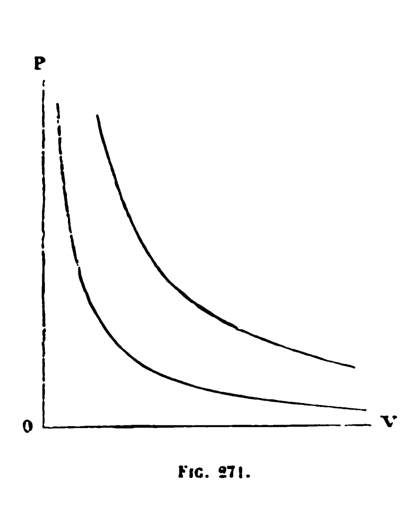


FIG. 271.

C étant la chaleur spécifique du gaz à pression constante, et $c$ sa chaleur spécifique à volume constant.

Si le corps, après être parti d'un certain état A, revient exactement à cet état, la ligne qui représente sa transformation est fermée (fig. 272); on dit alors que le point figuratif a décrit un *cycle fermé* (1).

Quand il en est ainsi, la variation d'énergie interne est nulle, et si le corps reste au repos ou reprend à la fin la même force vive visible qu'au commencement, la variation de son énergie totale est nulle. Aussi $I_2 - I_1$ étant nul, l'équation de l'équivalence se réduit à $EQ = W$.

Si Q est positif, *la chaleur fournie au corps est employée uniquement à effectuer le travail extérieur total* (2) *qu'il accomplit*

transformation effectuée *d'une manière réversible* sans échange de chaleur (voir § 131). Si la transformation n'est pas reversible, en effet, il ne suffit pas de dire qu'elle se produit sans échange de chaleur pour définir l'équation de la ligne représentative.

(1) Souvent, par extension, on dit que le corps a décrit une certaine ligne, ou a décrit un cycle fermé, pour dire que son point figuratif a décrit cette ligne ou ce cycle fermé. C'est plus bref, et il ne saurait en résulter aucune confusion.

(2) Nous entendons par travail total la somme algébrique du travail fourni (*positif*) et du travail reçu (*négatif*).

*pendant sa transformation*; si Q est négatif, *la chaleur cédée par le corps provient uniquement du travail extérieur total qu'il reçoit pendant sa transformation.*

Donnons un exemple d'un cycle fermé qui nous sera utile plus loin.

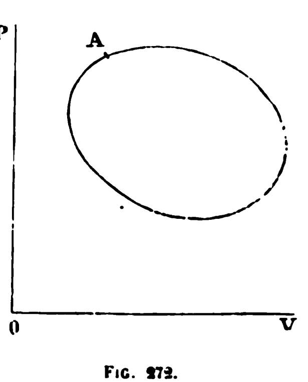


FIG. 272.

Supposons qu'un corps éprouve une augmentation de volume sans changement de température : le point figuratif de son état décrira une portion de ligne isotherme AB (fig. 273). A partir de l'état B, faisons varier le volume du corps de manière que sa température s'abaisse, mais sans lui fournir de chaleur ni lui en retirer : le point figuratif décrira une portion de ligne adiabatique BB'. Comprimons maintenant le corps tout en maintenant cette nouvelle température constante : le point figuratif décrira une portion B'A' d'une seconde ligne isotherme à une température $t'$ plus basse que la première $t$. Arrêtons-nous sur cette isotherme en un point A' tel que, sans fournir de la chaleur au corps ni lui en retirer, nous puissions l'amener à l'état primitif A : dans cette quatrième partie de la transformation, le point figuratif décrira une partie A'A d'une ligne adiabatique

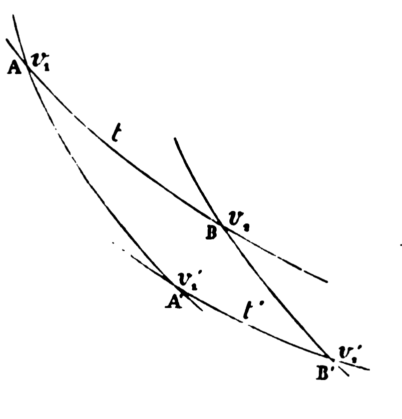


FIG. 273.

Ce cycle, composé de deux isothermes AB et B'A' et de deux adiabatiques BB' et A'A, a été considéré par Carnot et porte son nom.

**11. ÉVALUATION DU TRAVAIL EXTÉRIEUR.** — Bien souvent, dans les problèmes de thermodynamique, la valeur du travail extérieur se réduit au travail qu'accomplit la masse quand, en augmentant de volume, elle repousse le milieu extérieur qui exerce une pression à sa surface (*détente*), ou inversement au travail qu'elle reçoit quand son volume diminue.

Supposons que les pressions extérieures soient normales à l'élément de surface pressé, comme cela aura lieu si le corps considéré ou si le milieu qui l'entoure est fluide.

Dans ce cas la valeur du travail extérieur est aisée à calculer.

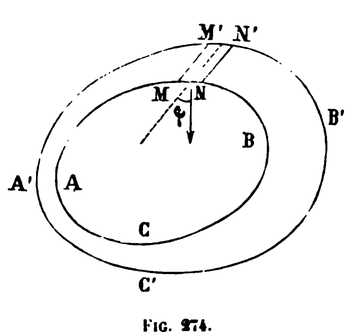


FIG. 274.

Désignons, en effet, par P la valeur de la pression par unité de surface, cette pression P étant constante pour toute la surface de la substance considérée. Soit $v$ le volume ABC de celle-ci (fig. 274). Supposons qu'il augmente d'une très faible quantité $\Delta v$ et devienne A'B'C'. Soit MN la position d'un élément de la surface, d'aire $s$, avant le déplacement, et M'N' sa position après le déplacement. La figure MNM'N' peut se considérer comme un cylindre dont l'axe (droite joignant le centre de gravité des deux bases) est d'une longueur $\varepsilon$ très petite et fait un certain angle $\varphi$ avec la direction de la normale. Son volume $u$ est donné par :

$$u = s\varepsilon \cos \varphi$$

Or le travail accompli par la pression normale $Ps$ qui s'exerce sur l'élément est :

$$\Delta W = -Ps\varepsilon \cos \varphi = -Pu$$

et la somme des travaux des pressions est donné par :

$$\sum (-Pu) = -P\sum u = -P\Delta v$$

Il est clair que cette expression est générale, quel que soit le signe de $\Delta v$.

Or le travail fourni par le corps ne diffère du travail des pressions que par le signe ; on a donc, en appelant $\Delta W$ le travail fourni pendant la variation de volume $\Delta v$ :

$$(1) \qquad \Delta W = P\Delta v$$

Supposons maintenant que le corps considéré soit toujours, à très peu près, en équilibre de pression avec le milieu extérieur [1], c'est-à-dire que $p = P$, l'expression (1) devient alors :

$$(2) \qquad \Delta W = p\Delta v \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta W}{\Delta v} = p$$

$p$ étant toujours positif, le travail $\Delta W$ est du signe $\Delta v$.

Cette égalité est d'autant plus exacte que $\Delta v$ est plus petit. Or, nous pouvons considérer le travail extérieur W, accompli ou reçu pendant une transformation déterminée, comme une fonction du volume $v$ ; l'égalité (2) devenant rigoureuse, quand $\Delta v$ et, par conséquent, $\Delta W$ tendent vers zéro, et la limite du rapport $\frac{\Delta W}{\Delta v}$ étant la dérivée $W'_v$ du travail, l'on a dès lors, en toute rigueur :

$$(3) \qquad W'_v = p$$

(1) Un corps ne peut augmenter de volume que si sa force élastique est supérieure à celle du milieu environnant; il ne peut diminuer de volume que si sa force élastique est inférieure. Mais les différences peuvent être extrêmement faibles et l'on peut avoir à très peu près $p = P$.

D'après cela, il est facile de voir que le travail extérieur correspondant à une transformation représentée par une ligne AB (fig. 273) a une valeur égale à celle de l'aire S du quadrilatère AB*ba*, compris entre la ligne AB, les deux ordonnées extrêmes A*a* et B*b*, et la ligne des abscisses.

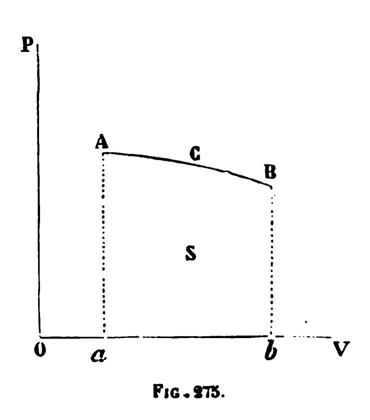


FIG. 273.

En effet, S étant une fonction de l'abscisse *v*, on sait que sa dérivée est égale à l'ordonnée de la courbe ; on a donc :

$$S'_v = p$$

d'où :

$$W'_v = S'_v$$

Par conséquent, en remontant aux fonctions primitives, on a :

$$W = S + \text{constante}$$

Mais la constante a une valeur nulle, puisque, quand B*b* se confond avec A*a*, W et S sont nuls l'un et l'autre ; on a donc

$$W = S$$

Si nous considérons toujours S en valeur absolue, on voit que l'on a $W = + S$ si le volume augmente, c'est-à-dire si le point figuratif va sur la figure de A vers B. On a, au contraire, $W = - S$ si le volume diminue, c'est-à-dire si le point figuratif va de B vers A.

Supposons que le point figuratif décrive un cycle fermé ABCD

(fig. 276); menons les ordonnées A*a* et C*c* correspondant au volume minimum O*a* et au volume maximum O*c*. Considérons d'abord le cas où le cycle est décrit, à partir d'un point quelconque B, dans le sens BCDA. Le travail extérieur, en allant de B à C, est égal à + aire BC*cb*; le travail, en allant de C à A, est égal à — aire CA*ac*; enfin le travail, en allant de A à B, est + aire AB*ba*. Le travail extérieur total W correspondant à la transformation représentée par le cycle est donc :

FIG. 276.

$$W = + \text{aire } BCcb - \text{aire } CAac + \text{aire } ABba = + \text{aire } ABCD$$

*Le travail extérieur est positif, et a pour valeur l'aire du cycle.*

Mais si la transformation est telle que le même cycle soit décrit dans le sens BADC, inverse du précédent, on a :

$$W = - \text{aire } ABba + \text{aire } CAac - \text{aire } BCcb = - \text{aire } ABCD$$

*Le travail extérieur est négatif, et a pour valeur absolue l'aire du cycle.*

On voit que le travail est positif ou négatif, suivant que l'augmentation de volume a lieu pour des forces élastiques supérieures ou inférieures à celles qui correspondent à la diminution de volume.

Si $P \lessgtr p$, cette évaluation du travail extérieur n'est plus exacte.

Dans le cas où la force élastique extérieure P est supérieure à la force élastique $p$ du corps, le volume de celui-ci diminue

nécessairement ; alors le travail extérieur est négatif et supérieur en valeur absolue à celui que recevrait le corps pour la même transformation s'il y avait égalité entre les forces élastiques.

Si au contraire P est inférieur à $p$, le volume du corps augmente nécessairement : le travail extérieur est positif et inférieur à celui que fournirait le corps si les forces élastiques étaient égales.

On peut avoir un exemple de l'un et l'autre cas en considérant deux masses gazeuses primitivement séparées dans deux vases distincts et sous des pressions différentes. Si, en ouvrant un large robinet, on les fait communiquer, l'un des gaz se détend, l'autre se comprime, les deux forces élastiques n'étant égales qu'à la fin de l'opération.

Il résulte de ce qui précède que, si le corps décrit un cycle dans une transformation où il n'y a pas constamment égalité entre P et $p$, le travail extérieur W est toujours inférieur à ce qu'il serait dans le cas de l'égalité, puisque dans la période de compression, le travail négatif est plus grand en valeur absolue, et que dans la période de détente le travail positif est plus petit.

**12. DE LA CHALEUR DÉGAGÉE DANS UNE TRANSFORMATION INVERSE.** — Supposons qu'un corps subisse une transformation représentée par une ligne ACB (fig. 277). Appelons Q la quantité de chaleur nécessaire à cette transformation, $I_1$ l'énergie interne pour la position initiale A du point figuratif, $I_2$ l'énergie interne pour la position finale B, et $W_1$ le travail extérieur fourni par le corps. S'il n'y a pas de variations dans la force vive sensible du corps due à un mouvement d'ensemble qu'il pourrait posséder, on a :

$$(1) \qquad EQ = I_2 - I_1 + W_1$$

Si maintenant le corps reprend son premier état, on a, en désignant par $W_2$ le travail extérieur dans cette seconde transformation et par Q′ la quantité de chaleur nécessaire :

$$(2) \qquad EQ' = I_1 - I_2 + W_2$$

On tire des égalités (1) et (2) :

$$E(Q + Q') = W_1 + W_2$$

Si les travaux extérieurs sont égaux et de signes contraires, on a $Q = -Q'$ : *la quantité de chaleur nécessaire à une transformation est alors égale et de signe contraire à celle qui est nécessaire pour le retour au premier état.*

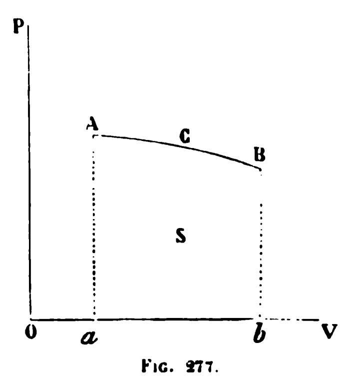


FIG. 277.

C'est une proposition qu'on admet en général comme évidente en calorimétrie. Ainsi, s'il se détruit 80 calories quand 1 gramme d'eau à 0° passe de l'état solide à l'état liquide, on admet qu'il se produit 80 calories dans le passage de 1 gramme d'eau à 0° de l'état liquide à l'état solide. On voit pourtant que cette proposition n'est vraie, en toute rigueur, que sous la réserve indiquée ci-dessus.

On a toujours $W_1 = - W_2$, et la proposition précédente s'applique rigoureusement, dans le cas où, les travaux extérieurs se réduisant à ceux des pressions, il y a constamment égalité entre la force élastique du corps et celle du milieu extérieur, et où les transformations sont telles que l'une soit exactement l'inverse de l'autre ; c'est-à-dire telles que si la première est représentée par la ligne ACB, la seconde le soit par la ligne BCA. On a, en effet, dans ce cas :

$$W_1 = + \text{aire } ABba \quad \text{et} \quad W_2 = - \text{aire } ABba$$

**13. TRANSFORMATION RÉVERSIBLE.** — On dit qu'une transformation *est effectuée d'une manière réversible* quand le corps peut revenir à son état primitif en suivant en sens inverse les mêmes phases successives, la température et la pression extérieures repassant aussi par les mêmes valeurs, et en cédant dans cha-

que phase une quantité de chaleur égale à celle qui lui a été fournie dans la phase correspondante de la première transformation, ou *vice versâ*. La transformation est *effectuée d'une manière non réversible* dans le cas contraire.

Si nous ne considérons que des phénomènes thermiques et mécaniques, si nous laissons de côté, par exemple, l'échauffement que peut produire dans un corps la décharge d'une batterie ou le passage d'un courant électrique, nous pouvons reconnaitre que pour qu'une transformation soit effectuée d'une manière réversible il faut que la température du corps et sa force élastique soient constamment égales à la température et à la force élastique du milieu environnant, et, en outre, que le corps n'éprouve aucun frottement, ni aucun choc.

En effet, si le corps est plus chaud que le milieu environnant il lui cèdera de la chaleur dans la transformation directe, et il ne pourra lui en reprendre dans la transformation inverse : la transformation n'est pas effectuée d'une manière réversible. Pour des raisons analogues, la transformation est effectuée d'une manière non réversible, si le corps est plus froid que le milieu environnant.

Si la force élastique du corps est supérieure à celle du milieu ambiant, le corps se détendra, et il ne pourra diminuer de volume dans la transformation inverse, si les conditions de pressions extérieures restent les mêmes : la transformation est encore effectuée d'une manière non réversible. Il en est de même si la force élastique du corps est inférieure à celle du milieu extérieur.

Enfin si le corps éprouve des frottements ou des chocs qui créent de la chaleur, la transformation inverse ne peut avoir lieu dans les mêmes circonstances extérieures, car le corps ne pourrait recevoir alors une quantité de chaleur égale à celle qui a été créée par les frottements ou par les chocs et qu'il a cédée dans la transformation directe.

Il est clair qu'une transformation ne peut jamais être effectuée d'une manière réversible en toute rigueur. En effet, si les températures du corps et du milieu ambiant étaient exactement les mêmes, le corps ne pourrait ni perdre ni gagner de chaleur ; si les forces élastiques étaient exactement les mêmes,

le corps ne pourrait pas varier de volume ; le volume et la quantité de chaleur ne variant pas, les autres propriétés resteraient les mêmes : il n'y aurait pas transformation. On voit aussi qu'il est impossible que, pendant une transformation, la température et la force élastique soient exactement les mêmes dans toute l'étendue d'un corps.

Mais la manière réversible est un cas limite de la manière réelle d'effectuer une transformation. On conçoit qu'une très légère différence de température ou de force élastique suffise à produire un échange de chaleur, ou à permettre au volume de varier, et qu'on puisse approcher de plus en plus des conditions nécessaires pour que la transformation soit effectuée d'une manière réversible. Si, en effet, dans une transformation ACB (fig. 277), il y a eu à peu près égalité entre les températures et entre les forces élastiques du corps et du milieu ambiant, on pourra, sans changer grand'chose à la température et à la force élastique extérieure, faire repasser le corps par les mêmes états successifs, en sens inverse, de façon que le point figuratif décrive la même ligne dans le sens BCA. S'il y a eu dilatation dans la première transformation, la force élastique du corps était très légèrement supérieure à celle du milieu extérieur; on produira la transformation inverse en rendant celle-ci, à son tour, très légèrement supérieure, ce qui n'entraînera qu'un faible changement dans sa valeur. S'il y a eu absorption de chaleur dans le premier cas, il a fallu que la température du corps fût un peu plus faible que celle du milieu environnant; on obtiendra la transformation inverse en rendant celle-ci un peu plus grande à son tour, ce qui ne changera que très peu sa valeur.

Très souvent, pour abréger, on dit que la *transformation est réversible* ou *n'est pas réversible*. Ce n'est là qu'une ellipse de langage : il n'y a pas de transformation qui soit par elle-même réversible ou non réversible. Car, étant donnée une transformation représentée par une ligne déterminée, on peut très bien supposer que le point figuratif ait décrit celle-ci dans des conditions telles qu'il y ait toujours eu égalité entre les températures et les forces élastiques intérieures et extérieures, et sans qu'il y ait eu de frottements ou de chocs, auquel cas la transformation

aurait été effectuée d'une façon réversible ; ou bien, au contraire, on peut concevoir qu'une de ces conditions ou plusieurs n'aient pas été constamment satisfaites, auquel cas la même transformation aurait été effectuée d'une manière non réversible.

Quand une transformation représentée par un cycle fermé est effectuée d'une façon réversible (quand le cycle *est réversible*, et qu'il n'y a d'autres forces extérieures capables de produire un travail que les pressions, l'aire de ce cycle donne la valeur du travail extérieur accompli, et, en la divisant par l'équivalent mécanique de la chaleur, on a le nombre de calories nécessaires à la transformation.

Nous verrons mieux encore, dans le chapitre consacré à la loi de Carnot, l'utilité de cette distinction entre les transformations réversibles et non réversibles.

---

# CHAPITRE XIV

## ÉNERGIE DES GAZ

1. **DE L'ÉNERGIE D'UNE MASSE GAZEUSE.** — On doit à M. Joule la loi suivante :

*L'énergie interne d'une masse gazeuse reste constante à la même température, quel que soit son volume*, quelle que soit aussi, par conséquent, sa force élastique.

La loi de Joule est pour l'étude des gaz une loi aussi fondamentale que celles de Mariotte et de Gay-Lussac ; nous devons donc insister sur sa démonstration.



FIG. 278.

C'est vers 1845 que M. Joule a fait les expériences qui permettent d'établir cette loi, et que nous allons rapporter.

Deux vases A et A' en laiton (fig. 278) sont contenus chacun dans un calorimètre C et C' dont ils occupent la plus grande partie, n'étant entourés que d'une

faible masse d'eau. Ces deux vases peuvent communiquer entre eux par un tube pourvu d'un robinet R ; ce tube de communication est lui-même plongé dans un petit calorimètre D.

Le robinet R étant fermé, on comprimait de l'air dans le vase A sous une pression d'une vingtaine d'atmosphères, et l'on raréfiait beaucoup l'air du vase A'. Après avoir noté la température de l'eau des calorimètres, on ouvrait le robinet R ; le gaz de A se précipitait dans le vase A' : il y avait détente en A, compression en A'. Aussi observait-on que la température de l'eau du calorimètre C baissait, tandis que la température s'élevait en C'.

C'était là un fait bien connu (1) ; mais M. Joule trouva que *la quantité de chaleur détruite en* A *était égale à la quantité de chaleur créée en* A' ; la quantité de chaleur créée ou détruite dans le calorimètre D était, du reste, insignifiante.

Une autre expérience, faite auparavant par M. Joule, montre encore mieux que la quantité de chaleur détruite dans la détente est égale à la quantité de chaleur créée dans la compression. Cette expérience ne diffère de la précédente qu'en ce que les deux vases A et A', ainsi que le tube de communication, sont plongés dans l'eau d'un même calorimètre (fig. 279). *On n'observe aucune variation dans la température de cette eau*



Fig. 279

(1) Déjà, auparavant, Gay-Lussac avait montré qu'en faisant communiquer un ballon plein d'air comprimé avec l'intérieur d'un second ballon de même capacité et contenant de l'air raréfié, l'abaissement de température dû à la détente de l'air dans le premier ballon était égal à l'élévation de température due à la compression dans le second ballon.

*après l'ouverture du robinet* qui permet la détente dans un vase et la compression dans l'autre [1].

Considérons cette dernière expérience. Nous avons un système de deux masses d'air, possédant d'abord la même température pour des forces élastiques très différentes. Après l'ouverture du robinet leur force élastique a varié, et, au bout d'un instant, l'ensemble des deux masses a repris la même température qu'avant la communication, sans que l'eau du calorimètre leur ait pris ou ôté de la chaleur, puisque sa température n'a pas varié, d'après le résultat de l'expérience. D'autre part, pendant la transformation des masses gazeuses, le travail des forces extérieures a été nul, puisqu'elles sont restées emprisonnées dans un vase à parois inextensibles. Par conséquent, dans la formule de l'équivalence

$$EQ = I_2 - I_1 + W$$

appliquée à la transformation qu'éprouve l'ensemble des deux masses, nous devons faire $Q = 0$ et $W = 0$; d'où $I_2 = I_1$ : l'énergie des deux masses n'a pas varié.

Ce que nous venons de dire subsiste quelles que soient les dimensions relatives des vases A et A', et quelque faible que soit la force élastique de l'atmosphère primitivement contenue dans le vase A'. Il en est donc encore de même quand le vide parfait existe d'abord dans le vase A'. On voit par là que l'énergie de la masse gazeuse contenue primitivement dans A reste après la détente ce qu'elle était avant : ainsi *à une même température l'énergie interne d'une masse gazeuse est indépendante de ses autres propriétés physiques.* C'est la loi de Joule.

Du reste, quand on élève la température d'un gaz à volume constant, c'est-à-dire sans qu'il accomplisse de travail extérieur, il faut lui fournir de la chaleur ; l'équation de l'équivalence, qui se réduit alors à $EQ = I_2 - I_1$, montre que son énergie augmente.

Ainsi *l'énergie d'une masse gazeuse ne dépend que de sa température et croît avec celle-ci.*

(1) Ces expériences de M. Joule ont été reprises et confirmées par Regnault.

Nous allons trouver facilement maintenant la raison des variations de température qu'éprouve un gaz par sa détente ou par sa compression.

Si un gaz est comprimé, il reçoit un travail des pressions extérieures qui diminuent son volume; si la chaleur ne peut sortir du gaz, Q étant nul et W ayant une valeur négative dans l'équation de l'équivalence, il en résulte que $I_2$ est plus grand que $I_1$ : l'énergie interne du gaz doit avoir augmenté sous l'influence du travail extérieur. Or, la loi de Joule nous apprend qu'il en résulte nécessairement une élévation de température pour le gaz.

Réciproquement si une masse de gaz se détend en refoulant le fluide qui exerce une pression à sa surface, le travail extérieur W a une valeur positive, et si nous supposons toujours que la chaleur ne peut ni entrer dans le gaz ni en sortir, l'équation de l'équivalence nous montre que l'énergie interne du gaz doit diminuer d'une quantité égale au travail extérieur accompli : par conséquent la température du gaz doit baisser.

Pourtant si le gaz se détend dans le vide, il n'y a aucun travail extérieur accompli, l'énergie et, par conséquent, la température du gaz ne diminue pas. C'était le cas de l'une des expériences de M. Joule : les deux vases étaient contenus dans le même calorimètre; l'un A renfermait de l'air sous 22 atmosphères, l'autre A' avait été purgé d'air aussi complètement que possible; comme nous l'avons déjà dit, la température de l'eau du calorimètre ne varia pas quand on eut établi la communication entre les deux vases. Mais, si dans l'expérience les vases étaient dans des calorimètres distincts, on constatait que A se refroidissait et que A' s'échauffait. En effet, pendant le passage de A dans A', la masse d'air contenue dans A exerçait un travail sur celle qui était déjà passée dans A', et, en outre, son énergie interne se transformait partiellement en énergie actuelle sensible correspondant au mouvement de la masse d'air qui pénétrait dans A' : d'où le refroidissement de A. Inversement, la masse d'air qui se trouvait, à un moment donné, dans A', était comprimée par celle qui arrivait, et, en outre, la force vive des particules gazeuses lancées dans A' se transformait en énergie interne par les chocs et les frottements : d'où l'élévation de température.

**2. EXPÉRIENCE DE MM. W. THOMSON ET JOULE.** — L'expérience de M. Joule que nous venons de rapporter est simple comme celle du tube de Mariotte, comme celle du ballon de Gay-Lussac, comme toutes les expériences qui ont servi à établir les grandes lois de la Physique.

Mais aussi, pas plus que ces dernières, elle n'est une expérience de haute précision. Malgré la précaution d'entourer de très peu d'eau les vases A et A', la capacité calorifique du calorimètre est nécessairement très grande par rapport à celle de la masse gazeuse, ce qui ne permet pas de voir si une très faible quantité de chaleur n'est pas créée ou détruite par la détente du gaz.

Nous savons que les lois de Mariotte et de Gay-Lussac ne sont que des lois limites qu'aucun gaz ne suit rigoureusement, mais auxquelles ils obéissent d'autant mieux qu'ils se trouvent dans des conditions plus éloignées de celles qui sont nécessaires à leur liquéfaction. Nous devons nous demander s'il n'en est pas de même de la loi de Joule.

C'est à quoi ont répondu des expériences faites par MM. Joule et W. Thomson, effectuées par une méthode susceptible d'une précision beaucoup plus grande que la précédente, et dont l'idée est due à Sir W. Thomson.

En voici le principe.

Supposons qu'un gaz circule avec un débit constant dans un tuyau qui présente en un point de son trajet une cloison poreuse. De part et d'autre de cette cloison, les forces élastiques sont différentes, et d'autant plus que la vitesse d'écoulement est plus grande et que l'issue offerte au gaz par les pores de la cloison est plus faible. Du reste, en prenant une cloison à pores suffisamment étroits, on peut toujours arriver à avoir des forces élastiques sensiblement constantes dans l'une et l'autre partie du tuyau.

Une masse gazeuse, en traversant la cloison, éprouve ainsi une diminution de force élastique, et, par conséquent, une augmentation de volume.

Considérons à un certain moment la masse de gaz contenue entre deux sections AB et CD du tuyau, comprenant entre elles la cloison poreuse P (fig. 280). Au bout d'un certain temps

elle occupera l'espace compris entre deux autres sections A'B' et C'D', et nous prendrons ce temps assez petit pour que ces sections comprennent encore entre elles la cloison poreuse.

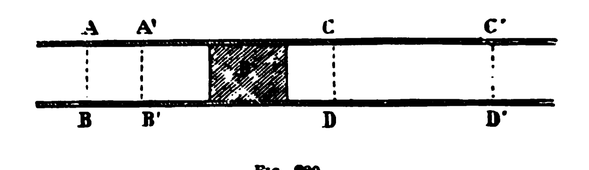



FIG. 280.

En passant de la position AB CD à la position A'B' C'D' la masse de gaz peut avoir subi une augmentation d'énergie interne que nous représenterons par $\Delta_1 I$. Supposons maintenant que la substance dont est formée le tuyau soit assez mauvaise conductrice pour ne pouvoir ni prendre ni céder de la chaleur à la masse de gaz située dans le voisinage de la cloison ; il est aisé alors de calculer la variation d'énergie $\Delta_1 I$ de la masse gazeuse, car la relation de l'équivalence donne dans ce cas, en supposant une vitesse d'écoulement assez faible pour pouvoir négliger la variation de force vive sensible qui résulte du passage à travers la cloison :

$$(1) \qquad 0 = \Delta_1 I + W$$

W étant le travail accompli par la masse de gaz en passant de la position AB CD à la position A'B' C'D'. Or, désignons par $V_1$ le volume compris entre AB et A'B', et par $P_1$ la force élastique du gaz avant la cloison ; désignons de même par $V'_2$ le volume compris entre CD et C'D', et par $P_2$ la force élastique après la cloison ; le travail W fourni par la masse de gaz est, comme nous le savons, donné par

$$(2) \qquad W = P_2 V'_2 - P_1 V_1$$

Nous avons donc :

$$(3) \qquad \Delta_1 I = P_1 V_1 - P_2 V'_2$$

Or, il est évident que l'énergie et la masse de la quantité de

gaz contenu au commencement du temps considéré entre A'B' et CD est la même que l'énergie et la masse de la quantité de gaz qui est contenue entre ces deux mêmes sections A'B' et CD au bout de ce temps, puisque le régime d'écoulement est supposé régulier ; par conséquent, $\Delta_1 I$ est égale à l'accroissement d'énergie que présente la masse de gaz comprise primitivement entre AB et A'B' et occupant alors un volume $V_1$ en possédant une force élastique $P_1$, quand celle-ci arrive entre CD et C'D' et possède alors un volume $V'_2$ une force élastique $P_2$.

Désignons maintenant par $\theta$ la variation de température que peut subir la masse gazeuse en traversant la cloison poreuse, en considérant $\theta$ comme positif s'il y a élévation de température, comme négatif dans le cas contraire. Si nous voulons ramener la masse gazeuse comprise entre CD et C'D' à la température qu'elle possédait quand elle était contenue entre AB et A'B', tout en lui conservant la même force élastique $P_2$, il faudra lui enlever une quantité de chaleur égale à $pC\theta$, en appelant $p$ sa masse et C la chaleur spécifique vraie du gaz à pression constante $P_2$. Il en résultera pour la masse un changement de volume ; celui-ci, qui était $V'_2$, deviendra $V_2$, et cette masse accomplira un nouveau travail extérieur égal à $P_2(V_2 - V'_2)$. En appelant $\Delta_2 I$ la variation d'énergie interne qu'éprouve la masse par suite de cette variation de température, le principe de l'équivalence dans la relation :

$$(4) \qquad - EpC\theta = \Delta_2 I + P_2(V_2 - V'_2)$$

d'où :

$$(5) \qquad \Delta_2 I = - EpC\theta - P_2(V_2 - V'_2)$$

Ainsi, la masse $p$ du gaz considéré éprouve, en passant de la force élastique $P_1$ à la force élastique $P_2$, à la même température, une variation d'énergie interne $\Delta I$ égale à $\Delta_2 I + \Delta_1 I$, donnée, par conséquent, par la relation :

$$\Delta I = - EpC\theta - P_2(V_2 - V'_2) + P_1 V_1 - P_2 V'_2$$

ou

$$(6) \qquad \Delta I = -EpC\theta + P_1V_1 - P_2V_2$$

$\Delta I$ représentant la variation d'énergie interne de la masse gazeuse *à la même température* quand cette masse passe du volume $V_1$ au volume $V_2$, cette quantité doit être nulle si la loi de Joule est exacte.

Or, discutons la formule (6).

Supposons d'abord que le gaz qui s'écoule obéisse exactement à la loi de Mariotte ; on a alors :

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

et l'équation (6) devient :

$$\Delta I = -EpC\theta$$

Donc, si l'expérience constate que $\theta$ est nul, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune variation de température pour le gaz en traversant la cloison, $\Delta I$ est nul aussi : ce gaz obéit à la loi de Joule. Si, au contraire, $\theta$ est négatif, c'est-à-dire si le gaz est plus froid après avoir traversé la cloison, $\Delta I$ est positif : le gaz augmente d'énergie à la même température en augmentant de volume. Ce serait l'inverse s'il y avait élévation de température.

Si maintenant, le gaz n'obéit pas exactement à la loi de Mariotte, l'égalité (6), qui peut s'écrire

$$(7) \qquad \Delta I = -EpC\theta + P_2V_2\left(\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1\right)$$

nous fait connaître encore $\Delta I$, puisque les expériences de Regnault donnent la valeur de $\frac{P_1V_1}{P_2V_2}$ (voir L. III, Chap. III, § 10), pourvu qu'on ait mesuré $\theta$, $P_1$ et $P_2$.

Voilà une expérience susceptible d'une grande exactitude, car ici la chaleur créée ou détruite par le changement d'état du gaz

se traduit par une variation de température de la faible masse de celui-ci et non de la masse beaucoup plus considérable de l'eau d'un calorimètre.

MM. Joule et Thomson, après plusieurs essais, ont, en 1854, réalisé de la façon suivante l'expérience dont nous venons de donner le principe.

Le gaz était comprimé régulièrement à l'aide d'une pompe mue par une machine à vapeur, dans un long tuyau de cuivre, s'enroulant en serpentin à l'intérieur d'un vase plein d'eau, qui servait à lui donner une température connue. L'extrémité de ce tube se redressait verticalement (fig. 281) et se terminait par un cylindre de buis *bb* corps très mauvais conducteur de la chaleur, séparé en outre de l'eau du vase par un large cylindre d'étain *hh* rempli de coton. La cloison poreuse *c* était formée de bourre de soie ou de coton comprimée à l'intérieur d'un second cylindre de buis s'engageant dans le premier cylindre et fermé en haut et en bas par deux plaques de cuivre criblées de trous *pp'* (1). Le cylindre se terminait au dessus de cette cloison par un tube de verre du même calibre pour laisser voir le thermomètre *t* donnant la température du gaz à sa sortie. Ce tube débouchait généralement dans l'atmosphère; la force élastique $P_2$ était alors donnée par le baromètre. Un petit manomètre à air comprimé fournissait la valeur de la force élastique $P_1$ de l'air contenu dans le serpentin.

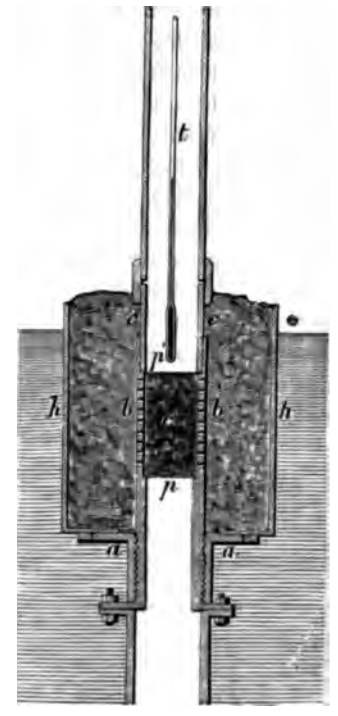


FIG. 281.

Pour faire une expérience, on faisait fonctionner la pompe avec

(1) Ce petit cylindre avait 6,8 cent. de hauteur et 3,8 cent. de diamètre.

la plus grande régularité pendant près de deux heures avant de faire les observations. On prenait, en effet, pour la température du gaz, la température de l'eau qui entourait le tube; or, des expériences préliminaires avaient montré que les variations de force élastique dans ce tube déterminaient des oscillations de la température du gaz qui mettaient très longtemps à disparaître; il fallait éviter absolument une semblable cause d'erreur.

Cette précaution prise, les observations consistaient simplement à noter de deux minutes et demie en deux minutes et demie, la température de l'eau du vase et celle du thermomètre $t$ ainsi que la force élastique de l'air du serpentin.

Voici quels furent les résultats :

1° Tous les gaz se refroidissaient en traversant la cloison, et le refroidissement ($-\theta$) est assez grand pour que des deux termes du second membre de la relation (7) ce soit le premier qui donne son signe à $\Delta I$ : par conséquent, aucun gaz n'obéit rigoureusement à la loi de Joule, et *l'énergie interne d'une masse gazeuse, à une même température, augmente un peu avec son volume.*

2° le refroidissement ($-\theta$) était, pour un même gaz sensiblement proportionnel à la variation de pression ($P_1 - P_2$), comme le montre le tableau suivant, qui donne les moyennes des nombres fournis par des expériences faites sur l'air dans des conditions semblables.

| Nature et masse de la substance formant la cloison poreuse | Nombre d'expériences dont on a pris la moyenne | Température du bain où plonge le serpentin | Excès de pression en atmosphères $P_1 - P_2$ | Refroidissement observé $-\theta$ | Rapport du refroidissement à l'excès de pression $\frac{-\theta}{P_1 - P_2} = \alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $12^{gr},38$ de coton . . | 7 | 17°,006 | 0,43 | 0°,108 | 0°,251 |
| 24,75 id. . . | 7 | 20,125 | 0,55 | 0,146 | 0,266 |
| Id. . . | 5 | 17,744 | 1,45 | 0,354 | 0,244 |
| $37^{gr},8$ de soie. . . | 4 | 18,975 | 1,26 | 0,365 | 0,289 |
| Id. . . | 8 | 17,869 | 2,71 | 0,707 | 0,260 |
| 47,95 de bourre de soie . | 12 | 15,483 | 4,18 | 1,110 | 0,265 |
| Id. . . | 4 | 12,734 | 4,02 | 1,033 | 0,257 |
| | | | | Moyenne | 0,262 |

On remarquera, en outre, que le rapport $\frac{-\theta}{P_1 - P_2}$ ne paraît pas dépendre beaucoup de la température.

On peut donc poser :

$$(8) \qquad -\theta = m(P_1 - P_2)$$

En appelant $m$ une constante qui pour l'air entre 15° et 20° a pour valeur 0,262 environ, en exprimant les forces élastiques en atmosphère correspondant à 76 centimètres de mercure :

$$\left(\frac{0,262}{1\,013\,622} = 0,258 \times 10^{-6} \text{ en unités C.G.S}\right)$$

3° Le refroidissement ($-\theta$) est variable d'un gaz à un autre dans les mêmes conditions. Ainsi le rapport $m$ est-il pour l'hydrogène le treizième seulement de ce qu'il est pour l'air ; pour l'acide carbonique il a été trouvé égal à 1,151 aux environs de 20° ($1,136 \times 10^{-6}$ en unités C.G.S).

4° Pour un même gaz, le rapport $m$ est d'autant plus faible que la température est plus élevée. Ainsi à 91°,5 ce rapport a été trouvé pour l'air égal à 0,206 ($0,203 \times 10^{-6}$ en unités C.G.S), pour l'acide carbonique à 0,703 ($0,694 \times 10^{-6}$ en unités C.G.S) : la variation est plus considérable pour un gaz facilement liquéfiable.

La formule (7) donne la valeur de la variation d'énergie interne $\Delta I$ d'après la valeur de $\theta$. En vertu de la relation (8) elle peut s'écrire :

$$(9) \qquad \Delta I = EpC\, m(P_1 - P_2) + P_2V_2\left(\frac{P_1V_1}{P_2V_2} - 1\right)$$

On peut tirer de là le rapport $\frac{\Delta I}{P\Delta V}$ de la variation d'énergie interne $\Delta I$ au travail extérieur $P\Delta V$ accompli dans une transformation réversible d'une masse gazeuse à la même température.

Dans le cas d'une très faible variation du volume du gaz à 20° sous une pression voisine de la pression atmosphérique moyenne (76 cent. de mercure), on trouve :

| | |
|---|---|
| Pour l'hydrogène | $\frac{1}{1000}$ |
| » l'air | $\frac{1}{500}$ |
| » l'acide carbonique | $\frac{1}{123}$ [1] |

Pour la température de 96°,5 on trouverait des nombres encore plus faibles.

En résumé, les différents gaz suivent à peu près la loi de Joule ; ils s'en écartent tous dans le même sens, mais d'autant moins qu'ils sont plus loin de leur point de liquéfaction. La loi de Joule, comme les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, est une loi limite s'appliquant à cet état idéal où le fluide est appelé *gaz parfait*.

**3. RELATION ENTRE L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR ET LES DEUX CHALEURS SPÉCIFIQUES DES GAZ.** — Supposons qu'une masse $p$ d'un gaz passe de la température $t_1$ à la température $t_2$ sans changer de volume; il aura fallu fournir à la masse $p$ une quantité de chaleur égale à $pc(t_2 - t_1)$, en appelant $c$ la chaleur spécifique du gaz à volume constant. Par conséquent, puisqu'il n'y a aucun travail extérieur effectué par le gaz l'équation de l'équivalence nous montre que l'accroissement de son énergie interne est $Epc(t_2 - t_1)$. Si le gaz obéit à la loi de Joule, cette quantité représente encore l'accroissement d'énergie interne du gaz quand même le volume de la masse aurait varié en passant de $t_1$ à $t_2$. *La variation d'énergie interne qu'éprouve la masse d'un gaz parfait est égal au produit de la capacité calorifique à volume constant de cette masse par la variation de température et par l'équivalent mécanique de la chaleur.*

(1) Dans le calcul de ce nombre, nous avons employé le nombre 0.1927 pour la chaleur spécifique vraie de l'acide carbonique à 20°.

Mais supposons que le gaz n'obéisse pas à la loi de Joule, ou même que nous ignorions cette loi. Si la masse gazeuse, en variant de température, change de volume, il en résulte généralement un travail extérieur W; nous pouvons toujours représenter la variation d'énergie interne $\Delta I$ par

$$(1) \qquad \Delta I = Epc(t_2 - t_1) + kW$$

$k$ étant une certaine quantité définie par cette relation même; quand il n'y a pas variation de température $k$ est, comme on le voit, le rapport entre la variation d'énergie interne du gaz et le travail extérieur (1).

L'équation de l'équivalence peut donc s'écrire pour cette masse gazeuse :

$$(2) \quad EQ = Epc(t_2 - t_1) + kW + W = Epc\,(t_2 - t_1) + W(1 + k)$$

Appliquons cette équation au cas où il y a dilatation sous pression constante. Soit P la force élastique invariable du gaz, et soient $V_1$ et $V_2$ le volume initial et le volume final. Puisque la force élastique du milieu ambiant est constamment égale à P le travail W est donné par :

$$(3) \qquad W = P\,(V_2 - V_1)$$

d'où :

$$(4) \qquad EQ = Epc(t_2 - t_1) + P(V_2 - V_1)(1 + k)$$

Or on a, dans ce cas :

$$(5) \qquad Q = pC(t_2 - t_1)$$

(1) Faisons remarquer que $\Delta I$ et $Epc(t_2 - t_1)$ ne dépendant que de l'état initial et de l'état final, tandis que W dépend de la manière dont s'effectue la variation de volume, la quantité $k$ dépend aussi du mode de transformation.

C étant la chaleur spécifique à pression constante ; il vient donc en remplaçant dans (4) :

$$(6) \qquad EpC(t_2 - t_1) = Epc(t_2 - t_1) + P(V_2 - V_1)(1 + k)$$

D'ailleurs, la relation entre la masse d'un gaz, son volume et ses autres propriétés donne (Chap. 10, § 2)

$$(7) \qquad p = A \frac{V_1 P \delta}{1 + \alpha t_1}$$

et

$$(8) \qquad p = A \frac{V_2 P \delta}{1 + \alpha t_2}$$

A étant égal à $0{,}001\,276 \times 10^{-6}$, en adoptant les unités C.G.S., $\alpha$ étant le coefficient de dilatation du gaz pour la force élastique P, et $\delta$ la densité du gaz par rapport à l'air à 0° et pour la force élastique P. D'où l'on déduit :

$$(9) \qquad P(V_2 - V_1) = \frac{p\alpha}{A\delta}(t_2 - t_1)$$

En substituant dans (5), et en supprimant le facteur commun $p(t_2 - t_1)$, il vient :

$$(10) \qquad EC = Ec + \frac{\alpha}{A\delta}(1 + k)$$

ou enfin :

$$(11) \qquad 1 + k = \frac{A\delta}{\alpha} EC\left(1 - \frac{c}{C}\right)$$

Cette égalité permet de calculer $k$ à l'aide des quantités con-

nues A, $\delta$, $\alpha$, E, C et $\frac{c}{C}$. En faisant le calcul on trouve pour $k$ des valeurs très faibles. Nous retrouvons ainsi la loi de Joule.

Il y a là une remarquable confirmation de l'exactitude de la loi de l'équivalence.

Pour les gaz parfaits $k$ est nul, d'après la loi expérimentale de Joule, et $\alpha = 0{,}00367$; d'autre part $A = 0{,}001276 \times 10^{-6}$ et $E = 41700000$, la formule (11) devient alors :

$$(12) \qquad 1 = \frac{c}{C} + \frac{0{,}00367}{41700000 \times 0{,}001276 \times 10^{-6}} \frac{1}{C\delta}$$

Cette formule (12) nous montre que le rapport entre les deux chaleurs spécifiques d'un gaz parfait simple est une constante, quels que soient le gaz, la température ou la force élastique, puisque $C\delta$ est une constante d'après les expériences de Regnault. Ce résultat est d'accord avec les expériences faites par la méthode de Clément et Desormes.

Donnons, en terminant, une formule d'une application fréquente.

Considérons un gaz éprouvant une modification réversible infiniment petite. Soient $\Delta V$, $\Delta t$, $\Delta Q$ les variations de volume, de température et de chaleur correspondantes. Comme, dans l'évaluation du travail extérieur infiniment petit, la force élastique du gaz P peut se considérer comme une constante, on a, d'après l'égalité (4) :

$$(13) \qquad E\Delta Q = Epc\Delta t + P\Delta V(1 + k)$$

Si l'on a affaire à un gaz parfait, $k$ est nul et l'égalité devient :

$$(14) \qquad E\Delta Q = Epc\Delta t + P\Delta V$$

**4. EMPLOI DES FORMULES PRÉCÉDENTES POUR DÉTERMINER L'UNE DES QUANTITÉS QUI Y FIGURE.** — La formule (11) du paragraphe précédent exprime une relation fort remarquable entre diverses grandeurs relatives aux gaz.

Toutes les quantités qui y figurent peuvent être déterminées expérimentalement et sans faire usage de cette formule, comme nous l'avons vu (1). Mais ces expériences ne déterminent pas avec la même précision ces diverses quantités. On pourra donc, avec avantage, se servir de cette formule pour calculer la valeur de celle d'entre elles qui est donnée avec le moins de précision par les expériences directes.

Parmi ces quantités, l'équivalent mécanique de la chaleur est une des plus délicates à déterminer directement. Aussi s'est-on servi de cette formule pour en calculer la valeur. Mais ce calcul exige la connaissance de $\frac{c}{C}$ donnée, soit par la méthode de Clément et Desormes, d'une application difficile, soit, comme nous le verrons plus loin, par la mesure de la vitesse du son et l'emploi de la formule de Laplace, ce qui est un procédé bien détourné. Il règne donc une certaine incertitude sur la valeur exacte de ce rapport déterminé ainsi, d'où la même incertitude sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur qu'on peut en déduire.

Aussi croyons-nous que, pour une grandeur de l'importance de l'équivalent mécanique de la chaleur, une détermination directe comme celle qui en a été faite par M. Joule est préférable à une évaluation indirecte.

On nous permettra de citer à cet égard un passage remarquable du mémoire de Regnault sur la chaleur spécifique des gaz : « dans l'établissement des données fondamentales de la physique, on ne doit avoir recours, autant que possible, qu'à des méthodes directes. Il faut que le procédé adopté soit pour ainsi dire la *réalisation matérielle* de la définition de l'élément qu'on cherche. Mais cette réalisation matérielle, dans les conditions offrant toute garantie d'exactitude, présente souvent de grandes

(1) La quantité $k$, en particulier, est connue dans certains cas par les expériences de MM. Thomson et Joule. Elle joue, du reste, dans la formule le rôle d'un terme correctif dont la valeur n'a qu'une faible influence sur la valeur des autres quantités. Aussi serait-il mauvais de vouloir tirer la valeur de $k$ de cette formule, en prenant les données expérimentales correspondant aux autres quantités ; les erreurs de ces données dénatureraient complètement la valeur de $k$.

difficultés. C'est à vaincre ces difficultés que l'expérimentateur doit appliquer ses efforts, plutôt qu'à chercher par des considérations théoriques, à faire dépendre la connaissance de l'élément cherché de l'observation plus facile de phénomènes complexes. »

M. Joule s'est inspiré de la même pensée en déterminant l'équivalent mécanique de la chaleur, et l'éloge de son travail se trouve dans ces réflexions qui ont été suggérées à Regnault par un tout autre sujet.

Le rapport des deux chaleurs spécifiques des gaz n'ayant guère été déterminé jusqu'ici que par des moyens assez détournés, il paraît plus rationnel de se servir, au contraire, de la formule (11) pour déterminer le rapport $\frac{C}{c}$.

En prenant pour E et pour $k$ les nombres trouvés par M. Joule, et pour les autres quantités les nombres de Regnault, on obtient pour la valeur de ce rapport dans les circonstances de température et de pression ordinaire :

| | $\frac{C}{c}$ |
|---|---|
| Hydrogène. . . . . . . . . . . | 1,412 |
| Air . . . . . . . . . . . . . . . | 1,411 |

Ces nombres sont très voisins du reste de ceux trouvés par les expériences directes qui méritent le plus de confiance.

**5. Formule de Laplace.** — Laplace a donné la formule qui lie le volume d'un gaz parfait à sa force élastique, quand la transformation s'opère d'une manière réversible sans qu'il y ait de chaleur gagnée ou cédée par la masse.

On peut établir ainsi qu'il suit la formule de Laplace,

La formule (14) du § 3, applicable aux gaz parfaits, devient dans le cas où il n'y a ni chaleur prise ni chaleur cédée par la masse de gaz, c'est-à-dire dans le cas où $\Delta Q = 0$ :

$$(1) \qquad Epc\Delta t + P\Delta V = 0 \quad \text{ou} \quad Epc\frac{\Delta t}{\Delta V} + P = 0$$

Or, dans ce cas, les propriétés physiques de la masse gazeuse peuvent se considérer comme une fonction du volume, et, si nous faisons tendre $\Delta V$ et $\Delta t$ vers zéro, $\frac{\Delta t}{\Delta V}$ tend vers la dérivée $t'_v$ de la température par rapport au volume ; on a donc en toute rigueur :

$$\text{(2)} \qquad Epct'_v + P = 0$$

Du reste la relation générale

$$\text{(3)} \qquad p = A\frac{VP\delta}{1+\alpha t} \qquad \text{ou} \qquad PV = \frac{p}{A\delta}(1+\alpha t)$$

dans laquelle les lettres ont la même signification qu'au § 3, donne, en égalant les dérivées des deux membres par rapport à V :

$$\text{(4)} \qquad P'_v V + P = \frac{\alpha}{A\delta} pt'_v$$

ou bien, en remplaçant $\frac{\alpha}{A\delta}$ par sa valeur tirée de la relation générale exprimée par l'égalité (10) du § 3, où il faut faire $k = 0$, puisqu'il s'agit d'un gaz parfait :

$$\text{(5)} \qquad P'_v V + P = Ep(C - c)\,t'_v$$

éliminons maintenant $t'_v$ entre (2) et (5), il vient :

$$\text{(6)} \qquad cP'_v V + CP = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{P'_v}{P} + \frac{C}{c}\frac{1}{V} = 0$$

en égalant les fonctions primitives des deux membres de cette dernière égalité, on obtient :

$$\text{(7)} \qquad L.\,P + \frac{C}{c}L.\,V = \mu$$

$\mu$ étant une constante, ou encore :

$$L.\, PV^{\frac{C}{c}} = \mu$$

ou enfin, en désignant par $m$ la constante $C^{\mu}$ :

$$(8) \qquad PV^{\frac{C}{c}} = m = \text{constante}$$

Telle est la relation trouvée par Laplace. Cette relation est applicable pour les gaz réels au même degré d'approximation que la loi de Mariotte.

Si V et P sont les coordonnées du point figuratif d'une transformation, l'égalité (8) est l'équation des lignes adiabatiques pour un gaz parfait.

# CHAPITRE XV

## DEUXIÈME LOI DE LA THERMODYNAMIQUE. — TEMPÉRATURE ABSOLUE.

1. **LOI DE CARNOT.** — Quand on fait fonctionner un moteur thermique, tel qu'une machine à vapeur d'eau ou d'alcool, tel encore qu'un moteur à air chaud, le fluide qui doit agir sur les pistons prend une certaine quantité de chaleur à un *réchauffeur*, la chaudière dans une machine à vapeur. Cette quantité de chaleur se divise en deux parties, l'une est détruite par la production du travail fourni par le moteur, l'autre est rendue à un *réfrigérant*, le condenseur dans les machines à basse pression, l'atmosphère dans les machines à haute pression.

Il est clair que la machine est d'autant plus avantageuse que le rapport de la quantité de travail fourni à la quantité de chaleur prise au réchauffeur est plus considérable. Nous appellerons ce rapport le *rendement* du moteur.

Supposons qu'une masse de fluide, après avoir pris une certaine quantité de chaleur à un réchauffeur à température constante $t$, agisse sur le piston sans gagner ni perdre de chaleur par l'effet des parois du corps de pompe et des tuyaux de conduite : la détente de ce fluide abaissera sa température à une valeur $t'$. Supposons que cette masse de fluide soit amenée ensuite dans un réfrigérant à cette température $t'$, auquel elle cédera une certaine quantité de chaleur (par exemple, en se liquéfiant partiellement, si ce fluide est de la vapeur d'eau). Enfin, supposons que cette masse de fluide, sans perdre ni gagner de chaleur, soit

comprimée jusqu'à ce que sa température soit devenue $t$ et ramenée dans le réchauffeur qui possède précisément cette température $t$. Dans ce cas, le point figuratif des états de la masse fluide décrit un cycle de Carnot (voir Chap. XIII, § 10), et l'on dit que la machine fonctionne suivant ce cycle.

Si, en pratique, il est difficile de réaliser un moteur fonctionnant exactement ainsi, on conçoit du moins parfaitement la possibilité d'une pareille série d'opérations. Or, l'étude de moteurs de ce genre a conduit Sadi Carnot à énoncer la loi suivante :

« *La puissance motrice* (rendement) (1) *de la chaleur est indépendante des agents mis en œuvre pour la réaliser ; sa quantité est fixée par la température des corps entre lesquels se fait en dernier résultat le transport du calorique.* »

Nous substituerons à l'énoncé même de Carnot cet autre énoncé, identique au fond, mais un peu plus précis :

*Quand un corps subit une série de transformations effectuées d'une manière réversible suivant un cycle de Carnot, le rapport entre la quantité de chaleur prise par le corps le long de l'isotherme à la plus haute température à la chaleur convertie en travail extérieur est indépendant de la nature du corps et ne dépend que des températures des isothermes.*

Cette loi que Carnot avait prévue par des considérations théoriques, qu'il nous paraît inutile de rapporter ici, a reçu la sanction de l'expérience.

Soit ABB'A' un cycle de Carnot (fig. 282) ; désignons par Q la quantité de chaleur prise par le corps considéré, quand le point figuratif décrit l'isotherme AB, correspondant à la température $t$, et par W le travail extérieur accompli pendant que le point figuratif décrit le cycle complet ; ce travail, comme nous

(1) Dans l'ouvrage dont nous extrayons cette loi (*Réflexions sur la puissance motrice du feu*), Sadi Carnot définit avec précision ce qu'il entend par *puissance motrice* : c'est la définition même du travail mécanique. Mais il ajoute à la suite de la loi donnée ci-dessus que, bien entendu, la puissance motrice dont il parle ici est celle qui correspond à *l'unité* de chaleur cédée par le réchauffeur à l'agent considéré (vapeur d'eau, air, etc.) ; ce qui fait qu'en définitive dans cet énoncé l'expression *puissance motrice* correspond exactement à ce que nous avons appelé le *rendement*.

le savons, est mesuré par l'aire ABB'A'. Soit enfin $t'$ la température de l'isotherme B'A'. Carnot a vérifié que le rapport $\frac{W}{Q}$ est le même, quelle que soit la nature du corps, pourvu que $t$ et $t'$ aient respectivement les mêmes valeurs.

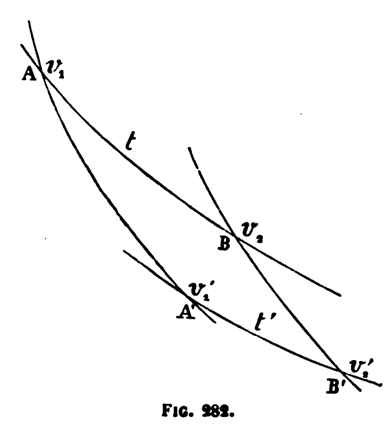


FIG. 282.

Les expériences de Desormes et Clément et la connaissance de la dilatation des gaz lui permettaient de calculer W et Q dans le cas d'un moteur à air fonctionnant entre les isothermes de 1° et de 0°; il trouva pour le rendement $\frac{W}{Q} = 1,395$.

Il fit ensuite les mêmes calculs pour un moteur à vapeur d'eau dont la chaudière serait à 1° et le condenseur à 0°, et il trouva pour le rendement $\frac{W}{Q} = 1,290$. Ce nombre ne diffère que de $\frac{1}{13}$ du nombre précédent ; or, vu la grande quantité de données numériques qu'il faut employer dans ces calculs, et vu que ces données étaient, au temps de Carnot, entachées d'erreurs qui, pour quelques-unes, étaient assez grandes, l'écart entre les valeurs trouvées pour ces deux rendements peut être dû uniquement aux erreurs des nombres employés dans le calcul.

Carnot calcula ensuite le rendement d'un moteur à vapeur d'eau et d'un moteur à vapeur d'alcool, fonctionnant l'un et l'autre entre les isothermes 78°,7 et 77°,7 : il trouva les nombres 1,212 et 1,230. Ces nombres ne diffèrent que de $\frac{1}{50}$.

Depuis, en 1848, sir W. Thomson a montré la justesse de la loi

de Carnot, en reprenant les calculs précédents avec les données numériques bien meilleures qu'on possédait alors et qui, pour la plupart, étaient tirées des expériences de Regnault. Le calcul a été fait pour cinq agents différents : l'eau, l'air, l'éther sulfurique, l'alcool et l'essence de térébenthine.

Les écarts beaucoup plus faibles entre les valeurs trouvées pour les rendements pouvaient être encore attribués aux erreurs des expériences.

La loi de Carnot est donc une loi expérimentale. Outre les vérifications directes que nous venons d'indiquer, elle est justifiée encore par l'exactitude de toutes ses conséquences.

Nous allons en examiner quelques-unes.

**2. TEMPÉRATURE ABSOLUE.** — Sir W. Thomson, vers 1848, a imaginé une échelle absolue des températures, c'est-à-dire une manière d'évaluer cette grandeur, telle que les températures indiquées par l'agent thermométrique employé sont indépendantes de la nature de cet agent. Nous avons vu qu'il n'en était pas ainsi pour les thermomètres fondés sur la dilatation des corps, chaque agent thermométrique indiquant une température un peu différente en dehors des points fixes (0° et 100°).

C'est grâce à la loi de l'équivalence entre la chaleur et l'énergie et à la loi de Carnot que sir W. Thomson est parvenu à ce résultat (1).

Pour arriver à la définition de la température absolue, nous allons considérer une série de transformations que nous supposerons toutes effectuées d'une manière réversible.

Prenons une substance déterminée ; pour fixer les idées, prenons une masse d'air. Supposons-la à une température bien définie, par exemple, à la température de la glace *fondant sous la pression d'une atmosphère*, c'est-à-dire au 0° de l'échelle centigrade ordinaire. Soit $A_0$ le point figuratif de son état (fig. 283). Laissons maintenant cette masse se détendre à la

(1) La manière dont nous définissons ici la température absolue, identique au fond à la manière dont sir W. Thomson a présenté cette définition, en diffère assez par la forme. Sous ce rapport, elle se rapproche plus de la définition donnée par M. Lippmann.

même température (celle de la glace fondante) jusqu'à ce qu'elle ait dans sa détente absorbé $T_0$ unités de chaleur (1). Soit alors $B_0$ le point figuratif de l'état de la masse d'air. Menons par les points $A_0$ et $B_0$ les deux lignes adiabatiques $A_0A'$ et $B_0B'$.

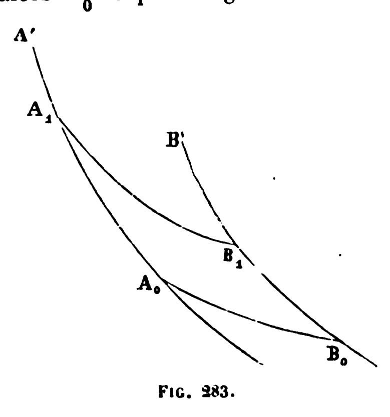


Fig. 283.

Prenons, à présent, une autre substance quelconque. Faisons varier son volume et la pression qu'elle supporte à la température de la glace fondante jusqu'à ce qu'elle ait absorbé le même nombre $T_0$ d'unités de chaleur; soit $a_0b_0$ (fig. 284) l'isotherme décrite, et menons de même par les points $a_0$ et $b_0$ les lignes adiabatiques $a_0a'$ et $b_0b'$.

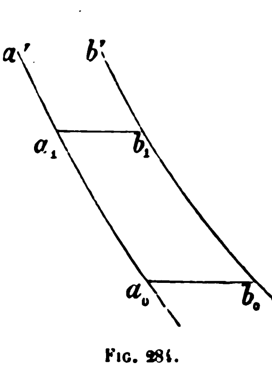


Fig. 284.

Supposons maintenant que la masse d'air et la masse de la deuxième substance soient amenées toutes les deux à une même température $t$ (comptée sur une échelle quelconque) et dans des états tels que le point figuratif se trouve, pour l'air, en $A_1$ sur l'adiabatique $A_0A'$, et pour l'autre corps, en $a_1$ sur l'adiabatique $a_0a'$. En partant de ces points, faisons varier les états de l'air et de l'autre substance, de façon que les points figuratifs décrivent les cycles de Carnot $A_1B_1B_0A_0A_1$ et

(1) L'unité de chaleur, du reste, peut être définie indépendamment de l'échelle thermométrique employée, par exemple, en prenant comme unité la quantité de chaleur correspondant au travail d'un erg, ou encore la quantité de chaleur nécessaire pour fondre une masse déterminée de glace.

$a_1b_1b_0a_0a_1$ formés des isothermes $A_1B_1$ et $B_0A_0$, des adiabatiques $B_1B_0$ et $A_0A_1$ pour l'air, et pour le second corps des isothermes $a_1b_1$ et $b_0a_0$, des adiabatiques $b_1b_0$ et $a_0a_1$. Appelons T et T′ les quantités de chaleur prises respectivement par l'air et par la seconde substance pour décrire les isothermes $A_1B_1$ et $a_1b_1$ à la même température $t$.

Les quantités de chaleur rendues par l'air et par la substance en décrivant les isothermes $B_0A_0$ et $b_0a_0$ à la température de la glace fondante sont les mêmes $T_0$, et, par conséquent, la quantité de chaleur qui disparaît pour créer le travail est, pour l'air $T-T_0$, pour l'autre substance $T'-T_0$. Les travaux accomplis, dans chacun des cycles, en désignant par E l'équivalent mécanique de la chaleur, correspondant à l'unité de chaleur adoptée, sont donc respectivement $E(T-T_0)$ et $E(T'-T_0)$. Or, la loi de Carnot nous apprend que les rendements $\frac{E(T-T_0)}{T}$ et $\frac{E(T'-T_0)}{T'}$ sont les mêmes, puisque, dans les deux cas, les quantités de chaleur T et T′ ont été prises à une même température $t$, et que la quantité de chaleur $T_0$ a été rendue aussi à une même température, celle de la glace fondante.

On a donc :

$$(1) \qquad \frac{E(T-T_0)}{T} = \frac{E(T'-T_0)}{T'} \qquad \text{d'où : } 1-\frac{T_0}{T} = 1-\frac{T_0}{T'}$$

d'où enfin :

$$T' = T$$

Ainsi nous trouvons ce résultat remarquable que *la quantité de chaleur prise par une substance qui décrit la portion d'une isotherme comprise entre deux adiabatiques est indépendante, pour une même température, de la nature de la substance*, pourvu, bien entendu, que dans tous les cas les adiabatiques

soient choisies à une distance telle qu'à la température de la glace fondante (ou à toute autre température définie), la quantité de chaleur prise par toutes les substances soit la même $(T_0)$.

Cette quantité de chaleur T, qui ne dépend ainsi que de la température, et non de la nature de l'agent employé, est ce que nous appellerons *la température absolue* de l'isotherme considérée.

Il est clair que le nombre qui va représenter la valeur de la température absolue, pour une même température, va dépendre de l'écartement des deux lignes adiabatiques choisies, en d'autres termes, du nombre qui exprime $T_0$. Il convient dès lors de préciser davantage la définition de la température absolue, pour qu'une même température soit toujours représentée par le même nombre.

Or, remarquons que, jusqu'à présent, nous n'avons pas utilisé les points fixes. Nous sommes dans le cas où, voulant graduer un thermomètre à mercure, nous aurions défini l'échelle en disant, par exemple, que chaque degré doit correspondre à des accroissements de volumes apparents égaux du mercure dans le verre, sans préciser quelle sera la grandeur de l'accroissement qui correspond à un degré. Or, dans le cas des thermomètres ordinaires, nous avons fixé cette grandeur en prenant 100 degrés de l'échelle entre la température de la glace fondante et celle de la vapeur d'eau bouillante sous la pression de 76 cent. de mercure.

Procédons de même pour la température absolue : réglons la distance des deux adiabatiques considérées de façon que la température absolue $T_{100}$ de la vapeur d'eau bouillante surpasse de 100 unités celle de la glace fondante $T_0$.

$$(1) \qquad T_{100} - T_0 = 100$$

Cette convention fixe le nombre que représente $T_0$ à la valeur 273, et, par conséquent, détermine complètement le nombre qui représente chaque température, comme nous allons le montrer.



Pour cela, calculons la valeur de $T_0$, d'après la convention $T_{100} - T_0 = 100$. Quelle que soit la substance que nous considérerons pour faire ce calcul nous obtiendrons le même résultat. En effet, si le point figuratif de l'état de la substance décrit un cycle de Carnot dont les isothermes sont à la température de la vapeur d'eau bouillante et à celle de la glace fondante, et dont les adiabatiques sont à une distance telle que les quantités de chaleurs $T_{100}$ et $T_0$ prises ou cédées à ces températures constantes diffèrent de 100 unités, le travail extérieur accompli par la substance est 100 E. Or, en vertu de la loi de Carnot, le rendement $\frac{100\ E}{T_{100}}$ est le même quelle que soit la substance; par conséquent, $T_{100}$ et $(T_{100} - 100)$ ou $T_0$ ont aussi la même valeur.

Faisons choix alors, pour plus de simplicité, d'un gaz parfait, c'est-à-dire d'un gaz obéissant rigoureusement à la loi de Mariotte et n'éprouvant pas de variation d'énergie interne quand son volume change à la même température.

En désignant par $v$ le volume d'une certaine masse d'un pareil gaz, par $p$ sa force élastique, par $t$ sa température comptée sur un thermomètre normal renfermant ce gaz parfait, par $\alpha$ son coefficient de dilatation qui ne se distingue pas du coefficient d'augmentation de pression, et, enfin par $m$ une constante, on a :

$$(2)\qquad \frac{pv}{1 + \alpha t} = m$$

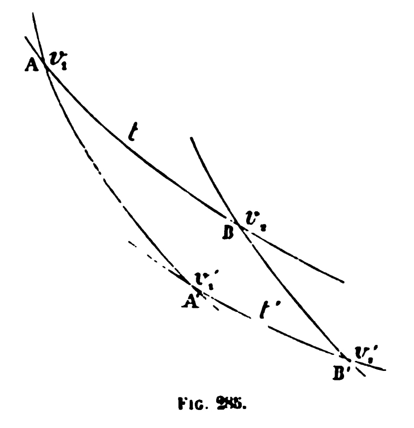



FIG. 285.

Soit A (fig. 285) la position du point figuratif de l'état de la masse à une température $t$ et pour un volume $v_1$ ; soit B la position de ce point quand la masse, après s'être dilatée à la tempé-

rature constante $t$, a pris un volume $v_2$. La quantité de chaleur T absorbée par le gaz suivant l'isotherme AB, est seulement égale au quotient du travail extérieur accompli par l'équivalent mécanique de la chaleur E, correspondant à l'unité adoptée, puisqu'un gaz parfait qui ne varie pas de température conserve la même énergie. On a donc :

$$\text{(3)} \qquad T = \frac{W}{E}$$

Calculons la valeur de W. Pour cela rappelons-nous que la dérivée $W'_v$ du travail par rapport au volume variable $v$ est égale à la force élastique $p$ (Chap. XIII § 10), ce qui nous fournit la relation :

$$W'_v = p$$

Celle-ci, en vertu de l'égalité (2), devient :

$$\text{(4)} \qquad W'_v = \frac{m(1 + \alpha t)}{v}$$

En remontant aux fonctions primitives, et en déterminant la constante arbitraire de façon que W s'annule pour la valeur $v_1$ du volume de la masse gazeuse, il vient pour le travail accompli pendant le parcours AB.

$$\text{(5)} \qquad W = m(1 + \alpha t)\, L.\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

d'où :

$$\text{(5)} \qquad T = \frac{m(1 + \alpha t)}{E} L.\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

Si la température est celle de la glace fondante, on a $t = 0$; soient, à cette température, $v'_1$ et $v'_2$ les volumes de la masse

gazeuse représentés par les abscisses des points A′ et B′ respectivement placés sur les adiabatiques passant par A et par B; la relation générale (5) fournit l'égalité:

$$(6) \qquad T_0 = \frac{m}{E} L.\left(\frac{v'_2}{v'_1}\right)$$

Cette égalité donne la quantité de chaleur $T_0$ prise par la masse gazeuse, dont le point figuratif parcourt, entre les adiabatiques passant par A et par B, l'isotherme à la température de la glace fondante.

Or il est aisé de voir que : $\frac{v'_2}{v'_1} = \frac{v_2}{v_1}$

En effet, en désignant par $p_1$ et $p_2$, $p'_1$ et $p'_2$ les forces élastiques correspondant aux volumes $v_1$ et $v_2$, $v'_1$ et $v'_2$, les lois de Mariotte et de Laplace fournissent les quatre relations:

$$(7) \qquad \begin{matrix} p_1 v_1 = p_2 v_2 \\ p'_1 v'_1 = p'_2 v'_2 \end{matrix} \quad \text{et} \quad \begin{matrix} p_1 v_1^{\frac{C}{c}} = p'_1 v'^{\frac{C}{c}}_1 \\ p_2 v_2^{\frac{C}{c}} = p'_2 v'^{\frac{C}{c}}_2 \end{matrix}$$

Divisant membre à membre ces deux dernières égalités, on obtient:

$$(8) \qquad \frac{p_1}{p_2}\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{C}{c}} = \frac{p'_1}{p'_2}\left(\frac{v'_1}{v'_2}\right)^{\frac{C}{c}}$$

Et en vertu des premières égalités (7), $\left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}, \ \frac{p'_1}{p'_2} = \frac{v'_2}{v'_1}\right)$

il vient :

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{C}{c} \quad 1} \quad \left(\frac{v'_1}{v'_1}\right)^{\frac{C}{c}-1} \quad \text{d'où}: \frac{v_1}{v_2} = \frac{v'_1}{v'_2}$$

En remplaçant $\frac{v_2}{v_1}$ par $\frac{v'_2}{v'_1}$ dans (5), et en divisant membre à membre l'égalité (6) par l'égalité (5), il vient :

$$(9) \qquad \frac{T}{T_0} = 1 + \alpha t$$

d'où :

$$(10) \qquad T - T_0 = T_0 \alpha t$$

Dans cette formule générale faisons $t = 100$ (température de la vapeur d'eau bouillante), on a :

$$(11) \qquad T_{100} - T_0 = T_0 \alpha \times 100$$

Ce qui donne, d'après la convention représentée par la formule (1) :

$$100 = T_0 \alpha \times 100$$

d'où :

$$(12) \qquad T_0 = \frac{1}{\alpha}$$

Enfin, en portant cette valeur dans (10) il vient :

$$(13) \qquad T = \frac{1}{\alpha} + t$$

Or, l'air, l'hydrogène, l'azote peuvent presque être considérés comme des gaz parfaits, dès la température ordinaire. Pour ces gaz $\alpha = 0{,}003665$, d'où $\frac{1}{\alpha} = 273$ ; on a par conséquent :

$$(14) \qquad T = 273 + t$$

Ainsi on obtient pratiquement la température absolue en ajoutant à la température indiquée par le thermomètre à air de Regnault la constante 273.

La température absolue de la glace fondante $T_0$ est ainsi 273.

Faisons remarquer que l'égalité (2) relative aux gaz parfaits, peut se mettre, en vertu de l'égalité (13), sous la forme très simple :

$$(15) \qquad \frac{pv}{T} = \alpha m = \text{constante}$$

**3. RENDEMENT D'UN CYCLE DE CARNOT.** — Considérons un corps dont le point figuratif décrit d'une manière réversible un cycle de Carnot $A_1B_1B_2A_2A_1$, (fig. 286) (¹), les isothermes $A_1B_1$ et $A_2B_2$ étant aux températures absolues $T_1$ et $T_2$, et les adiabatiques $A_1A_2$ et $B_1B_2$ étant à une distance telle que la chaleur reçue par le corps en suivant le tronçon d'isotherme compris entre elles, soit précisément la température absolue T de cet isotherme. Le rendement $r$ pour ce cycle est donné par :

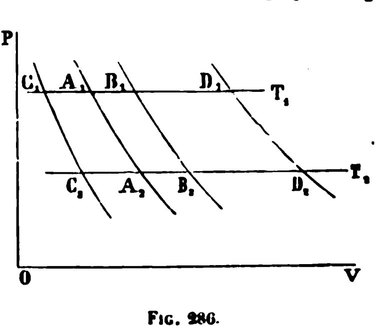



Fig. 286.

$$(1) \qquad r = \frac{E(T_1 - T_2)}{T_1}$$

E étant l'équivalent mécanique de la chaleur. Supposons maintenant que ce corps éprouve une transformation dans laquelle

(1) Dans la figure 286 ainsi que dans les figures 284 et 288 nous avons représenté les isothermes par des lignes d'égale pression, parallèles à l'axe OV. C'est le cas qui se présente quand le corps considéré est un mélange d'un liquide et de sa vapeur, ou d'un solide et du liquide qui provient de sa fusion. La variation de volume se fait à une température constante

le point figuratif décrive d'une manière réversible un autre cycle de Carnot $C_1D_1D_2C_2C_1$ formé de deux isothermes respectivement aux mêmes températures $T_1$ et $T_2$ que dans le cas précédent mais dont les lignes adiabatiques $C_1C_2$ et $D_1D_2$ sont quelconques. Appelons $Q_1$ et $Q_2$ la valeur absolue des quantités de chaleur qu'il faut fournir au corps pour que son point figuratif décrive les tronçons d'isotherme $C_1D_1$ et $C_2D_2$. Le rendement pour ce cycle est :

$$(2) \qquad R = \frac{E(Q_1 - Q_2)}{Q_1}$$

Or, en vertu de la loi de Carnot, $R = r$ ; par conséquent :

$$\frac{E(Q_1 - Q_2)}{Q_1} = \frac{E(T_1 - T_2)}{T_1}$$

d'où l'on tire :

$$(3) \qquad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Ainsi, *dans des transformations réversibles, les quantités de chaleur prises par un corps, dont le point figuratif parcourt successivement des tronçons d'isothermes compris entre deux mêmes adiabatiques, sont proportionnelles aux températures absolues de ces isothermes.*

Nous voyons, en outre, que le rendement d'un cycle de Carnot réversible est toujours égal à

$$\frac{E(T_1 - T_2)}{T_1}$$

quel que soit l'écartement des deux lignes adiabatiques.

pour une force élastique constante, par le passage d'un des états physiques à l'autre.

Dans les figures 273, 282, 283, 285 et 290 les diagrammes se rapprochent de la forme qui convient à un gaz parfait, où les isothermes sont des hyperboles équilatères ($pv$ = constante) et où les adiabatiques ont pour équation $pv^{\frac{C}{c}} = \text{constante}$.

**4. ENTROPIE.** — Quand le point figuratif d'un corps décrit une portion d'une ligne quelconque AB, on peut décomposer cette portion de ligne en éléments assez petits pour que pendant le parcours de l'un d'eux le corps puisse se considérer comme étant à une même température absolue T. En désignant par $\Delta Q$ la quantité de chaleur qui est nécessaire au corps pour effectuer *d'une manière réversible* la transformation représentée par l'élément, la quantité $\frac{\Delta Q}{T}$ s'appelle la variation *élémentaire de l'entropie* du corps. Quand le corps reçoit de la chaleur, on considère $\Delta Q$ comme une quantité positive : l'entropie du corps augmente. S'il cède de la chaleur, $\Delta Q$ est négatif : l'entropie diminue.

La *variation totale d'entropie* que subit le corps, quand son point figuratif décrit une portion d'une ligne AB, est la somme algébrique des variations d'entropie qu'il éprouve pour les divers éléments de AB, c'est-à-dire est égale à $\left(\sum \frac{\Delta Q}{T}\right)$. Plus rigoureusement, la variation d'entropie est la limite de la valeur de cette somme quand, le nombre des éléments augmentant indéfiniment, chacun d'eux tend vers zéro.

Il est clair que, si le point figuratif de l'état du corps parcourt la ligne AB en sens inverse du sens précédent, puisque la transformation est supposée effectuée d'une manière réversible, pour chaque élément $\Delta Q$ prend la même valeur absolue, mais avec un signe contraire à celui qu'il avait dans le premier cas, et la variation d'entropie $\left(\sum \frac{\Delta Q}{T}\right)$ est égale en valeur absolue, mais de signe contraire.

Nous savons que la quantité de chaleur qu'il faut fournir à un corps pour le faire passer d'un certain état A à un autre état B n'est pas toujours la même, car elle dépend essentiellement de la manière dont s'effectue ce passage ; le travail extérieur, en effet, varie suivant la ligne décrite par le point figuratif pour aller de A à B. Il n'en est pas de même de la variation d'entropie. Comme la variation d'énergie interne, cette quantité ne dépend que de l'état initial A et de l'état final B. Nous allons établir cette propriété importante qui va nous permettre d'appliquer com-

modément la loi de Carnot, dans les divers problèmes de thermodynamique.

Remarquons que cette propriété sera démontrée quand nous aurons prouvé que la variation d'entropie est nulle lorsque le point figuratif revient à sa position de départ, après avoir décrit un cycle fermé. En effet, soient ACB et AC'B (fig. 287) deux lignes différentes décrites par le point figuratif; soient K et K' les variations d'entropie que subit le corps quand son point figuratif va de A à B suivant ACB et suivant AC'B. Supposons que celui-ci décrive le cycle ACBC'A, la variation d'entropie sera K — K', et, si nous avons prouvé qu'elle est nulle, on aura $K = K'$.

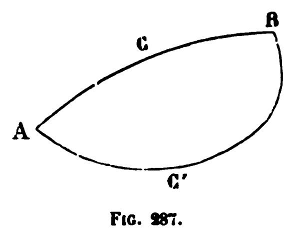



Fig. 287.

Pour faire cette démonstration, commençons par le cas simple où le cycle fermé serait un cycle de Carnot $A_1B_1B_2A_2$ (fig. 288). Supposons que le point figuratif le décrive d'une manière réversible dans le sens $A_1B_1B_2A_2A_1$. Le long de l'isotherme $A_1B_1$ à la température absolue $T_1$, la variation d'entropie est $\frac{Q_1}{T_1}$, en appelant $Q_1$ la quantité de chaleur qu'il faut fournir pour le parcours de cette ligne, puisqu'on a :

Fig. 288.

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \frac{1}{T_1} \sum \Delta Q = \frac{Q_1}{T_1}$$

Le long de l'adiabatique $B_1B_2$, le corps ne recevant pas de

chaleur, $\Delta Q$ est nul pour tous les éléments : *l'entropie garde la même valeur* (1).

En suivant l'isotherme $B_2A_2$, à la température $T_2$, le corps cède une quantité de chaleur, dont nous représenterons la valeur absolue par $-Q_2$, la quantité $Q_2$ étant négative. La variation d'entropie est $\frac{Q_2}{T_2}$.

Enfin, le long de l'adiabatique $A_2A_1$, l'entropie ne varie pas. On a donc pour le cycle :

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

et, comme en vertu de la relation (3) du paragraphe précédent :

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{-Q_2}{T_2}$$

on a :

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$$

La variation d'entropie est donc nulle.

Passons maintenant au cas général. Soit un cycle fermé parcouru d'une manière réversible dans le sens ABCDF (fig. 289). Découpons ce cycle par une série de lignes adiabatiques, et menons par chaque point de rencontre

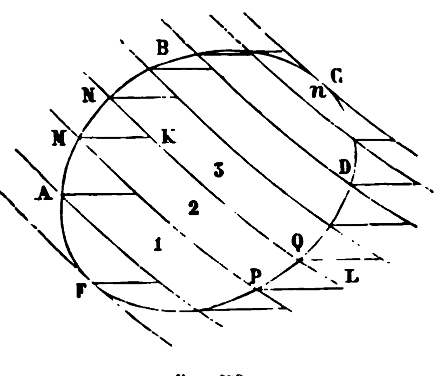


Fig. 289.

(1) C'est pourquoi on désigne quelquefois les lignes adiabatiques sous le nom de lignes *isentropiques* (de même entropie).

tels que M et P les isothermes (MK et PL) jusqu'à la rencontre de l'adiabatique suivante (NKQL); nous formons ainsi des cycles de Carnot, tels que MKLP. Soient T et T' les températures absolues des isothermes MK et PL; soient $q$ et $q'$ les quantités de chaleur fournies au corps ou cédées par lui (suivant le signe de $q$ et de $q'$) quand son point figuratif décrit d'une manière réversible l'isotherme MK dans le sens MK et l'isotherme PL dans le sens LP; on a :

$$(1) \qquad \frac{q}{T} + \frac{q'}{T'} = 0$$

Désignons maintenant par $\Delta Q$ et par $\Delta Q'$ les quantités de chaleurs fournies au corps ou cédées par lui quand le point figuratif décrit MN et QP. Il est à peu près évident, et du reste aisé à démontrer en toute rigueur [1] que les rapports $\frac{\Delta Q}{q}$ et $\frac{\Delta Q'}{q'}$

(1) Voici comment on peut établir, en toute rigueur, cette proposition. Considérons deux adiabatiques MP et NQ (fig. 290). Menons les isothermes MK et PL et une ligne quelconque MN. Soient $\Delta Q$, $q$ et $q'$ les quantités de chaleur fournies au corps suivant MN, MK et PL parcourus d'une manière réversible. Soient $s$ et S les aires des cycles MNKM et MKLPM, qui mesurent le travail extérieur; on a :

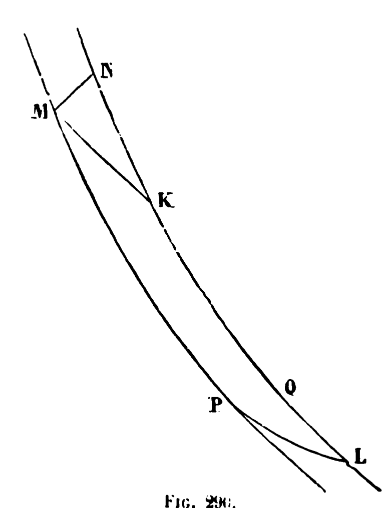


Fig. 290.

$$E(\Delta Q - q) = s$$
$$E(q - q') = S$$

E désignant l'équivalent mécanique de la chaleur. D'où l'on tire, par élimination :

$$\frac{\Delta Q}{q} - 1 = \frac{s}{S}\left(1 - \frac{q'}{q}\right)$$

Si les adiabatiques NQ et MP se rapprochent indéfiniment, le rapport $\frac{s}{S}$,

tendent vers l'unité quand les adiabatiques MP et NQ se rapprochent indéfiniment.

Or, en ajoutant membre à membre les égalités (1) fournies par la considération de tous les cycles de Carnot 1, 2, 3, ... $n$, compris dans le cycle considéré, on aurait :

$$\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} + \frac{q_3}{T_3} + \cdots + \frac{q'_3}{T'_3} + \frac{q'_2}{T'_2} + \frac{q'_1}{T'_1} = 0$$

Mais, la somme des variations d'entropie de chaque élément du cycle ABCDE, c'est-à-dire

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \frac{\Delta Q_3}{T_3} + \cdots + \frac{\Delta Q'_3}{T'_3} + \frac{\Delta Q'_2}{T'_2} + \frac{\Delta Q'_1}{T'_1}$$

est telle que le rapport de chacun de ses termes au terme correspondant de la somme précédente tend vers l'unité quand, le nombre des termes augmentant indéfiniment, chacun d'eux tend vers zéro, puisqu'alors les adiabatiques considérées se rapprochent indéfiniment en devenant de plus en plus nombreuses. En vertu d'un théorème bien connu, ces deux sommes ont la même limite. On a donc :

$$\lim. \sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$$

C'est-à-dire que *la variation d'entropie est nulle quand le point figuratif revient à son point de départ après avoir décrit un cycle fermé.*

Du reste, on peut démontrer que si la transformation représentée

qui devient plus petit que le rapport $\frac{NK}{KL}$, tend vers zéro, et, par conséquent $\frac{\Delta Q}{q}$ tend vers l'unité, puisque $\frac{q'}{q}$ étant toujours égal à $\frac{T'}{T}$ n'est pas infini.

(1)

Désignons mainten
leurs fournies au co
tif décrit MN et Q

démontrer en to

(1) Voici com



… où la transformation est effec-
… que $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ représente la varia-
… pouvant ne pas être la même si
… par le point figuratif dans une trans-
… décrit une portion de ligne adiaba-
… ne varie pas, puisque $\Delta Q$ est nul pour
… de ce qui précède que l'entropie d'un
… leur quand son point figuratif va, par
… d'un point à un autre situé sur la même
… une de ces lignes correspond ainsi à une
… ntropie du corps, et cette grandeur varie
… quand la ligne décrite par le point figuratif
… mêmes adiabatiques dans une transfor-
… non réversible : la variation est toujours
… pelant Q la quantité de chaleur positive ou
… au corps pour que son point figuratif décrive,

… ance cède plus de chaleur, ou en prenne moins, pour
… rmation ; chaque élément de la somme $\sum\frac{\Delta Q}{T}$ est ainsi plus
… e transformation réversible.
… versibilité est impossible dans le cas où il y a des frotte-
… ocs qui créent de la chaleur. Dans ce cas il faut évidem-
… e même transformation, que le corps cède plus de chaleur,
… moins que si les frottements ou les chocs n'avaient pas créé
… n a donc encore $\sum\frac{\Delta Q}{T} < 0$

… insi que, dans le cas de transformations non réversibles, quand le
… ratif décrit un cycle fermé, on a toujours $\sum\frac{\Delta Q}{T} < 0$, si T désigne
… rature des corps qui sont en contact avec la substance ; mais on
… on peut avoir encore $\sum\frac{\Delta Q}{T} = 0$, si T désigne la température de la
… ance, dans le cas où la non-réversibilité ne provient que de l'inégalité
… empératures.

par le cycle fermé n'est pas effectuée d'une manière réversible, la quantité $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ est inférieure généralement à zéro :

$$\left(\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0\right)^{(1)}$$

(1) La transformation n'est pas réversible dans l'un des cas suivants :

1° La réversibilité est impossible si la température T′ du corps avec lequel la masse de la substance considérée est en contact diffère d'une quantité finie de sa température T. Dans ce cas la quantité de chaleur $\Delta Q$ nécessaire à une transformation élémentaire déterminée conserve évidemment la même valeur, et si T représente toujours la température du corps, il est clair que les quantités $\frac{\Delta Q}{T}$ restant les mêmes que si la transformation était réversible, on a encore pour un cycle fermé $\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$. Mais si à la place de T nous mettons la température T′ des corps qui fournissent ou prennent de la chaleur à la substance considérée, il est clair que

— 1° quand $\Delta Q$ est positif, on a $T' \geqq T$, et par conséquent $\frac{\Delta Q}{T'} \leqq \frac{\Delta Q}{T}$

— 2° quand $\Delta Q$ est négatif, on a $T' \leqq T$ et par conséquent $\frac{(-\Delta Q)}{T'} \geqq \frac{(-\Delta Q)}{T}$

ou $\frac{\Delta Q}{T'} \leqq \frac{\Delta Q}{T}$.

Il résulte de là $\sum \frac{\Delta Q}{T'} \leqq \sum \frac{\Delta Q}{T}$, le signe = ne convenant du reste que si T égale constamment T′ c'est-à-dire si la transformation est réversible.

2° La réversibilité est impossible si la force élastique de la substance considérée diffère d'une quantité finie de celle du milieu environnant.

Supposons d'abord que la substance ait une force élastique plus grande : alors il y aura détente, et la quantité de chaleur $\Delta Q$ qu'il faut lui fournir pour une transformation élémentaire déterminée est évidemment moindre que s'il y avait égalité entre les forces élastiques, puisque le travail extérieur accompli par le corps est plus faible. Donc, pour la transformation considérée $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ a une valeur moindre.

Supposons maintenant que la force élastique extérieure surpasse d'une quantité finie la force élastique de la substance considérée, celle-ci subit une diminution de volume, et comme la quantité de chaleur créée dans cette substance par le travail extérieur est plus grande que s'il y avait égalité entre les pressions,



Ainsi, ce n'est que dans le cas où la transformation est effectuée d'une manière réversible que $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ représente la variation d'entropie, cette quantité pouvant ne pas être la même si la même ligne est parcourue par le point figuratif dans une transformation non réversible.

Quand le point figuratif décrit une portion de ligne adiabatique, l'entropie du corps ne varie pas, puisque $\Delta Q$ est nul pour chaque élément. Il résulte de ce qui précède que l'entropie d'un corps reprend la même valeur quand son point figuratif va, par un chemin quelconque, d'un point à un autre situé sur la même ligne adiabatique. Chacune de ces lignes correspond ainsi à une valeur différente de l'entropie du corps, et cette grandeur varie de la même quantité quand la ligne décrite par le point figuratif se termine à deux mêmes adiabatiques dans une transformation réversible ou non réversible : la variation est toujours égale à $\frac{Q}{T}$, en appelant Q la quantité de chaleur positive ou négative nécessaire au corps pour que son point figuratif décrive,

il faut que la substance cède plus de chaleur, ou en prenne moins, pour effectuer la transformation ; chaque élément de la somme $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ est ainsi plus petit que dans une transformation réversible.

3° Enfin la réversibilité est impossible dans le cas où il y a des frottements ou des chocs qui créent de la chaleur. Dans ce cas il faut évidemment, pour une même transformation, que le corps cède plus de chaleur, ou en prenne moins que si les frottements ou les chocs n'avaient pas créé de chaleur. On a donc encore $\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0$

On voit ainsi que, dans le cas de transformations non réversibles, quand le point figuratif décrit un cycle fermé, on a toujours $\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0$, si T désigne la température des corps qui sont en contact avec la substance ; mais on voit qu'on peut avoir encore $\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$, si T désigne la température de la substance, dans le cas où la non-réversibilité ne provient que de l'inégalité des températures.

dans une transformation réversible, la portion d'isotherme à la température absolue T comprise entre ces adiabatiques.

5. **LOI DE CLAUSIUS**. — On sait que, dans les circonstances ordinaires, la chaleur passe des corps chauds aux corps froids voisins, et ne passe jamais d'elle-même d'un corps à basse température sur un autre à une température plus élevée.

Mais à l'aide d'une machine il est possible de prendre de la chaleur à un corps froid et de la porter sur un corps plus chaud.

Considérons, par exemple, une machine à vapeur pourvue d'un condenseur ; à l'aide d'une force motrice étrangère faisons fonctionner cette machine à rebours, en faisant avancer les pistons en sens inverse de celui où la vapeur de la chaudière tend à les pousser. Dans ce cas la machine fonctionne comme une pompe aspirante et foulante, puisant de la vapeur d'eau dans le condenseur et la comprimant dans la chaudière où elle se condense. L'eau, en s'évaporant dans le condenseur, lui prend de la chaleur, et cette eau, en se condensant dans la chaudière, lui cède la chaleur qu'elle a prise au condenseur.

Ainsi de la chaleur peut passer du réfrigérant qui est froid à la chaudière qui est chaude ; mais, pour cela, il a fallu dépenser du travail mécanique. Ce travail mécanique, du reste, peut être emprunté à une autre machine à vapeur fonctionnant dans le sens direct. Si nous considérons le système formé par l'association de ces deux machines, il ne reçoit aucun travail extérieur, et de la chaleur passe pourtant du condenseur de la première à sa chaudière ; mais aussi une certaine quantité de chaleur est prise à la chaudière de la seconde machine par la vapeur qui agit sur ses pistons, et cette chaleur est cédée en partie à son condenseur.

En partant de ces considérations, M. Clausius a énoncé la loi suivante :

*Il est impossible de faire passer de la chaleur d'un corps froid sur un autre plus chaud sans dépenser du travail ou sans qu'une certaine quantité de chaleur passe d'un corps chaud à un autre plus froid.*

Tant que l'agent du transport de la chaleur est un corps pondérable, comme dans l'exemple cité plus haut, où c'est l'eau qui,

tantôt gazeuse, tantôt liquide, amène la chaleur du condenseur à la chaudière, la loi de Clausius n'est qu'une conséquence de la loi de Carnot et de la loi de l'équivalence.

En effet,. considérons un corps qui, partant d'un certain état A, prend de la chaleur à des corps froids possédant des températures absolues comprises entre $T'_2$ et $T''_2$ et qui la transporte sur des corps chauds à des températures comprises entre $T'_1$ et $T''_1$, la plus basse de ces températures $T'_1$ étant plus élevée que la plus haute température $T''_2$ des corps froids; enfin, supposons que ce corps revienne à l'état initial A. Le point figuratif du corps aura décrit un cycle fermé.

Désignons par $q_2$ la valeur absolue des quantités de chaleur prises à chaque température basse $T_2$ et par $q_1$ la valeur absolue des quantités de chaleur cédée à chaque température haute $T_1$ ; on a :

$$(1) \qquad \sum \frac{\Delta Q}{T} = \sum \frac{q_2}{T_2} - \sum \frac{q_1}{T_1} \leqq 0$$

le signe $=$ convenant si la transformation est effectuée d'une manière réversible ; le signe $<$ convenant dans le cas contraire. Or, en désignant par $Q_2 \left( = \sum q_2 \right)$ toute la chaleur prise aux corps froids, et par $Q_1 \left( = \sum q_1 \right)$, toute celle qui a été cédée aux corps chauds ; nous pouvons poser :

$$(2) \qquad \begin{aligned} \sum \frac{q_1}{T_1} &= \frac{1}{t_1} \sum q_1 = \frac{Q_1}{t_1} \\ \sum \frac{q_2}{T_2} &= \frac{1}{t_2} \sum q_2 = \frac{Q_2}{t_2} \end{aligned}$$

La quantité $t_1$, ainsi définie, est évidemment intermédiaire entre $T'_1$ et $T''_1$, et la quantité $t_2$ est intermédiaire entre $T'_2$ et $T''_2$ ; on a donc $t_1 > t_2$.

Or, d'après (2), l'égalité (1) peut s'écrire :

$$\frac{Q_2}{t_2} \leqq \frac{Q_1}{t_1} \quad \text{ou} \quad Q_2 \leqq \frac{t_2}{t_1} Q_1 \tag{3}$$

et puisque $\frac{t_2}{t_1}$ est plus petit que l'unité, on a

$$Q_2 < Q_1$$

La quantité de chaleur $Q_1$ cédée aux corps chauds étant ainsi plus grande que la quantité de chaleur $Q_2$ qui a été prise aux corps froids, la relation de l'équivalence nous montre que le corps a dû subir un travail extérieur égal à $E(Q_1 - Q_2)$ qui a créé l'excédant de chaleur $Q_1 - Q_2$.

Ainsi, comme conséquence de la loi de Carnot et de la loi de l'équivalence, un agent pondérable ne peut transporter de la chaleur d'un corps froid à un corps chaud que s'il reçoit un travail extérieur. Si celui-ci lui est fourni par une machine où un agent accomplit un travail extérieur en revenant au même état, cet agent prend nécessairement de la chaleur à des corps chauds pour la céder en partie à des corps plus froids.

Réciproquement, on peut déduire de la loi de Clausius et de la loi de l'équivalence la nécessité de la loi de Carnot.

Il n'y a donc jusqu'ici que deux lois fondamentales distinctes en thermodynamique.

Mais l'énoncé de M. Clausius a un degré de généralité plus grand que celui de Carnot. Car si, au lieu de considérer exclusivement les lois se rapportant aux agents pondérables, nous considérons les transports de chaleur qui peuvent être effectués par d'autres agents, en particulier par l'électricité, la loi de Clausius conduit

à des conséquences qui sont encore justifiées par l'expérience, comme l'a montré le savant allemand.

C'est donc l'énoncé de M. Clausius qu'il convient de conserver pour la deuxième loi de la thermodynamique.

**6. RÉSUMÉ DES LOIS DE LA THERMODYNAMIQUE.** — En résumé, la première loi de la thermodynamique s'exprime par la relation :

$$(1) \qquad EQ = I_2 - I_1 + W$$

Étant admis que la chaleur est une des formes de l'énergie, cette égalité se déduit de la loi *de la conservation de l'énergie.*

La deuxième loi de la thermodynamique, jointe à la loi de l'équivalence, conduit à la relation applicable à tout cycle fermé parcouru d'une manière réversible :

$$(2) \qquad \sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$$

Cette relation (2), qui signifie que la variation d'entropie est nulle pour un corps qui revient au même état, permet d'appliquer commodément la deuxième loi.

En considérant un corps qui n'a pas de force vive sensible et en lui faisant subir, d'une manière réversible, des transformations qui le ramènent à l'état initial, les deux relations fondamentales (1) et (2) fournissent deux équations dans lesquelles l'énergie interne du corps ne figure pas, puisque l'énergie interne initiale $I_1$ étant égale à l'énergie finale $I_2$, la relation (1) devient :

$$(3) \qquad EQ = W$$

Rappelons que, dans ce cas, le travail W est représenté par l'aire du cycle fermé décrit par le point figuratif.

**7. EXEMPLE DE L'APPLICATION DES DEUX LOIS FONDAMENTALES DE LA THERMODYNAMIQUE.** — Nous allons, pour terminer ces

notions sommaires de thermodynamique, montrer par un exemple l'application qu'on peut faire des deux lois fondamentales pour obtenir des relations utiles entre les diverses propriétés des corps.

Prenons, comme exemple, les changements d'état physique d'une masse qui, d'abord liquide, devient gazeuse, puis repasse à l'état liquide, mais dans d'autres conditions de température.

Soit A (fig. 291) la position du point figuratif de l'état de l'unité de masse du corps quand il est liquide à la température absolue T et sous la pression par unité de surface $p$. Faisons subir à cette masse les quatre transformations suivantes :

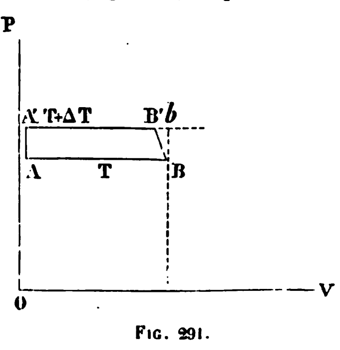


Fig. 291.

1° Vaporisons le liquide et amenons le corps à l'état de vapeur saturante, en maintenant la pression $p$ et, par conséquent, la température T constante. Soit B le point figuratif de la masse quand elle est entièrement réduite en vapeur. En désignant par $u_1$ et $u_2$ les volumes de l'unité masse du corps à l'état liquide et à l'état de vapeur dans ces circonstances, l'accroissement de volume de la masse est $u_2 - u_1$ ; d'où :

$$AB = u_2 - u_1$$

2° Tout en laissant la vapeur saturante et sèche, augmentons d'une très petite quantité $\Delta p$ la pression $p$ : la température T variera de $\Delta T$ puisque la force élastique $p$ d'une vapeur saturante est une fonction de la température T. Soit B' la position du point figuratif pour ce nouvel état.

3° Liquéfions la vapeur à la température $T + \Delta T$ et, par conséquent, sous la pression constante $p + \Delta p$. Soit A' la position du point figuratif quand le corps est complètement liquéfié.

4° Enfin, diminuons la pression de $\Delta p$ et la température de $\Delta T$ pour ramener le liquide à l'état primitif représenté par le point A.

Dans la première phase AB de la transformation, il a fallu fournir au corps une quantité de chaleur que nous représenterons par $\lambda$, c'est, par définition, la chaleur latente de vaporisation externe à la température T.

Dans la troisième phase B'A', il a fallu retirer du corps la quantité de chaleur $\lambda + \Delta\lambda$, chaleur latente de vaporisation à la température $T + \Delta T$.

Désignons enfin par $q$ et $q'$ les quantités infiniment petites de chaleur nécessaires aux transformations représentées par BB' et A'A.

La quantité de chaleur Q fournie au corps est ainsi :

$$Q = \lambda - (\lambda + \Delta\lambda) + q + q' = - \Delta\lambda + q + q'$$

Or, le travail extérieur accompli W égale, en valeur absolue, l'aire du trapèze ABB'A', qui est égal à $AB \times Bb$ ou $(u_2 - u_1)\Delta p$, avec une erreur relative d'autant plus faible que $\Delta p$ est plus petit, et qui s'annule avec $\Delta p$. Mais de la manière dont nous avons parcouru ce cycle, le travail est négatif ; on a donc :

$$W = -(u_2 - u_1)\Delta p$$

La relation de l'équivalence (1 ou 3 § 6) donne alors :

$$(1) \qquad E(-\Delta\lambda + q + q') = -(u_2 - u_1)\Delta p$$

D'autre part, la relation de Carnot (2 § 6) donne, puisque ce cycle est réversible :

$$(2) \qquad \frac{\lambda}{T} + \frac{q}{T} - \frac{\lambda + \Delta\lambda}{T + \Delta T} + \frac{q'}{T} = 0 \text{ [1]}$$

ou,

$$(2 \text{ bis}) \qquad \lambda - \left(\frac{T}{T + \Delta T}\right)(\lambda + \Delta\lambda) + q + q' = 0$$

(1) Faisons remarquer que, les termes $\frac{q}{T}$ et $\frac{q'}{T}$ correspondant à des variations

En éliminant la quantité $q + q'$ entre la relation (1) et la relation (2 bis), on obtient :

$$E(\lambda + \Delta\lambda)\left(1 - \frac{T}{T + \Delta T}\right) = (u_2 - u_1)\Delta p$$

ou encore :

$$E\frac{\lambda + \Delta\lambda}{T + \Delta T} = (u_2 - u_1)\frac{\Delta p}{\Delta T}$$

Comme cette relation devient rigoureuse quand $\Delta T$ et, par conséquent, $\Delta\lambda$ et $\Delta p$ tendent vers zéro, et qu'alors $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ tend vers la dérivée $p'_T$ de la fonction qui représente la force élastique maxima $p$ de la vapeur par rapport à la température absolue T, on a, en toute rigueur :

$$(3) \qquad E\frac{\lambda}{T} = (u_2 - u_1)\,p'_T$$

C'est là une relation importante pour l'étude des vapeurs saturantes.

Comme nous savons que $p_T$ est toujours positif, et que $u_2$ est plus grand que $u_1$, elle nous montre que la quantité $\lambda$ est toujours positive : il faut fournir de la chaleur à un liquide pour le vaporiser.

Les expériences de Cagniard-Latour, de Drion et de M. Andrews, ont montré qu'à une température élevée, un corps peut de l'état liquide passer complètement à l'état de vapeur sans changer de volume ; pour cette température (point critique),

infiniment petites, il est inutile de tenir compte au dénominateur de la variation de la température absolue T pendant cette transformation. En mettant $T - \Delta T$ à la place de T on obtiendrait le même résultat quand on ferait tendre vers zéro les termes infiniment petits.



$u_2 = u_1$, et comme $p'_T \left(= \lim. \frac{\Delta p}{\Delta T}\right)$ n'est pas infini, il faut en conclure que $\lambda$ est nul : *au point critique la chaleur latente de vaporisation est nulle.* On s'explique ainsi comment une très faible variation dans l'échauffement amène alors la vaporisation totale du liquide, ou la condensation presque totale de la vapeur.

Pour fixer les idées, nous avons supposé dans la considération du cycle précédent, que le changement d'état était le passage de l'état liquide à l'état gazeux. Mais notre raisonnement peut s'appliquer aussi bien au passage de l'état solide à l'état liquide. La formule (3) convient donc à ce cas, comme au précédent, pourvu qu'alors $u_1$ et $u_2$ représentent respectivement les volumes de l'unité de masse à l'état solide et à l'état liquide.

Or, l'expérience prouve que la chaleur latente de fusion $\lambda$ est toujours une quantité positive.

Le premier nombre de l'égalité (3) étant positif, il en est de même du second; on voit donc que $p'_T$, ou $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ quand $\Delta T$ est très petit, doit être du même signe que $(u_2 - u_1)$,

Si l'on a $u_2 > u_1$, si le corps augmente de volume en fondant comme cela a lieu pour la plupart des corps, $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ est positif ; c'est-à-dire que $\Delta T$ et $\Delta p$ sont du même signe : la température de fusion augmente en même temps que la pression.

Au contraire si l'on a $u_2 < u_1$, si le corps diminue de volume en fondant comme l'eau, la fonte de fer etc., $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ est négatif ; c'est-à-dire que $\Delta T$ et $\Delta p$ sont de signes contraires : quand la pression augmente la température de fusion s'abaisse.

C'est par un raisonnement à peu près analogue que M. James Thomson a prévu que l'augmentation de pression entraînerait un abaissement dans le point de fusion de la glace. Nous avons vu que ce fait a été confirmé par les expériences de Sir W. Thomson.

Ces expériences ont permis de déterminer le rapport $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ [1] et les autres quantités de la relation (3) étant connues, Sir W. Thomson a pu constater la parfaite exactitude de cette relation.

C'est là une vérification expérimentale importante des lois de la thermodynamique.

**8. HISTORIQUE DE LA THERMODYNAMIQUE.** — L'idée que la chaleur est un mouvement vibratoire des dernières particules des corps est certainement très ancienne. L'hypothèse du calorique-matière et celle du calorique-mouvement étaient indiquées concurremment dans les cours de physique depuis longtemps; c'est ainsi qu'en 1780 Lavoisier et Laplace exposent très nettement dans leur *Mémoire sur la chaleur* que ce que nous appelons *chaleur* pourrait ne pas être autre chose que la force vive due au mouvement insensible des molécules, et ils font remarquer que cette hypothèse rend bien compte de la chaleur dégagée par le frottement; mais ils ne s'arrêtent pas à cette idée, que nous savons être juste, et ils n'en tirent aucune conséquence.

C'est Rumford (2) qui le premier, vers 1798, insiste sur la nécessité de cette dernière manière d'envisager la chaleur. Il va

(1) Faisons remarquer que les variations de la température absolue sont les mêmes que les variations de la température donnée par le thermomètre à air; car, en appelant $t$ la température comptée sur le thermomètre à air, on a :

$$T = 273 + t$$

d'où :

$$\Delta T = \Delta t$$

(2) Benjamin Thomson, comte de Rumford, est né en 1753 dans le New-Hampshire. Après avoir pris part à plusieurs guerres dans les rangs de l'armée anglaise, il entra au service de la Bavière, y devint lieutenant général, ministre de la guerre, et appliqua ses connaissances scientifiques au soulagement des malheureux. A partir de 1802, il se fixa en France; il épousa en 1804 la veuve de Lavoisier, et mourut en 1814. Il était membre de la Société Royale de Londres, et associé étranger de l'Institut de France.

même plus loin et établit par l'expérience la quantité de travail nécessaire pour produire une unité de chaleur. Ses expériences ont été faites à Munich dans une fonderie de canons. Il a mesuré la quantité d'eau échauffée et vaporisée par la chaleur considérable dégagée dans le forage d'une pièce à feu; il a évalué, en même temps, le travail de la machine motrice. Des nombres qu'il a donnés, on peut conclure qu'il faudrait 570 kilogrammètres pour créer une grande calorie; c'est une détermination grossière de l'équivalent mécanique de la chaleur. Ce nombre est trop grand, mais Rumford fait remarquer qu'il n'a pas tenu compte de la chaleur dégagée dans les frottements autres que ceux dus au forage, et qu'il n'a pas tenu compte non plus de la chaleur perdue par rayonnement et par conductibilité.

Il était assez généralement admis avant Rumford que la chaleur produite par le frottement tenait à ce que la limaille ou les copeaux détachés par l'action mécanique avaient une chaleur spécifique moindre que le corps dont ils provenaient. Cette interprétation était pour ainsi dire nécessaire dans l'hypothèse de la matérialité du calorique. Rumford en montra le néant : il mesura la chaleur spécifique du bronze en copeaux ou en limaille, tel qu'il était détaché par l'outil servant au forage du canon, et trouva la même valeur que pour le bronze en lingot.

Un an après les expériences de Rumford, en 1799, Davy (1), en Angleterre, montra d'une manière encore plus frappante l'inanité de l'explication précédente sur le dégagement de chaleur par frottement. Il plaça dans le vide deux morceaux de glace et les fit frotter l'un contre l'autre. Le frottement détermina la fusion de la glace; or, l'eau liquide produite ainsi, loin d'avoir une chaleur spécifique plus faible que celle de la glace, a une chaleur spécifique qui est plus du double.

On pourrait s'étonner qu'après des expériences aussi démonstratives, la matérialité du calorique, c'est-à-dire l'impossibilité de créer ou de détruire de la chaleur, ait pu encore, pendant longtemps, trouver place au rang des hypothèses plausibles. Mais, c'est là un fait constant dans l'histoire des sciences, il ne suffit

(1) Sir Humphry Davy, né à Penzance dans le Cornouailles, en 1778, mort en 1829.

pas d'une expérience, si décisive qu'elle nous puisse paraître aujourd'hui, pour renverser l'idée fausse et mettre en lumière la vérité : il faut, non seulement accumuler les preuves, mais surtout il faut du temps pour que les esprits s'accoutument à la nouvelle idée.

Pourtant l'idée juste faisait des progrès.

Dès 1800, en France, Montgolfier soutenait que la chaleur pouvait se transformer en travail mécanique et, en 1839, M. Séguin faisait ressortir la nécessité de la chaleur-mouvement, de l'étude de la dilatation de la vapeur d'eau et du fonctionnement des machines à vapeur.

Mais c'est en 1842 seulement que parut le travail du médecin allemand Jules-Robert Mayer, de Heilbronn, qui, le premier, établit nettement l'équivalence entre le travail et la chaleur. En considérant la chaleur absorbée par la détente des gaz, et à l'aide d'un calcul analogue à celui que nous avons exposé aux paragraphes 3 et 4 du chapitre XIV, il a déterminé la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, et c'est lui qui a employé ce terme pour la première fois. Le nombre qu'il a trouvé ainsi n'est pas très exact, parce que les données numériques pour le coefficient de dilatation et les deux chaleurs spécifiques dont il s'est servi étaient elles-mêmes entachées d'erreurs assez notables; mais la méthode employée pour faire ce calcul est juste.

C'est en réfléchissant aux phénomènes vitaux, à la production de la force motrice de l'homme et des animaux que Mayer a été amené à cette conception si juste des phénomènes thermiques.

On lui doit aussi une jolie expérience. En agitant pendant longtemps de l'eau dans un vase, la température de celle-ci s'est élevée de 12° centigrades à 13°; c'est un bel exemple de la transformation de la force vive sensible en énergie calorifique.

A la même époque, M. Colding, ingénieur à Copenhague, publiait en danois un mémoire contenant des considérations tout à fait analogues à celles de Mayer, et donnant une valeur assez peu exacte, du reste, de l'équivalent mécanique de la chaleur déterminée par le frottement.

Dès 1843, M. Joule a commencé, sans avoir connaissance du reste des travaux de Mayer et de M. Colding, une série de

recherches que nous avons fait connaître en partie, et qui ont définitivement fondé la thermodynamique. Ses premiers travaux ont porté sur les machines magnéto-électriques ; il trouva ainsi le nombre 838 en unités anglaises (460 en unités françaises) pour l'équivalent mécanique de la chaleur.

Son travail sur le frottement, qui a fourni, jusqu'à présent, la meilleure valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, a été publié en 1849.

Viennent ensuite les travaux de M. Hirn, qui n'ont pas peu contribué à établir la loi de l'équivalence sur des bases solides, comme nous l'avons vu.

M. Favre a fait, en 1858, une détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur, en mesurant la quantité de chaleur qui disparaît, quand un moteur électro-magnétique accomplit un travail déterminé.

Enfin, rappelons que le second principe fondamental de la thermodynamique a été établi par Sadi Carnot et généralisé par M. Clausius.

Il convient d'ajouter à ces noms celui de M. Helmholtz, qui, en 1847, dans son remarquable ouvrage « La Conservation de la Force », a développé les idées de Mayer et a montré toute la fécondité de la loi de la conservation de l'énergie, et ceux de MM. Macquorn Rankine, William Thomson, Tyndall et Verdet, comme ayant beaucoup contribué à l'avancement et à la vulgarisation de la thermodynamique.

---

# CHAPITRE XVI

## CHALEUR DE TRANSFORMATION

**1. CHALEUR DÉTRUITE OU CRÉÉE PAR LES CHANGEMENTS D'ÉTATS.** — Quand un corps passe de l'état solide à l'état liquide ou gazeux, ou bien de l'état liquide à l'état gazeux, on constate que le changement entraine la destruction d'une notable quantité de chaleur. Inversement, le passage de l'état gazeux à l'état solide ou liquide et le passage de l'état liquide à l'état solide donnent lieu à une création de chaleur.

Ainsi mettons dans un calorimètre 40 grammes d'eau à 20° et ajoutons-y 10 grammes de glace à 0° : la glace fondra complètement, et nous constaterons que l'eau du calorimètre s'est refroidie jusqu'à 0°. Par conséquent 10 grammes de glace en fondant ont détruit toute la chaleur abandonnée par 40 grammes d'eau en passant de 20° à 0°, soit 40 × 20 = 800 calories.

Tout le monde sait qu'en versant sur la main un liquide volatil, tel que l'alcool ou l'éther, on éprouve une impression de froid : le liquide en s'évaporant détruit de la chaleur, et abaisse la température de l'épiderme. A propos de la liquéfaction des gaz, nous avons vu l'application qu'on pouvait faire de l'évaporation rapide de l'éther, de l'acide sulfureux, de l'acide carbonique ou du protoxyde d'azote pour obtenir du froid.

Quand on vient à faire bouillir de l'eau en raréfiant l'air qui se trouve au-dessus, à l'aide d'une machine pneumatique, la température de l'eau baisse rapidement. Avec l'appareil de M. Carré (décrit L. III, Chap. VI § 9, fig. 129) on peut amener ainsi l'eau de la carafe à 0°, et, en poursuivant l'opération, le liquide se con-

gèle, grâce à la chaleur détruite par l'évaporation. On parvient à solidifier de même par leur évaporation dans le vide l'ammoniaque, l'acide carbonique, le protoxyde d'azote liquéfiés.

La condensation d'une vapeur, la solidification d'un liquide créent des quantités de chaleur respectivement égales aux quantités détruites dans les opérations inverses, à condition toutefois que le travail extérieur accompli soit exactement égal en valeur absolue et de signe contraire, c'est une conséquence de la loi de l'équivalence qui a été établie Chap. XIII § 13.

Par exemple, si l'on fait passer dans un serpentin entouré d'eau primitivement froide, un courant de vapeur d'eau bouillante, celle-ci se condense par suite du refroidissement, mais on constate que l'eau qui entoure le serpentin s'échauffe, et, si elle n'est pas renouvelée, elle finit par être portée à une température voisine de l'ébullition ; c'est la chaleur créée par la condensation d'une quantité relativement faible de vapeur, qui a produit cette élévation de température.

Dans l'exemple rapporté plus haut de l'eau qui se congèle par évaporation dans le vide, la chaleur détruite par la vaporisation est constamment reproduite par la congélation d'une certaine quantité d'eau ; la température reste constante jusqu'à solidification complète.

Ceci nous amène à donner l'explication de l'invariabilité que présente la température d'un corps en partie liquide et en partie solide quelles que soient les causes de refroidissement ou de réchauffement. Si l'on échauffe la masse, la chaleur pénètre dans celle-ci, mais elle est détruite immédiatement par la fusion d'une portion de la partie solide : la température ne s'élève pas. Si, au contraire, on refroidit la masse, la chaleur en sort ; mais elle est immédiatement reproduite par la solidification d'une portion de la partie liquide : la température ne s'abaisse pas.

Appliquons maintenant la loi de l'équivalence aux changements d'état. Soit Q la quantité de chaleur qu'il faut fournir à la substance pour la fondre ou la volatiliser, soient $I_1$ et $I_2$ l'énergie interne à la même température avant et après le changement d'état, soit W le travail extérieur accompli, on a :

$$(1) \quad EQ = I_2 - I_1 + W \quad \text{ou} \quad I_2 - I_1 = EQ - W$$

Du reste, en appelant $p$ la pression constante par unité de surface que supporte le corps et par $u_1$ et $u_2$ son volume avant et après le changement d'état on a :

$$(2) \qquad W = (u_2 - u_1)p$$

d'où :

$$(3) \qquad I_2 - I_1 = EQ - (u_2 - u_1)p$$

Dans le cas de la fusion, le travail extérieur $(u_2 - u_1)p$ est absolument négligeable vis-à-vis de EQ ; montrons-le par un exemple. Pour un gramme d'eau qui passe à 0° de l'état de glace à l'état liquide sous la pression atmosphérique ordinaire, on a $u_1 = 1^{cc},0896$, $u_2 = 1^{cc},0001$ et $p = 76 \times 13,6 \times 980,96$ dynes d'où :

$$W = (u_2 - u_1)p = -0,0895 \times 1013600 = -90730 \text{ ergs}$$

Or, on constate qu'il y a 80 calories de détruites pour produire la fusion à 0° d'un gramme de glace, d'où :

$$EQ = 41700000 \times 80 = 3336000000 \text{ ergs}$$

On voit que la valeur de W n'est pas la $\frac{1}{36000}$ partie de celle de EQ.

Ainsi, l'énergie interne d'un corps, en passant de l'état solide à l'état liquide à une même température, augmente d'une quantité très considérable (EQ), puisque pour un gramme d'eau cette quantité est égale à 3336 mégergs.

Pour la vaporisation le rapport du travail extérieur $(u_2 - u_1)p$ à EQ est plus considérable, mais encore petit, comme on peut en juger par l'exemple suivant. Pour un gramme d'eau à 100° passant de l'état liquide à l'état de vapeur saturante, par conséquent sous la pression de 1013600 dynes par centimètre carré,

l'augmentation de volume $(u_2 - u_1)$ est égal à 1651 cent. cubes, ce qui donne pour le travail extérieur :

$$W = +1\,651 \times 1\,013\,600 = 1\,673\,450\,000 \text{ ergs}$$

Les expériences de Regnault, décrites plus loin, donnent pour la chaleur Q nécessaire à la vaporisation d'un gramme d'eau à 100° le nombre 537 calories ; on a donc :

$$EQ = 41\,700\,000 \times 537 = 22\,392\,900\,000 \text{ ergs}$$

Ici le rapport de W à EQ est environ $\frac{1}{13}$ : il n'est plus négligeable.

Pourtant, on voit qu'encore ici la plus grande partie de la chaleur qu'il faut fournir au corps liquide pour le volatiliser est employée à accroître son énergie interne. La différence d'énergie interne d'un gramme d'eau à 100° à l'état de vapeur saturante et à l'état liquide est d'après le calcul ci-dessus 20 719 mégergs.

Il serait imprudent, avec nos connaissances actuelles, d'affirmer qu'à une même température la même masse d'un corps possède dans deux états physiques différents exactement la même quantité d'énergie vibratoire, c'est-à-dire la même quantité de chaleur sensible.

Cette quantité pourtant ne doit pas beaucoup différer sous les deux états ; car on concevrait difficilement qu'une masse de glace à 0° puisse rester en état d'équilibre de température dans une même masse d'eau à 0°, si les deux masses ne possédaient à peu près la même quantité d'énergie vibratoire.

La très grande différence d'énergie interne que possède une même substance sous les trois états physiques différents, doit donc être attribuée à une variation d'énergie potentielle, c'est-à-dire à une variation de cette forme de l'énergie qui dépend de la position moyenne des particules les unes par rapport aux autres [1].

(1) Nous disons *moyenne* à cause des petits mouvements de ces particules auxquels est due la chaleur du corps.

En passant de l'état solide à l'état liquide les forces intérieures accomplissent un travail négatif : l'énergie potentielle augmente. Ces travaux négatifs des forces intérieures, sont encore plus considérables, l'augmentation d'énergie interne est encore plus grande quand le corps passe de l'état solide ou de l'état liquide à l'état gazeux.

Tout ce que nous venons de dire au sujet des changements d'état physique peut s'appliquer point pour point aux modifications allotropiques ou isomériques (transformation du phosphore blanc en phospore rouge, transformation du cyanogène en paracyanogène), ainsi qu'à toute espèce de réactions chimiques. Les quantités de chaleurs créées ou détruites dans une réaction chimique, déduction faite de la chaleur qui correspond au travail extérieur, toujours négligeable quand il n'y a pas de changement de volume considérable, mesurent la diminution ou l'augmentation d'énergie interne du système.

Lorsqu'après la réaction, les éléments sont ramenés à la même température qu'avant, la variation d'énergie interne est peu différente de la variation d'énergie potentielle du système.

Si une combinaison ou une décomposition a créé de la chaleur, les forces d'affinité ont accompli un travail positif : l'énergie potentielle a diminué. Ainsi l'acide carbonique a une énergie potentielle beaucoup moindre que le mélange de carbone et d'oxygène qui lui a donné naissance.

Si une combinaison ou une décomposition a détruit de la chaleur pour se produire, les forces d'affinités ont accompli un travail négatif : l'énergie potentielle du système a augmenté. C'est ainsi que l'énergie potentielle du chlorure d'azote est beaucoup plus grande que celle du mélange d'azote et de chlore qui (indirectement) lui a donné naissance.

Un corps explosif, comme le chlorure d'azote, peut se comparer à un ressort comprimé, et sa décomposition à la détente du ressort : dans les deux cas l'énergie potentielle en diminuant peut donner lieu à un travail mécanique extérieur.

Si une réaction dégageant de la chaleur se fait en vase clos, sans production de travail extérieur, comme l'inflammation dans un eudiomètre d'un mélange détonant, ou l'explosion à l'intérieur d'une bombe résistante d'une petite quantité de chlorure

d'azote ou de nitro-glycérine, il n'y a pas de travail extérieur accompli, et, au premier moment, toute la chaleur créée par la réaction reste dans les produits de cette réaction. L'équation de l'équivalence nous montre que l'énergie interne du système a conservé la même valeur, puisque la quantité de chaleur Q enlevée au système est nulle, et que le travail extérieur W est nul aussi. Mais la forme de l'énergie s'est profondément modifiée pendant la réaction. Une grande partie de l'énergie potentielle s'est transformée en énergie vibratoire, en chaleur; la masse a été portée par là à une température extrêmement élevée, des pressions énormes se sont développées qui font faire explosion à l'enveloppe si elle n'est pas suffisamment résistante. Ceci nous montre bien que la différence d'énergie que possède, à une même température, un corps sous divers états physiques ou chimiques, est principalement une différence d'énergie potentielle.

Nous allons étudier dans ce chapitre les méthodes qui permettent de mesurer les quantités de chaleur créées par les changements d'état physique. Nous n'insisterons pas davantage sur les quantités de chaleur dégagées dans les actions chimiques ou dans les phénomènes physiologiques; les méthodes calorimétriques ne diffèrent pas, au fond, de celles que nous allons décrire pour les changements d'état physique, et la description exacte des appareils, ainsi que les résultats, trouvent mieux leur place dans les traités de chimie ou de physiologie.

## CHALEUR LATENTE DE FUSION

**2. DÉFINITION.** — On appelle *chaleur latente de fusion* (1) d'une

(1) Chaleur *latente* veut dire chaleur *cachée*; cette expression nous a été léguée par la théorie de la matérialité du calorique. Nous savons aujourd'hui que dans un changement d'état la chaleur n'est pas cachée ou rendue apparente, mais bien détruite ou créée. L'expression de chaleur *latente* n'est donc pas juste. Si nous l'avons conservée, c'est faute d'une autre qui soit meilleure : dans le cas de la vaporisation, en effet, on est obligé d'ajouter une épithète à *chaleur de vaporisation* pour mieux distinguer la *chaleur latente* de la *chaleur totale de vaporisation*.

substance *le nombre de calories nécessaire pour faire passer un gramme de cette substance de l'état solide à l'état liquide sans changer sa température.*

Inversement quand un gramme de la substance passe de l'état liquide à l'état solide en gardant la température de fusion, il y a un nombre de calories créées égal à la chaleur latente de fusion.

D'après la formule (1) du paragraphe précédent, il semble que cette définition manque de précision, puisque la quantité de chaleur Q nécessaire au changement d'état dépend de la valeur du travail extérieur W, lequel (form. 2) varie avec la pression supportée par le corps : il semble que la pression devrait être mentionnée dans la définition. Mais nous avons vu que le rapport du travail extérieur à la variation d'énergie interne est tout à fait négligeable : la quantité de chaleur créée ou détruite par ce travail ne pourrait modifier que le cinquième chiffre significatif du nombre qui représente la chaleur de fusion. Or, les méthodes que nous allons exposer pour déterminer les chaleurs latentes permettent d'obtenir au plus trois chiffres significatifs exacts : il est donc parfaitement inutile de se préoccuper de la valeur de la pression, tant qu'on ne possèdera pas de méthodes plus précises.

D'après cette définition, quand un corps ayant une masse de $p$ grammes passe de l'état solide à l'état liquide, ou subit la transformation inverse, $p\lambda$ calories sont détruites ou créées, en désignant par $\lambda$ la chaleur latente de fusion de ce corps.

**3. DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA CHALEUR LATENTE DE FUSION.** — La méthode la plus fréquemment employée pour déterminer la chaleur latente de fusion est la méthode des mélanges. Pourtant on s'est servi aussi de celle du puits de glace, et, sous la forme donnée par M. Bunsen, il peut y avoir avantage à l'employer.

Nous allons exposer plus particulièrement la méthode des mélanges ; on comprendra ensuite, sans qu'il soit besoin d'insister, la manière dont on disposera l'expérience avec le calorimètre à glace.

Il convient de distinguer deux cas suivant que le corps est solide ou liquide à la température ordinaire.



1° Cas d'un corps solide a la température ordinaire. — On prend une certaine quantité de la substance solide, et on en détermine la masse $p$ par la balance. On la fait fondre entièrement, et l'on porte le liquide à une température T connue, généralement supérieure au point de fusion $\tau$. On plonge alors la substance dans un calorimètre contenant une certaine quantité d'eau à une température connue $\theta_0$, et dont la capacité calorifique totale a été déterminée.

Au contact de l'eau froide, le corps subit trois transformations successives, qui toutes les trois fournissent de la chaleur au calormètre : — 1° il se refroidit à l'état liquide de la température T à la température de fusion $\tau$ en cédant au calorimètre $pc'(T-\tau)$ calories, $c'$ étant la chaleur spécifique moyenne entre T et $\tau$ de la substance à l'état liquide ; — 2° il se solidifie à la température $\tau$ et crée $p\lambda$ calories, $\lambda$ étant la chaleur latente de fusion cherchée ; — 3° il se refroidit à l'état solide, depuis la température $\tau$ jusqu'à la température finale $\theta$, en abandonnant $pc(\tau-\theta)$ calories, $c$ désignant la chaleur spécifique moyenne entre $\theta$ et $\tau$ de la substance à l'état solide.

En même temps, l'eau du calorimètre s'est échauffée de $\theta_0$ à $\theta$ degrés et par conséquent a pris $P(\theta-\theta_0)$ calories.

On a donc l'égalité :

$$(1) \qquad pc'(T-\tau)+p\lambda+pc(\tau-\theta)=P(\theta-\theta_0)$$

Faisons remarquer que dans cette égalité $\theta$ doit représenter la température finale observée $\theta_n$ corrigée du réchauffement ou du refroidissement dû aux causes perturbatrices.

Dans cette relation, la chaleur spécifique $c$ du corps à l'état solide est une quantité connue, qui a pu être déterminée par la méthode indiquée Chap. XII § 7 ; l'expérience qu'il faut faire pour cela ne diffère du reste de celle que nous venons de décrire qu'en ce que l'on porte le corps à une température inférieure à son point de fusion, avant de l'immerger dans le calorimètre. Mais on ne peut déterminer ainsi la chaleur spécifique $c'$ de la substance à

l'état liquide. Nous devons donc considérer l'égalité (1) comme renfermant deux inconnues $c'$ et $\lambda$.

Il faut alors pour déterminer ces deux quantités une autre équation, qui sera fournie par une seconde expérience faite dans les mêmes conditions que la première, sauf que la température T à laquelle le corps sera porté à l'état liquide et immergé dans le calorimètre sera différente de T. On aura, en affectant d'un accent les quantités analogues à celles de la première expérience :

$$(2) \qquad p'c'(T'-\tau) + p'\lambda + p'c(\tau-\theta') = P'(\theta'-\theta'_0)$$

Les relations (1) et (2) étant résolues donnent $c'$ et $\lambda$.

Faisons remarquer que si l'on avait $T = \tau$, la première équation donnerait la valeur de $\lambda$ sans qu'on ait besoin de connaître $c'$. Si T diffère peu de $\tau$, une légère inexactitude commise sur la valeur de $c'$ influe très peu sur l'exactitude de $\lambda$. Il convient donc de le prendre dans une des deux expériences, la première par exemple, T aussi voisin que possible de $\tau$.

Pour que la seconde puisse alors bien déterminer la valeur de la chaleur spécifique $c'$, il faut prendre, au contraire, T' notablement différent de $\tau$. Telles sont les conditions les plus favorables à la détermination exacte de $c'$ et de $\lambda$.



Fig. 292.

Quant aux appareils employés ce sont les calorimètres décrits à propos des chaleurs spécifiques (fig. 292). La marche d'une expérience est la même ; en particulier, pour avoir le terme correctif $\sum \Delta\theta \left(\theta = \theta_0 - \sum \Delta\theta\right)$ on procède exactement comme il a été dit au paragraphe 8 du chapitre XII.

Le corps liquéfié est contenu généralement dans une petite bouteille métallique pourvue d'un thermomètre. C'est ce petit

appareil qu'on immerge dans l'eau du calorimètre : il est clair qu'on doit alors corriger le premier membre des égalités (1) et (2) en y ajoutant la quantité de chaleur $\varpi(T - \theta)$ ou $\varpi(T' - \theta')$ cédée par l'enveloppe et le thermomètre de capacité calorifique connue $\varpi$.

Ce thermomètre placé au milieu du corps fait connaître exactement T, et permet de constater le moment où ce corps a pris la température de l'eau du calorimètre.

2° Cas d'un corps liquide a la température ordinaire. — Quand la substance est liquide à la température ordinaire, on procède d'une façon inverse. On congèle une certaine quantité de cette substance et on la porte à une température T généralement inférieure au point de fusion $\tau$, puis on l'immerge dans l'eau du calorimètre.

Désignons ici par $c'$ la chaleur spécifique à l'état solide et par $c$ la chaleur spécifique à l'état liquide et donnons à $p$, P, $\lambda$, $\theta_0$ et $\theta$ la même signification que ci-dessus. En écrivant que la chaleur prise par le corps pour se réchauffer et pour fondre a été cédée par le calorimètre, on obtient la relation :

$$(3) \qquad pc'(\tau - T) + p\lambda + pc(\theta - \tau) = P(\theta_0 - \theta)$$

Cette égalité est analogue à l'égalité (1) et contient comme elle deux inconnues $c'$ et $\lambda$, car les méthodes exposées au chapitre XII ne permettent pas de déterminer la chaleur spécifique d'un corps à l'état solide, quand ce corps est liquide à la température ordinaire. Pour obtenir une deuxième équation entre $c'$ et $\lambda$, il faut refaire une seconde expérience en portant le corps solidifié à une température T' différente de T, on a alors la relation :

$$(4) \qquad p'c'(\tau - T') + p'\lambda + p'c(\theta' - \tau) = P'(\theta'_0 - \theta')$$

Comme dans le cas précédent, il convient pour l'exactitude de l'expérience de prendre T très voisin de $\tau$, et T' notablement inférieur à $\tau$.

Ces méthodes générales ont été employées par M. Person ; elles ont subi parfois quelques modifications de détail. Ainsi

MM. de la Provostaye et Paul Desains, pour déterminer la chaleur latente de fusion de l'eau, maintenaient pendant longtemps un morceau de glace bien pure au milieu de glace fondante, pour que sa température fût bien 0°; puis, après l'avoir essuyé rapidement, ils le plongeaient dans l'eau du calorimètre. L'augmentation de masse de celui-ci donnait la masse du morceau de glace introduit.

Ici on a $T = \tau = 0°$ et l'égalité (3) devient :

$$p\lambda + pc\theta = P(\theta_0 - \theta)$$

Ces physiciens ont trouvé ainsi $\lambda = 79{,}25$.

M. Ed. Desains, en reprenant la méthode générale, mais en adoptant le nombre 79,25 fourni par les expériences précédentes pour la valeur de $\lambda$, a déterminé la chaleur spécifique de la glace, et a trouvé 0,504.

4. **MÉTHODE DE M. BUNSEN POUR DÉTERMINER LA CHALEUR LATENTE DE FUSION DE LA GLACE.** — M. Bunsen a obtenu la chaleur de fusion de la glace par un procédé tout différent de celui que nous venons d'indiquer. Il a commencé par déterminer la diminution de volume K subie par un gramme d'eau à 0° en passant de l'état solide à l'état liquide. Il s'est servi pour cela d'une sorte de thermomètre à poids contenant du mercure et une masse connue d'eau bien purgée d'air. Cette eau était solidifiée, et la glace était amenée à 0°; le mercure remplissait la partie effilée jusqu'à son extrémité. On déterminait ensuite la fusion de la glace, et l'on amenait de nouveau l'appareil à 0° en maintenant le bec du thermomètre dans une capsule pleine de mercure; la masse de mercure entrée par la pointe effilée faisait connaître la diminution de volume de l'eau placée à l'intérieur du thermomètre en passant de l'état solide à l'état liquide.

D'autre part, en introduisant une masse connue d'eau chaude à une température $t$, dans son calorimètre à glace (Chap. XII § 6), M. Bunsen faisait fondre une certaine masse P de glace par un nombre de calories connu $pt$. La mesure de la longueur dont avait rétrogradé la colonne mercurielle du calorimètre et la connais-

sance de la section du canal donnaient la diminution de volume $v$ éprouvée par la masse P d'eau glacée en fondant. En divisant $v$ par K on avait la valeur de P, et l'égalité:

$$P\lambda = pt$$

faisait connaître $\lambda$.

M. Bunsen a trouvé ainsi $\lambda = 80,13$, nombre un peu plus fort que celui de MM. de la Provostaye et P. Desains.

**5. RÉSULTATS.** — Voici maintenant quelques résultats.

**Chaleur latente de fusion**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Phosphore . . | 5,034 | Person | Eau. . . . . . . . . | 80,0 | (Moyenne) |
| Soufre . . . . | 9,368 | Id. | Chlorure de Calcium ($CaCl + 3HO$). . . | 40,70 | Person |
| Iode . . . . . | 11,7 | Regnault | Azotate de potasse. . | 47.371 | Id. |
| Brôme . . . . | 1,6 | Id. | Azotate de soude . . | 62,975 | Id. |
| Zinc . . . . . | 28,13 | Person | Phosphate de soude. | 66,80 | Id. |
| Étain. . . . . | 14,252 | Id. | Acide formique . . . | 52,8 | Berthelot |
| Bismuth . . . | 12,640 | Id. | Acide acétique. . . . | 41 | Id. |
| Plomb . . . . | 5,369 | Id. | Hydrate de chloral . | 33 | Id. |
| Argent. . . . | 21,07 | Id. | | | |
| Mercure . . . | 2,83 | Id. | | | |

On peut remarquer que de tous ces corps c'est l'eau qui possède la plus grande chaleur de fusion. Nous avons déjà vu qu'elle avait la plus grande chaleur spécifique (l'hydrogène excepté); nous verrons plus loin qu'elle possède aussi la plus grande chaleur de vaporisation.

**6. MÉLANGES RÉFRIGÉRANTS.** — On peut faire passer un corps solide à l'état liquide en le mêlant à une autre substance capable de le dissoudre, ou capable de se dissoudre dans le liquide provenant de la fusion du corps (glace et sel marin), ou encore, capable de contracter une combinaison liquide avec le corps (glace et acide sulfurique).

La transformation que subit le mélange des deux corps est généralement acccompagnée d'une création ou d'une destruction de chaleur due à ce que, ramené à une même température, le produit de l'action mutuelle des deux corps ne possède pas la même énergie interne que le mélange.

La variation d'énergie interne ne dépendant que de l'état initial et de l'état final, il en est de même de la chaleur créée ou détruite. Par conséquent, nous pouvons supposer d'abord que le corps s'est liquéfié, ce qui détruit une quantité de chaleur $\lambda$, ensuite qu'il s'est dissout dans l'autre substance ou qu'il s'est combiné avec elle, ce qui généralement produit une création de chaleur $d$. Suivant que $\lambda$ est, en valeur absolue, supérieure ou inférieure à $d$, la transformation détruit ou dégage de la chaleur, la température s'abaisse ou s'élève.

On peut observer l'un ou l'autre cas en mélangeant de la neige et de l'acide sulfurique monohydratée. Quatre parties de neige et une d'acide sulfurique, donnent un liquide dont la température descend à —20°. Si l'on renverse les proportions en mettant une partie de neige et quatre parties d'acide sulfurique, la température s'élève au-delà de 60°.

On donne le nom de *mélanges réfrigérants* à des mélanges de deux ou de plusieurs substances, dont l'une au moins est solide, et qui, par leur action mutuelle, donne lieu à un abaissement de température.

La dissolution dans l'eau de certains sels donne du froid. Ainsi, en mélangeant à de l'eau à 10° une masse égale d'azotate d'ammoniaque, on obtient un froid de —16°.

Il en est de même de la dissolution de quelques sels dans les acides : 8 parties de sulfate de soude, en se dissolvant dans 5 parties d'acide chlorhydrique du commerce (dissolution concentrée d'acide chlorhydrique dans l'eau), donne un froid de —17°.

Les mélanges réfrigérants les plus souvent employés sont formés de glace pilée ou de neige ajoutée à un sel (chlorure de sodium ou chlorure de calcium hydraté). Deux parties de neige et une de sel marin donnent un froid de —20° environ. Ce mélange est pâteux, la fusion des deux corps étant incomplète. Le mélange de neige et de chlorure de calcium hydraté peut donner un produit

liquide. Nous avons vu que Regnault a employé ce mélange dans ses recherches sur la force élastique maxima de la vapeur d'eau au-dessous de 0°.

Enfin, le mélange réfrigérant le plus intense qu'on connaisse est formé d'acide carbonique solide, de protoxyde d'azote solide et d'éther. La température de ce mélange pâteux, difficile à mesurer exactement, est certainement inférieure à —100°.

## CHALEUR DE VAPORISATION

7. **DÉFINITIONS.** — On appelle ***chaleur latente de vaporisation externe le nombre de calories nécessaires pour faire passer un gramme du corps considéré de l'état liquide ou solide à l'état de vapeur saturante sans changer sa température.***

Nous avons déjà vu que dans le cas de la vaporisation le travail extérieur accompli par le corps qui augmente considérablement de volume, en passant de l'état liquide ou solide à l'état gazeux, n'est pas négligeable vis-a-vis du travail des forces intérieures : dans le cas de l'eau se vaporisant à 100° sous la pression atmosphérique, il en est le douzième environ. Il est donc nécessaire d'indiquer dans la définition de la chaleur de vaporisation que la vapeur formée est ***saturante***, c'est-à-dire possède sa force élastique maxima, car alors le travail extérieur est parfaitement déterminé pour chaque température de vaporisation, et il en est de même de la chaleur nécessaire à la transformation.

Si la vapeur formée n'était pas saturante, le travail extérieur ne serait pas exactement le même. En effet, en négligeant devant le volume $v$ de la vapeur le volume très petit du liquide dont elle provient, le travail extérieur est égal au produit $vp$ du volume $v$ de la vapeur formée par sa force élastique $p$, qui est la même que la force élastique extérieure. Or, à une même température, le produit $vp$ n'est constant, quel que soit $p$, que pour un gaz parfait; pour une vapeur, ce produit augmente quand $p$ diminue. Si donc la vapeur formée n'est pas saturante, le travail extérieur est un peu plus grand.

D'un autre côté, l'énergie interne de la masse de vapeur n'est pas indépendante de son volume à une même température,

comme cela aurait lieu pour un gaz parfait : elle augmente un peu avec le volume. Ces deux raisons nous montrent que si la vapeur formée a une force élastique inférieure à sa force élastique maxima, la quantité de chaleur nécessaire à la transformation doit être un peu plus grande.

Il est intéressant, et utile pour résoudre certains problèmes dont nous donnerons un exemple plus loin, de connaitre la *quantité de chaleur équivalente à l'accroissement d'énergie interne qu'éprouve un gramme d'un corps en passant de l'état liquide ou solide à l'état de vapeur saturante.* Nous désignerons cette quantité par l'expression de chaleur latente de vaporisation interne et nous la représenterons par $l$. Il est clair qu'elle diffère de la chaleur latente de vaporisation externe $\lambda$, définie en tête de ce paragraphe, par la quantité de chaleur équivalente au travail extérieur accompli pendant la vaporisation ; en effet, la loi de l'équivalence donne la relation :

$$(1) \qquad E\lambda = El + (u_2 - u_1)p$$

$(u_2 - u_1)p$ étant le travail extérieur accompli par un gramme du corps qui passe d'un volume $u_1$ à l'état liquide ou solide à un volume $u_2$ à l'état de vapeur sous la pression $p$ par unité de surface.

Si nous remplaçons $(u_2 - u_1)$ par sa valeur, tirée de la relation (3) obtenue au § 7, Chap. XV, on a :

$$(2) \qquad E\lambda = El + \frac{E\lambda}{T}\frac{p}{p_T} \qquad \text{d'où : } l = \lambda\left(1 - \frac{1}{T}\frac{p}{p_T}\right)$$

Rappelons que dans cette formule, $p$ représente la force élastique maxima de la vapeur pour la température absolue T, et $p_T$ la dérivée de cette fonction par rapport à T [1].

[1] En désignant par $t$ la température comptée sur le thermomètre à air on a $T = 273 + t$, et l'égalité (2) devient :

$$(3) \qquad l = \lambda\left(1 - \frac{1}{273 + t}\frac{p}{p_t}\right)$$

On désigne sous le nom de ***chaleur totale de vaporisation externe le nombre de calories nécessaire pour faire passer un gramme du corps, à l'état liquide ou solide, de 0° à la température t° et pour le transformer en vapeur saturante à cette température.***

Désignons par Q cette chaleur totale de vaporisation externe, et par $c$ la chaleur spécifique moyenne entre 0° et $t$° du corps à l'état liquide ou solide; si nous écrivons que la chaleur Q est d'abord employée à échauffer le corps liquide ou solide de 0° à $t$°, puis à le vaporiser à cette température, nous obtiendrons la relation :

$$Q = ct + \lambda$$

***La chaleur totale de vaporisation interne q est la quantité de chaleur correspondant à l'accroissement d'énergie qu'éprouve***

Or, Regnault a trouvé que la formule suivante, proposée par Roche (voir Chap. VIII, § 6) représentait bien la valeur de $p$ en fonction de $t$ :

$$p = aR_1^{\frac{20+t}{1+20m'+m't}}$$

on tire de là :

$$p'_t = \frac{L.R_1}{(1+20m'+m't)^2}\, aR_1^{\frac{20+t}{1+20m'+m't}} = \frac{L.R_1}{(1+20m'+m't)^2}\, p$$

d'où :

$$\frac{p}{p'_t} = \frac{(1+20m'+m't)^2}{L.R_1}$$

En remplaçant dans la formule (3) il vient :

$$(4) \qquad l = \lambda\left[1 - \frac{(1+20m'+m't)^2}{273+t}\,\frac{1}{L.R_1}\right]$$

C'est à l'aide de cette formule que nous avons calculé les chaleurs latentes de vaporisation internes données plus loin.

*un gramme d'un corps en passant de l'état solide ou liquide à $t^0$ à l'état de vapeur saturante à $t^0$*, on a la relation :

$$q = ct + l$$

La chaleur de vaporisation totale interne diffère de la chaleur totale externe par la quantité de chaleur correspondant au travail extérieur accompli pendant la transformation.

**8. Détermination expérimentale des chaleurs de vaporisation.** — La méthode qui a été la plus employée pour mesurer les chaleurs de vaporisation est un cas particulier de la méthode des mélanges. Elle consiste à faire passer la vapeur saturante provenant de l'ébullition du liquide sous une pression déterminée, et par conséquent ayant une température connue, dans un serpentin, ou toute autre forme de réfrigérant, baigné par l'eau d'un calorimètre. La vapeur s'y liquéfie, en cédant au calorimètre la chaleur produite par la condensation et celle qui provient du refroidissement du liquide ainsi formé, qui passe de la température d'ébullition à la température finale de l'eau du calorimètre. Le nombre de calories cédées au calorimètre est donné par la mesure de l'élévation de sa température et par la connaissance de sa capacité calorifique M.

Le liquide provenant de la condensation de la vapeur est recueilli dans un vase qui doit faire suite au réfrigérant, et qui doit être contenu à l'intérieur du calorimètre pour que le liquide prenne bien la température finale de celui-ci. A la fin de l'opération, on fait écouler ce liquide, et l'on mesure sa masse P par la balance.

Désignons par $\lambda$ la chaleur latente de vaporisation externe correspondant à la température d'ébullition $\tau$. Les P grammes de la vapeur saturante, en passant à l'état liquide sans changer de température, ont cédé $P\lambda$ calories, et les P grammes de liquide, en se refroidissant de la température $\tau$ à la température finale $\theta_1$ du calorimètre, ont cédé $Pc(\tau - \theta_1)$ calories ; $c$ étant la chaleur spécifique moyenne du liquide entre $\tau$ et $\theta_1$.

D'autre part, le calorimètre, de capacité calorifique M et à une

température initiale $\theta_0$, a gagné $M(\theta_n - \theta_0)$ calories. Mais, si l'on désigne par $\sum\Delta\theta$ l'élévation de température du calorimètre sous l'influence des causes perturbatrices qui ont agi pendant la durée de l'expérience, on aurait eu pour le calorimètre une élévation de température égale à $\theta_n - \theta_0 - \sum\Delta\theta$, si ces causes perturbatrices n'avaient pas existé; d'où la relation :

$$(1) \qquad P\lambda + Pc(\tau - \theta_n) = M\left(\theta_n - \theta_0 - \sum\Delta\theta\right)$$

Si l'on a déterminé à l'avance la chaleur spécifique $c$ du liquide, cette égalité fait connaître $\lambda$, car toutes les autres quantités sont données par l'expérience.

Il est inutile d'insister sur la manière de mesurer P, M, $\theta_0$ et $\theta_n$.

Pour obtenir la valeur de $\tau$, on peut se servir d'un thermomètre dont le réservoir plonge dans la vapeur du liquide en ébullition. On peut aussi obtenir cette quantité par la mesure de la force élastique de l'atmosphère où se produit l'ébullition; en consultant les tables donnant la force élastique maxima de la vapeur du liquide aux différentes températures, on obtient la valeur de $\tau$.

Quant aux causes perturbatrices qui rendent nécessaire l'emploi du terme correctif $\sum\Delta\theta$, elles sont les mêmes que celles que nous avons indiquées à propos de la mesure de la chaleur spécifique des gaz (Chap. XII, § 16, p. 679), et le moyen d'obtenir $\sum\Delta\theta$ est absolument le même aussi.

En se reportant à ce paragraphe, on voit que pour déterminer les deux constantes A et B, il faut observer la marche du thermomètre du calorimètre avant et après le passage de la vapeur dans le réfrigérant, les autres conditions restant exactement les mêmes que pendant ce passage, pour que les causes perturbatrices conservent la même valeur. Pour cela, il convient de disposer un

robinet permettant de lancer la vapeur dans le réfrigérant, ou, au contraire, d'en supprimer l'accès. Mais pour que l'ouverture ou la fermeture de ce robinet n'apporte aucun trouble à l'ébullition, il est nécessaire alors que la chaudière communique d'une manière permanente avec un condenseur où règne constamment la force élastique qui existe dans tout le reste de l'appareil. C'est en faisant varier cette force élastique qu'on fait varier, comme on le sait, la température d'ébullition $\tau$, ce qui permet de déterminer la chaleur de vaporisation $\lambda$ pour diverses températures.

Signalons une cause d'erreur qui peut se produire dans ces expériences. La vapeur qui pénètre dans le tube de communication peut entrainer avec elle et amener dans le réfrigérant des gouttelettes liquides qui viennent augmenter la masse P du liquide recueilli. Or ces gouttelettes, ne cédant au calorimètre que la quantité assez faible de chaleur due à l'abaissement de température qu'elles éprouvent, font trouver une valeur trop petite pour la chaleur de vaporisation. Ceci arrive infailliblement si le conduit qui amène la vapeur au calorimètre est refroidi par l'air extérieur, car une portion de la vapeur se condense dans le conduit. On évite ce grave inconvénient en entourant celui-ci presque jusqu'au calorimètre par un prolongement de la chaudière ; le conduit est enveloppé alors de vapeur à la température même de celle qu'il contient. Si quelques gouttelettes, projetées par l'ébullition, s'engagent avec la vapeur dans le conduit, elles s'évaporent, parce que la force élastique y est un peu inférieure à celle de la chaudière, et que dès lors, la vapeur n'y est plus exactement saturante (1). D'ailleurs aucune erreur notable ne saurait résulter de ce fait, la force élastique de la vapeur dans le conduit n'étant que très peu inférieure à sa valeur maxima.

Cette méthode fournit plus directement la chaleur totale de vaporisation externe que la chaleur latente. En effet, on tire de l'égalité (1) :

$$\lambda + c(\tau - \theta_2) = \frac{M}{P}\left(\theta_3 - \theta_0 - \sum \Delta\theta\right)$$

(1) La forte courbure de ces petites gouttelettes favorise aussi leur évaporation (voir Chap. VII § 10).

Ajoutons $c_1\theta_n$ aux deux membres de cette égalité, $c_1$ étant la chaleur spécifique moyenne du liquide entre 0° et la température $\theta_n$ qui n'en est jamais éloignée; le premier membre $[\lambda + c(\tau - \theta_n) + c_1\theta_n]$ représente alors la chaleur totale externe Q.

On a donc :

$$Q = \frac{M}{P}\left(\theta_n - \theta_0 - \sum \Delta\theta + c_1\theta_n\right)$$

Comme le facteur $\theta_n$ de $c_1$ est plus petit que le facteur $(\tau - \theta_n)$ de $c$, une petite erreur commise sur l'évaluation de $c_1$ aura moins d'importance que la même erreur commise sur $c$; c'est pourquoi les expériences que nous venons d'indiquer déterminent avec plus de précision la chaleur totale Q que la chaleur latente de vaporisation $\lambda$. Aussi Regnault et la plupart des expérimentateurs qui se sont occupés de ce genre de recherches ont donné la première de ces quantités comme résultat direct de leurs expériences.

Faisons remarquer, enfin, que cette méthode n'est plus applicable quand on veut déterminer $\lambda$ aux températures voisines de la température ordinaire. Il faut, en effet, pour que l'influence des causes perturbatrices ne devienne pas trop considérable — 1° que le calorimètre reste à une température voisine de la température ambiante, — 2° que la distillation d'une quantité convenable de liquide se fasse assez rapidement, et par conséquent, que la température de la chaudière soit notablement supérieure à celle du calorimètre où se trouve le réfrigérant.

Aussi, pour la détermination des chaleurs de vaporisation aux températures ordinaires, Regnault a-t-il eu recours à une autre méthode, inverse en quelque sorte de la précédente : une masse connue de liquide est contenue dans un vase entouré par l'eau du calorimètre; en mettant ce vase en communication avec un récipient vide d'air et refroidi par un mélange réfrigérant, on détermine la distillation totale du liquide; l'eau du calorimètre se refroidit par suite de la chaleur détruite par la vaporisation du liquide, et l'abaissement de température permet de mesurer, au moins approximativement, la chaleur de vaporisation.

Regnault insiste longuement dans son Mémoire sur les défauts de cette méthode, qu'il n'a employée que faute d'une meilleure; le principal défaut, à notre avis, est que l'expérience donne la valeur d'une quantité mal définie. Aussi, nous ne faisons qu'indiquer cette méthode, sans nous y arrêter davantage.

Un grand nombre de physiciens ont déterminé la chaleur latente de vaporisation de l'eau : Black d'abord, et ensuite Rumford, Watt, Gay-Lussac, Despretz, etc. La plupart ont employé la méthode des mélanges en ne réalisant que plus ou moins imparfaitement les conditions que nous avons indiquées plus haut, et qui sont nécessaires pour obtenir un résultat exact. C'est ainsi qu'en opérant sous la pression atmosphérique, plusieurs physiciens se contentaient de faire une simple distillation du liquide, qui se vaporisait et venait se condenser dans un serpentin entouré par l'eau du calorimètre, et débouchant au dehors. Les gouttelettes du liquide condensé s'échappaient du calorimètre à la température de celui-ci, c'est-à-dire à une température qui allait en croissant, du début à la fin de l'opération; on était obligé, dans la formule, de prendre pour température du liquide recueilli la moyenne entre la température initiale et la température finale, ce qui n'est pas absolument correct. En outre, la plupart du temps, le terme correctif $\sum \Delta\theta$ était, ou complètement négligé, ou obtenu d'une façon imparfaite.

Nous laisserons de côté toutes ces expériences anciennes, et nous nous bornerons à décrire ici les appareils très parfaits, mais aussi très compliqués et d'une installation dispendieuse, dont Regnault s'est servi dans ses recherches, et l'appareil très simple dont se sert M. Berthelot, pour mesurer la chaleur de vaporisation sous la pression atmosphérique.

**9. EXPÉRIENCES DE REGNAULT.** — Voici la description de l'appareil dont s'est servi Regnault pour étudier la chaleur de vaporisation d'un certain nombre de liquides qui n'attaquent pas le laiton (alcool, éther, sulfure de carbone, etc.). Il réalise complètement les conditions que nous avons reconnues nécessaires pour mesurer convenablement les chaleurs de vaporisations à diverses températures.

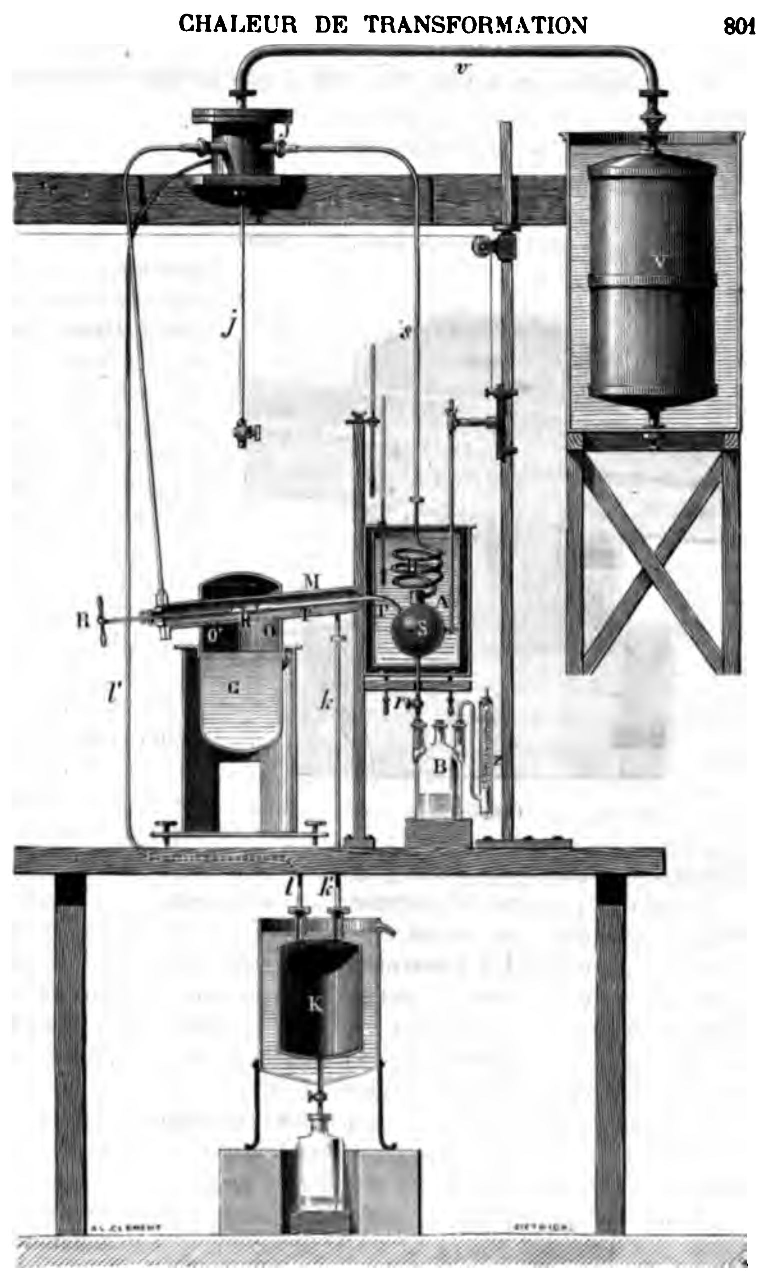



Fig. 293.

Une chaudière en laiton C (fig. 293) à parois très résistantes, comme pour tout le reste de l'appareil, contenait le liquide soumis à l'expérience. Elle était chauffée par une rangée de becs à gaz. La prise de vapeur se faisait de la manière suivante. Un manchon M en laiton, incliné comme l'indique la figure, traversait la partie supérieure de la chaudière. Des ouvertures O et O' (fig. 294) permettaient à la vapeur de s'y introduire. Dans l'axe de ce manchon se trouvait un tube métallique TT présentant un orifice U percé à la partie inférieure et qui pouvait être ouvert ou fermé au moyen d'un robinet RR à longue tige se manœuvrant de l'extérieur; cette tige passait à frottement dans une boîte contenant de l'étoupe imprégnée de savon mou.

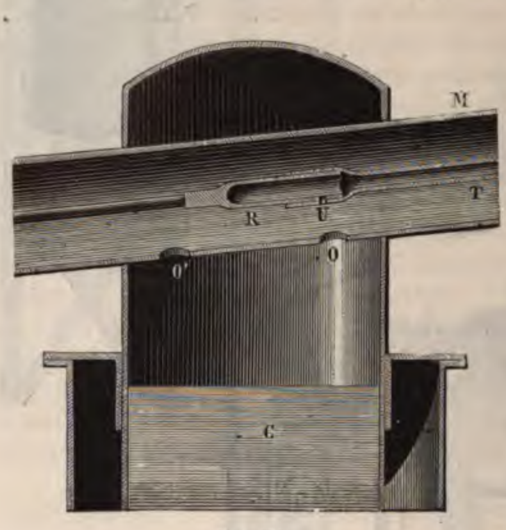


Fig. 294.

Le tube TT pénétrait à l'intérieur d'un calorimètre et débouchait dans une sphère S qui servait de réfrigérant. Celle-ci par un tube, enroulé en hélice H à l'intérieur du calorimètre, communiquait avec un vaste réservoir V entouré d'eau froide et contenant de l'air. Si un peu de vapeur, non condensée dans la sphère, s'engageait dans ce serpentin elle s'y liquéfiait, et les gouttelettes liquides retombaient dans la sphère.

Le liquide qui s'accumulait ainsi dans ce récipient pouvait, en ouvrant le robinet *r*, être recueilli au dehors dans un vase taré à l'avance, ce qui permettait d'en avoir la masse.

Pour les liquides très volatils, comme l'éther, il était à craindre que l'évaporation à la sortie du robinet, ne diminuât la

quantité recueillie dans le vase. Pour éviter cet inconvénient, on employait un flacon à trois tubulures B; à l'une on adaptait exactement le robinet, et une autre tubulure servait à la sortie de l'air du flacon. Toutes les fois que la vapeur du liquide pouvait être absorbée par l'acide sulfurique, des tubes Z contenant de la ponce imbibée de cet acide faisaient suite à cette tubulure et arrêtaient les vapeurs qui pouvaient s'échapper avec l'air. Quand les vapeurs n'étaient pas absorbables ainsi, on disposait dans la troisième tubulure du flacon B un tube contenant un mélange réfrigérant : le froid condensait les vapeurs.

Revenons au tube TT; il était, comme on le voit, protégé contre le refroidissement par le manchon M contenant de la vapeur à la même température que celle du tube. Ce manchon s'arrêtait un peu avant le calorimètre, et un enduit en terre poreuse, très mauvaise conductrice de la chaleur, protégeait dans ce court trajet la vapeur contre le refroidissement : celle-ci était donc saturée et sèche en entrant dans le calorimètre.

Le manchon communiquait par un tuyau *kk'* avec un condenseur K, vase solide entouré d'eau froide; l'atmosphère de celui-ci était en relation avec celle du réservoir V par le tube *ll'*, la chambre J et le tube *v*. De cette façon, que le robinet RR fût ouvert ou fermé, l'ébullition du liquide dans la chaudière avait toujours lieu sous la même pression, celle due à la force élastique de l'air contenu dans le réservoir V. Comme celui-ci était très vaste, que son volume et sa température étaient invariables, l'air contenu conservait la même force élastique pendant l'expérience, et la température d'ébullition ne variait pas.

Des thermomètres placés dans des tubes de fer contenant de l'huile ou du mercure et plongeant dans la chaudière, donnaient cette température.

Pour passer à un autre point d'ébullition, on refoulait avec une pompe à gaz, ou l'on raréfiait avec une machine pneumatique l'air du réservoir V, par le tube *j*. Un manomètre à air libre (pour les fortes pressions celui qui avait servi à l'étude de la loi de Mariotte) ou un manomètre barométrique faisait connaître cette force élastique.

Ajoutons qu'un agitateur mis en mouvement par un moteur mécanique remuait régulièrement l'eau du calorimètre, dont la

température était donnée par des thermomètres permettant d'apprécier 1/200 de degré centigrade; on les observait de loin avec une lunette.

Pour faire une expérience, on établissait dans le réservoir V la force élastique voulue ; puis on chauffait le liquide pour obtenir l'ébullition. On introduisait alors dans le calorimètre une masse d'eau bien connue, mesurée par un vase jaugeur. Cette eau était un peu plus froide que l'air ambiant au début. On notait sa température, puis 10 minutes après on notait de nouveau l'indication du thermomètre pour avoir l'élévation de température produite par les causes perturbatrices.

C'était la première phase de l'expérience.

En ouvrant le robinet RR, on lançait la vapeur dans le calorimètre. On notait de minute en minute la température de celui-ci; quand l'élévation paraissait convenable (10° à 12°), on fermait le robinet RR, et l'on continuait à noter la température de minute en minute : elle s'élevait encore un peu, parce que le liquide condensé cédait encore de la chaleur au calorimètre, puis elle baissait régulièrement. A partir de ce moment on entrait dans la troisième phase de l'expérience; on notait l'abaissement de température en 10 minutes, et cette observation jointe à celle de la première phase fournissait les constantes de corrections A et B.

Les premières expériences de Regnault ont porté sur l'eau.

Elles ont été faites avec un appareil de plus grande dimension que celui que nous venons de décrire ; la chaudière en tôle de 12 millimètres d'épaisseur et pouvant, ainsi que le reste de l'appareil, résister à une force élastique de 20 atmosphères avait une contenance de 310 litres et renfermait 150 litres d'eau. Au lieu d'un seul calorimètre, il y avait deux calorimètres identiques entre eux C et C' (fig. 295), et placés symétriquement par rapport à la chaudière et au foyer, pour être soumis aux mêmes influences perturbatrices. Un robinet distributeur R permettait de lancer la vapeur dans l'un ou dans l'autre, et l'on se servait des variations de température éprouvées par le calorimètre qui ne fonctionnait pas, pour corriger les indications de température de celui où se condensait la vapeur.

Le reste de l'appareil était à peu près le même que celui que

nous avons décrit, et qui lui a servi pour tous les autres liquides qu'on pouvait se procurer à peu près purs en quantité un peu considérable (2 ou 3 litres).

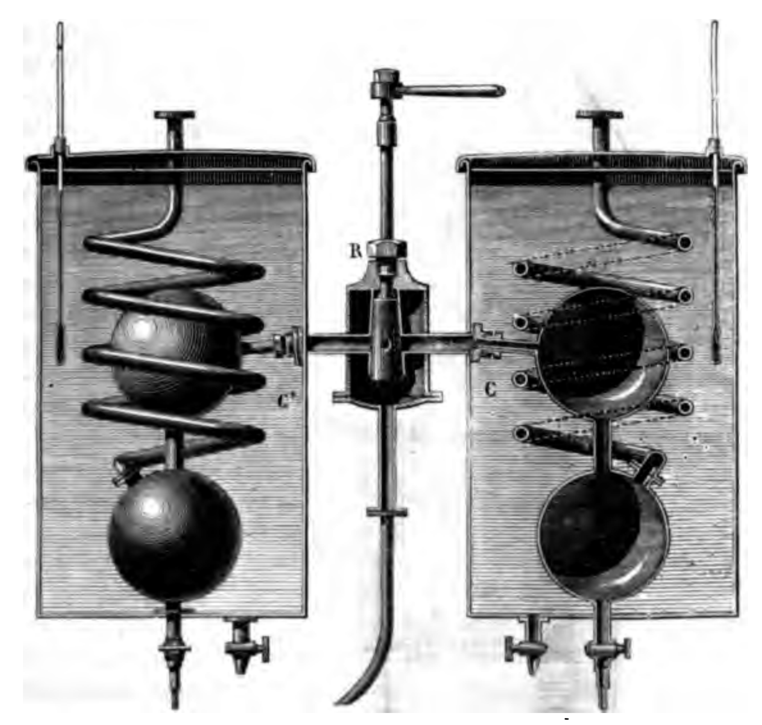



Fig. 295.

**10. APPAREIL DE M. BERTHELOT.**— La partie de cet appareil dans laquelle se forme, circule et se condense la vapeur est en verre; par conséquent il permet d'opérer sur la plupart des liquides, puisque très peu attaquent cette substance.

Il se compose d'une fiole FFE (fig. 296) contenant dans son axe un large tube de verre TT.

L'extrémité inférieure de celui-ci, rodée à l'émeri, peut s'engager comme un bouchon dans la partie supérieure d'un serpentin, aboutissant à un récipient R, surmonté d'un tube ouvert *t*. Le

serpentin et le réservoir R sont immergés dans le calorimètre dont nous avons donné la description (Chapitre XII, § 10).

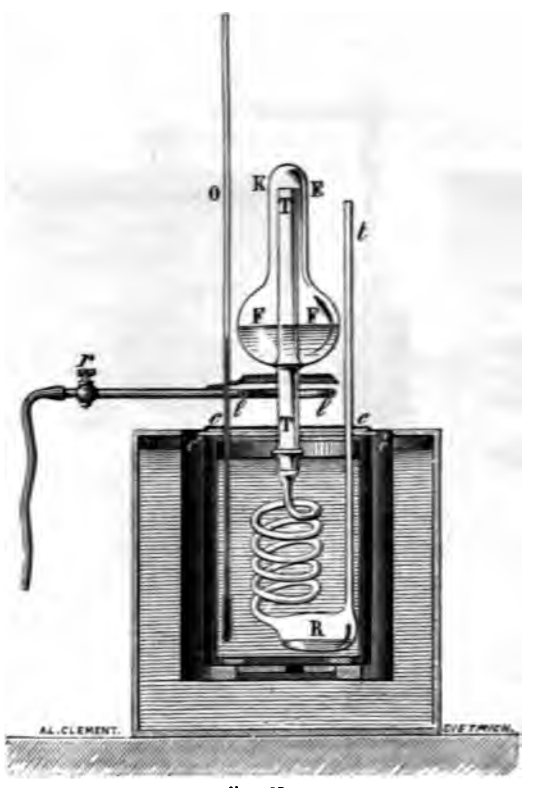



Fig. 295.

On introduit dans la fiole FFE le liquide dont on veut connaître la chaleur de vaporisation. Cette fiole est chauffée par une lampe à gaz circulaire $ll$. Pour éviter le rayonnement de la lampe une plaque de bois $c'c$ et un écran de carton $cc$ recouvrent le calorimètre.

L'écran $cc$ est percé d'une ouverture juste assez grande pour livrer passage au tube TT.

La vapeur formée s'engage sèche dans le tube TT et est conduite sans refroidissement dans le serpentin où elle se condense; le liquide formé se rassemble dans le récipient R.

La diminution de masse de la fiole et de son contenu donne la masse du liquide distillé (généralement compris entre 20 gr. et 30 gr.).

L'expérience se divise en trois périodes : — 1° la période d'échauffement qui précède la distillation, pendant laquelle l'observation du thermomètre fera connaître l'élévation de température due aux

causes perturbatrices, pendant un temps déterminé ; — 2° la période de distillation ; elle dure de deux à quatre minutes, assez pour que la température de la masse d'eau contenue dans le calorimètre (800 gr. à 900 gr.) s'élève de 3° à 4° ; — 3° la dernière période : on éteint le feu, on enlève et bouche la fiole pour la peser pendant que l'observateur continue à suivre la marche du thermomètre. Celui-ci s'élève encore un peu, parce que le liquide condensé n'a pas encore atteint la température de l'eau du calorimètre et lui cède de la chaleur en se refroidissant ; puis le thermomètre prend une marche descendante, et enfin celle-ci devient régulière, c'est-à-dire concordante avec le refroidissement du calorimètre rempli simplement avec la même masse d'eau à la même température. Des expériences préliminaires ayant fait connaître ce refroidissement, on possède alors toutes les données nécessaires à la mesure de la chaleur de vaporisation.

M. Berthelot a trouvé ainsi pour la chaleur totale de vaporisation de l'eau à 100°, les nombres 635,2, 637,2, 636,2, dont la moyenne 636,2 est presque identique avec le nombre 636,6 trouvé par Regnault à l'aide des appareils plus compliqués que nous avons décrits. Ce résultat justifie l'emploi de l'appareil de M. Berthelot.

**11. DÉTERMINATION DES CHALEURS SPÉCIFIQUES DES VAPEURS.** — En faisant subir une légère modification aux appareils de Regnault décrits § 9, ceux-ci permettent de déterminer la chaleur spécifique d'une vapeur.

Pour cela, on surchauffe à une température T la vapeur produite dans la chaudière à la température $\tau$, en faisant passer le conduit qui amène la vapeur au calorimètre dans un bain d'huile chaude. La chaleur cédée par la vapeur au colorimètre pour se refroidir de la température T à la température de condensation $\tau$ s'ajoute à la chaleur créée par la liquéfaction, et l'égalité suivante

$$PC(T-\tau)+P\lambda+Pc(\tau-\theta_n)=M\left(\theta_n-\theta_0-\sum\Delta\theta\right)$$

dans laquelle C représente la chaleur spécifique moyenne entre

T et τ de la vapeur sous la pression constante correspondant à la température d'ébullition τ, et où les autres lettres ont la même signification qu'au paragraphe 8, fait connaître la quantité cherchée, quand on a déterminé λ.

**12. RÉSULTATS.** — Pour coordonner ses expériences sur la chaleur de vaporisation, Regnault a employé la méthode graphique. Il a porté en abscisse les températures $t$ et en ordonnées les valeurs trouvées pour la chaleur totale de vaporisation externe Q.

La ligne joignant les points correspondants aux observations fut pour l'eau et le chloroforme une ligne droite. La fonction de la température représentant la valeur de Q entre les limites de l'expérience est donc de la forme :

$$Q = a + bt$$

Pour la plupart des autres liquides, la ligne joignant les points d'observation fut aussi très régulière, mais légèrement concave du côté de la ligne des abscisses, et la valeur de Q est bien représentée par une formule parabolique à trois termes :

$$Q = a + bt + ct^2$$

L'alcool seul fit exception parmi les liquides étudiés : la courbe fut irrégulière, ce que Regnault attribua à une altération chimique de la substance.

Voici les valeurs des coefficients $a, b, c$ d'après le Mémoire de Regnault.

| | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| Eau | 606,5 | + 0,305 | 0 |
| Sulfure de carbone | 90,0 | + 0,146 0 | — 0,000 412 3 |
| Ether | 94,0 | + 0,450 0 | — 0,000 555 5 |
| Benzine | 109,0 | + 0,244 3 | — 0,000 131 5 |
| Chloroforme | 67,0 | + 0,137 5 | 0 |
| Tétrachlorure de carbone | 52,0 | + 0,146 3 | — 0,000 172 |
| Acétone | 140,5 | + 0,366 4 | — 0,000 516 |

La chaleur totale de vaporisation externe étant représentée pour l'eau par :

$$(1) \qquad Q = 606{,}5 + 0{,}305\, t$$

la chaleur latente de vaporisation (voir § 7) sera représentée par

$$(2) \qquad \lambda = 606{,}5 - 0{,}695\, t - 0{,}00002\, t^2 - 0{,}0000003\, t^3$$

en adoptant la formule qu'a donnée Regnault pour représenter la chaleur spécifique de l'eau aux diverses températures (voir Chap. XII § 18).

En nous appuyant sur la formule trouvée au paragraphe 7 (note de la page 795), nous déduisons de la formule (2) la valeur de la chaleur latente de vaporisation interne de l'eau :

$$(3) \qquad l = 576{,}3 - 0{,}814\, t + 0{,}00014\, t^2 - 0{,}0000002\, t^3$$

Enfin on tire de là pour la chaleur totale de vaporisation interne $q$ :

$$(4) \qquad q = 576{,}3 + 0{,}186\, t + 0{,}00016\, t^2 + 0{,}0000001\, t^3$$

Watt avait annoncé, d'après ses expériences, que la chaleur totale de vaporisation était constante quelle que fût la température. Cette loi parut être confirmée par quelques expériences de Clément et Desormes. Mais Despretz crut pouvoir affirmer, d'après ses recherches, que la chaleur totale croissait un peu avec la température. Dulong arriva aussi à la même conclusion. Les expériences de Regnault ne laissent aucun doute sur l'inexactitude de la loi de Watt.

De son côté Southern avait avancé que la chaleur latente de vaporisation est indépendante de la température. Cette loi qui fut admise par quelques physiciens, est encore moins exacte que la précédente. La formule (2) nous montre en effet que la chaleur latente diminue de plus en plus quand la température s'élève, et nous avons vu (Chap. XV § 7), qu'elle devient nulle au point critique.

**13. DES PROBLÈMES DE CALORIMÉTRIE.** — Nous terminerons en indiquant comment on doit traiter un problème de calorimétrie.

Reportons-nous à la formule fondamentale qui donne la quantité de chaleur nécessaire à une transformation (Chap. XIII, § 8 (1)), et qu'on peut écrire :

$$Q = \frac{I_2 - I_1}{E} + \frac{W}{E}$$

Le second membre se compose de deux termes que l'on doit évaluer séparément. Le premier $\frac{I_2 - I_1}{E}$ est la quantité de chaleur nécessaire à l'accroissement de l'énergie interne de l'ensemble des corps considérés. Comme ce terme ne dépend que de l'état initial et de l'état final, on peut supposer que la transformation a eu lieu de la façon qui est la plus commode pour effectuer le calcul ; aussi, en général, ce calcul n'offre-t-il aucune difficulté. Rappelons seulement que s'il s'agit de variations dans la température d'un gaz parfait on doit faire usage de la chaleur spécifique *à volume constant*, celle qui correspond à l'accroissement d'énergie interne ; s'il s'agit de vaporisation ou de condensation, on doit faire usage des chaleurs latentes ou des chaleurs totales *internes* ; s'il s'agit de réactions chimiques, on doit faire usage aussi des chaleurs de transformation *internes*, c'est-à-dire de celles fournies par les expériences corrigées de la quantité de chaleur correspondant au travail extérieur qui a eu lieu dans l'expérience qui a fourni le nombre.

Quant au second terme $\frac{W}{E}$, il correspond à la quantité de chaleur nécessaire pour effectuer le travail extérieur. La valeur de ce terme ne dépend plus seulement de l'état initial et de l'état final, mais aussi de tous les états intermédiaires. En effet, le travail extérieur W est égal à $\sum p\Delta v$, en représentant par $p$ la force élastique du fluide qui entoure l'ensemble des corps considérés au moment où le système éprouve une variation de volume $\Delta v$. Il faut donc connaître, pour pouvoir calculer le second terme, la manière dont

s'est effectuée la transformation, et le calcul peut être parfois difficile à faire. Mais le plus habituellement, pendant la transformation, l'ensemble des corps considérés est entouré par un fluide dont la force élastique reste invariable pendant toute la durée du phénomène, l'air ambiant par exemple; dans ce cas le calcul de W est des plus simples car on a :

$$W = \sum p\Delta v = p\sum \Delta v = p\,(v_2 - v_1)$$

$v_1$ étant le volume initial et $v_2$ le volume final du système. Le second terme devient alors $\frac{p(v_2 - v_1)}{E}$

En évaluant $v_2$ et $v_1$ en cent. cubes, $p$ en dynes par cent. carrés ($76 \times 13{,}596 \times 980{,}96$ pour la pression atmosphérique moyenne) le travail sera exprimé en ergs, et il faudra prendre pour l'équivalent mécanique de la chaleur E le nombre 41 700 000; la quantité de chaleur équivalente au travail extérieur sera alors exprimée en calories. Cette quantité de chaleur doit être fournie au système si le volume a augmenté ($v_2 > v_1$); elle doit être enlevée au système dans le cas inverse.

Enfin, faisons remarquer que toutes les fois que le système considéré reste à l'état solide ou à l'état liquide le travail extérieur W dû aux pressions est toujours très faible à cause de la faible valeur de $(v_2 - v_1)$, le second terme $\frac{W}{E}$ est alors négligeable, et le calcul de Q est ainsi beaucoup simplifié.

Pour mieux montrer la manière dont on doit traiter un problème de calorimétrie un peu complexe, donnons un exemple.

Une masse d'air saturée de vapeur d'eau occupe $v$ cent. cubes à $t^\circ$ sous la pression produite à Paris par H cent. de mercure à 0° . On la refroidit à 0°. Quelle est la quantité de chaleur qui est sortie de cette masse d'air humide?

Désignons par F et par $f$ les hauteurs de mercure qui font respectivement équilibre aux forces élastiques maxima de la vapeur d'eau à $t^\circ$ et à 0°.

Soit maintenant $v_0$ le volume de la masse à 0°; on l'obtient ai-

sément en considérant l'air seul dans les deux états successifs, car on a :

$$\frac{v(H - F)}{1 + 0{,}003665\,t} = v_0(H - f)$$

d'où :

$$(1) \qquad v_0 = v\,\frac{H - F}{H - f}\,\frac{1}{1 + 0{,}003665\,t}$$

Soient, en outre, P et $p$ les masses d'air sec et de vapeur d'eau contenues dans le mélange à $t°$, et $p'$ la masse de vapeur contenue à 0°. Ces masses sont données par les formules :

$$(2) \qquad P = 0{,}001293\,\frac{v(H - F)}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

$$(3) \qquad p = 0{,}001293\,\frac{vF \times 0{,}622}{76\,(1 + 0{,}003665\,t)}$$

$$(4) \qquad p' = 0{,}001293\,\frac{v_0 f \times 0{,}622}{76}$$

Calculons d'abord la quantité de chaleur ($-$ $Q_1$), cédée par le système aux dépens de son énergie interne, et considérons pour cela à part les quantités de chaleur cédées par l'air et par l'eau.

1° La masse P d'air se refroidissant de $t°$, cède aux dépens de son énergie interne une quantité de chaleur égale à $Pct$, en appelant $c$ la chaleur spécifique de ce gaz à volume constant ($c = 0{,}1683$) [1].

2° Quant à l'eau, nous pouvons supposer que toute la masse $p$

(1) En opérant de la sorte, nous négligeons la variation d'énergie interne de l'air quand son volume varie sans que la température change, c'est-à-dire que nous admettons la loi de Joule. Nous devons procéder ainsi, puisque nous admettons la loi de Mariotte, et que les erreurs commises en appliquant ces deux lois sont du même ordre de grandeur.

se soit condensée à l'état liquide à $t^{\circ}$, et ait pris ensuite la température 0°, auquel cas elle fournirait $pq_t$ calories, puisqu'une masse $p'$ se soit évaporée à 0°, ce qui absorberait $p'q_0$ calories, $q_t$ et $q_0$ représentant la chaleur totale de vaporisation interne à $t^{\circ}$ et à 0°.

La chaleur abandonnée par l'eau aux dépens de son énergie interne est donc :

$$(5) \qquad pq_t - p'q_0 = p(576,3 + 0,186\, t) - p' \times 576,3$$

Il en résulte que $-Q_1$ est donné par :

$$(6) \qquad -Q_1 = P \times 0,1683\, t + p(576,3 + 0,186\, t) - p' \times 576,3$$

Calculons maintenant la quantité de chaleur $Q_2$ correspondant au travail extérieur. Puisque la pression extérieure est constante et égale par centimètre carré à H × 13,596 × 980,96 dynes, la quantité $Q_2$ est donnée par :

$$(7) \qquad Q_2 = \frac{(v_0 - v)\, H \times 13,596 \times 980,96}{41\,700\,000}$$

$Q_2$ est négatif, puisque $v_0 < v$ (le travail des pressions extérieures a créé de la chaleur dans la masse, et celle-ci doit être enlevée). On a, en définitive, pour toute la masse :

$$-(Q_1 + Q_2) = P \times 0,1683\, t + p(576,3 + 0,186\, t) - p' \times 576,3 + \frac{(v - v_0)\, H \times 13,596 \times 980,96}{41700000}$$

Il suffit de remplacer dans cette expression $v_0$, P, $p$ et $p$ par les valeurs que fournissent les égalités (1), (2), (3) et (4), de remplacer les données $v$, H, F, $f$ et $t$ par leurs valeurs numériques, enfin, d'exécuter les calculs indiqués pour obtenir la valeur cherchée; elle sera exprimée en calories, puisque dans ce calcul nous avons fait usage des unités C.G.S.

# TABLE DES MATIÈRES

## CONTENUES DANS LE TOME PREMIER

---



# PREMIÈRE PARTIE

## INTRODUCTION



# LIVRE PREMIER

## CHAPITRE PREMIER

### TRAVAIL MÉCANIQUE — ÉNERGIE

## CHAPITRE II

### MESURES ABSOLUES



# LIVRE II

# PESANTEUR

## CHAPITRE PREMIER

### GÉNÉRALITÉS SUR LA PESANTEUR



## CHAPITRE II.

### CHUTE DES CORPS

## CHAPITRE III

### PENDULE

## CHAPITRE IV

### MESURE DES POIDS ET DES MASSES — BALANCE



## CHAPITRE V

### POIDS SPÉCIFIQUES ET DENSITÉS



# LIVRE III

## HYDROSTATIQUE — PNEUMATIQUE HYDRODYNAMIQUE

## CHAPITRE PREMIER

### PRESSIONS

## CHAPITRE II

### PROPRIÉTÉS DES GAZ— FORCE ÉLASTIQUE

## CHAPITRE III

### LOI DE MARIOTTE



## CHAPITRE IV

### MANOMÈTRES ET APPLICATION DE LA LOI DE MARIOTTE

## CHAPITRE V

### MÉLANGE DES GAZ — DISSOLUTION DES GAZ

I. — MÉLANGE DES GAZ



II. — DISSOLUTION DES GAZ



## CHAPITRE VI

### APPAREILS PNEUMATIQUES ET POMPES

I. — MACHINES PNEUMATIQUES

## CHAPITRE VII

### HYDRODYNAMIQUE





# DEUXIÈME PARTIE

## LIVRE IV

## CHALEUR

### CHAPITRE PREMIER

### GÉNÉRALITÉS SUR LES DILATATIONS ET SUR LA TEMPÉRATURE



### CHAPITRE II

### THERMOMÈTRES

# CHAPITRE III

## DILATATION DES LIQUIDES



# CHAPITRE IV

## DILATATION DES SOLIDES

# TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE TOME PREMIER

---



# PREMIÈRE PARTIE

## INTRODUCTION



# LIVRE PREMIER

## CHAPITRE PREMIER

### TRAVAIL MÉCANIQUE — ÉNERGIE

## CHAPITRE VIII

### MESURE DES FORCES ÉLASTIQUES MAXIMA DES VAPEURS



## CHAPITRE IX

### LIQUÉFACTION DES GAZ

# CHAPITRE X

## DENSITÉ DES GAZ ET DES VAPEURS



# CHAPITRE XI

## HYGROMÉTRIE



# CHAPITRE XII

## CALORIMÉTRIE — CHALEURS SPÉCIFIQUES

## CHAPITRE XIII

### LA CHALEUR EST UNE DES FORMES DE L'ÉNERGIE

## CHAPITRE XIV

### ÉNERGIE DES GAZ



## CHAPITRE XV

### DEUXIÈME LOI DE LA THERMODYNAMIQUE
### TEMPÉRATURE ABSOLUE



## CHAPITRE XVI

### CHALEURS DE TRANSFORMATION

## CHALEUR LATENTE DE FUSION



## CHALEURS DE VAPORISATION



---

[illegible]

# ERRATA

Page 207, note (2), *au lieu de :* $p = A\frac{1}{R}\left(+\frac{1}{R'}\right)$ *lisez :* $p = A\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$

Page 217, — M. Vidi — M. Vidie.

Page 243, note (1), — en 1761 — en 1791.

Page 635, *au lieu de :*

moyenne des températures initiale $t^\circ$ et finale $T^\circ$,

*lisez :*

moyenne des températures initiales $t^\circ$ et $T^\circ$.

# ADDENDA

Livre IV. — Chapitre XV, § 3, page 760, *ajoutez à la fin du paragraphe :*

Pour une même température $T_1$ du réchauffeur, le rendement d'une machine fonctionnant suivant un cycle de Carnot réversible est donc d'autant plus grand que la température du réfrigérant $T_2$ est plus basse. Mais, la valeur la plus grande que puisse atteindre le rendement $r$ d'une machine thermique est évidemment l'équivalent mécanique de la chaleur E, puisqu'alors la totalité de la chaleur fournie par le réchauffeur serait transformée en travail mécanique. Or, si dans la formule (1) nous faisons $r = E$, nous trouvons $T_2 = 0$; pour une valeur de $T_2$ inférieure à 0, le rendement serait supérieur à E, ce qui est impossible : *il n'existe donc pas de températures absolues négatives; la plus petite valeur de la température absolue est zéro; elle correspond au froid absolu.*

